



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich  
Physik



# Physikalisches Praktikum für Studierende der Biologie

**1. Teil: Hinweise und Erläuterungen**

---

**2. Teil: Grundlagen zu den Versuchen**

---

Version 2020

Name:

Wissenschaftliche Leitung: Prof. Dr. Arwen Pearson  
Prof. Dr. Nils Huse  
Dr. Marek Wieland

Technische Leitung: Ole Windmüller

Physikalisches Praktikum für Studierende der Biologie.  
Notkestr.9  
22607 Hamburg,  
Tel.: 040-428-38 9661  
Mail: [ole.windmueller@desy.de](mailto:ole.windmueller@desy.de)

Weitere Informationen, Termine, Skripten, Filmtutorials, Aufgaben,  
Altklausuren, zur Physik werden Ihnen auf STiNE zur Verfügung gestellt.

---



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich  
Physik



# Physikalisches Praktikum für Studierende der Biologie

**Teil 1: Hinweise und Erläuterungen**

---

Version 2020

Wissenschaftliche Leitung: Prof. Dr. Arwen Pearson  
Prof. Dr. Nils Huse  
Dr. Marek Wieland

Technische Leitung: Ole Windmüller

# Inhalt Teil 1

<b>1. INFORMATIONEN ZUM PRAKTIKUMSABLAUF .....</b>	<b>6</b>
<b>2. REGELN ZUM VERFASSEN EINES PHYSIKALISCHEN PROTOKOLLS.....</b>	<b>8</b>
<b>3. BASISGRÖßEN UND BASISEINHEITEN DES SI - SYSTEMS.....</b>	<b>9</b>
<b>4. DEZIMALE VIELFACHE UND TEILE VON EINHEITEN (VORSÄTZE) .....</b>	<b>9</b>
<b>5. GRAFISCHE DATENAUSWERTUNG.....</b>	<b>10</b>
5.1. GRAFISCHE REGRESSION .....	10
5.2. LOGARITHMISCHE DARSTELLUNGEN.....	11
<b>6. STATISTIK UND FEHLERBEHANDLUNG.....</b>	<b>12</b>
6.1. MITTELWERT EINER MESSREIHE .....	12
6.2. STANDARDABWEICHUNG DER EINZELMESSUNG.....	13
6.3. FEHLER DES MITTELWERTES .....	14
6.4. FEHLERFORTPFLANZUNG BEI EINFACHEN BEISPIELEN .....	15
<b>7. ERGÄNZUNGEN ZUM VERSUCH „RADIOAKTIVITÄT“ .....</b>	<b>16</b>
7.1. STRAHLENBELASTUNGEN .....	16
7.2. STRAHLENKRANKHEITEN .....	16
7.3. GRENZWERTE .....	16
<b>8. ANHANG .....</b>	<b>17</b>
8.1. ERSTE ORIENTIERUNG ÜBER DIE MESSWERTPROTOKOLLIERUNG.....	17
8.2. PHYSIKALISCHE GRÖßEN UND DEREN EINHEITEN .....	19
8.3. AUSWAHL PHYSIKALISCHER KONSTANTEN .....	20
8.4. GRIECHISCHE BUCHSTABEN .....	21
<b>9. DAS OSZILLOSKOP .....</b>	<b>22</b>
<b>10. MUSTERPROTOKOLL ZU VERSUCH 3 .....</b>	<b>24</b>
<b>11. NETZE .....</b>	<b>31</b>
<b>12. ZUR PUNKTEVERGABE FÜR DIE PROTOKOLLE .....</b>	<b>35</b>

# Inhalt Teil 2

<b>Versuch 5</b>	Schall / Ohr, Ultraschall / Sonographie..... 41 Ermittlung der Schallgeschwindigkeit, Ultraschallechoeffekt, Sonographie
<b>Versuch 6</b>	Geometrische Optik / Augenmodell ..... 49 Brennweitenbestimmung, Korrektur von Astigmatismus, Kurz- und Übersichtigkeit, Laser
<b>Versuch 7</b>	Grundlagen der Elektrizitätslehre / Modell Nervenfasern..... 61
<b>Versuch 8</b>	a. Wellenoptik..... 73 Polarisationsebene von Laserlicht, Lichtwellenlänge eines He-Ne-Lasers, Gitterkonstante eines Drahtgitters, Wellenlängengrenzen einer Glühlampe b. Mikroskop..... 78 Okularmaßstab kalibrieren, Dicke eines Haares messen, Brechzahl bestimmen
<b>Versuch 9</b>	a. Radioaktivität..... 85 Reichweite von $\alpha$ -Strahlung in Luft und $\beta$ -Strahlung in Aluminium b. Absorptionsspektroskopie, Lambert-Beer'sches Gesetz..... 92 Kalibrieren des Spektrophotometers, Messen der unbekanntenen Proben

Weitere Informationen, Termine, Skripten, Filmtutorials, Aufgaben, Altklausuren, zur Physik werden Ihnen auf STiNE zur Verfügung gestellt.

## Informationen zum Praktikumsablauf

Das Praktikum für die Studierenden der Biologie umfasst drei Teile:

Teil 1: den Praktischen: 5 Versuche, (Versuche 5 – 9)

Teil 2: die Teilklausur 1, die sogenannte Propädeutik- oder Matheklausur und

Teil 3: die Teilklausur 2, die Abschluss- oder Physik Klausur.

**Zu jedem dieser drei Teile muss eine Anmeldung in Stine erfolgen!**

Jeweils zwei Praktikumssteilnehmer/innen bearbeiten einen Versuch gemeinsam. Während der Versuchsdurchführung sind *die Fragestellungen, Aufbau und Ablauf der Messungen, die Messwerte und die daraus abgeleiteten Messergebnisse* sorgfältig zu protokollieren. Jede/r Studierende führt ein eigenes Messprotokoll.

Nach Abschluss des Praktikumsversuchs wird für die unmittelbar während der Versuchsdurchführung protokollierten Messwerte von der/dem Assistentin/en ein Vortestat erteilt, wenn alle Teilaufgaben des Versuchs vollständig bearbeitet wurden. Eine Richtigkeit der Messwerte ist damit nicht bestätigt. Nach der Versuchsdurchführung wird mit der Auswertung der Messergebnisse begonnen, sofern es die Praktikumszeit gestattet. Die Versuchsauswertung hat jede/r Studierende/r selbständig zu erarbeiten. Gemeinsame Ausarbeitungen von Versuchspartnern sind ebenso wenig erlaubt wie Kopieren von anderen Studierenden.

Nach vollständiger Darstellung des Versuchs im Protokollheft und richtiger Lösung aller zugehörigen Aufgaben wird dafür das Endtestat erteilt (vgl.: 12. S.35 „Zur Punktevergabe für die Protokolle“) Hierfür muss das Versuchsprotokoll spätestens am folgenden Praktikumstag unter Beigabe der vortestierten Messwerte mit Vortestat vorgelegt werden. Spätere Abgaben sind nur in begründeten Fällen nach Absprache mit der Praktikumsleitung zulässig.

Ein Punktesystem dient zur Leistungsbewertung (vgl.: 12. S.35 „Zur Punktevergabe für die Protokolle“):

Es werden für jeden der 5 durch Endtestat abgeschlossenen Versuche maximal 8 Punkte vergeben. Jeder Versuch, der mit mindestens drei Punkten bewertet wurde, erhält das Endtestat. Der praktische Teil gilt als bestanden, wenn alle Versuche das Endtestat bekommen haben und insgesamt mindestens 28 Punkte erreicht wurden.

Die Klausuren gelten als bestanden, wenn für jede der Klausuren von den zu erreichenden Punkten mindestens 50% erreicht wurden.

Das Modul ist abgeschlossen, wenn alle erforderlichen Teile, also der praktische Teil und die beiden Klausuren unabhängig voneinander bestanden wurden. Jedes der drei Teile steht für sich, Praktikum, Klausur 1 und Klausur 2. Jeder Teil kann zu jedem Zeitpunkt im Studium im Wintersemester gemacht werden. Eine Reihenfolge gibt es nicht. Zu jedem Teil muss sich einzeln in STiNE angemeldet werden.

Bei Versuchen, die wegen zu geringer Bewertung kein Endtestat erhalten haben, besteht die Möglichkeit, den Versuch nach Terminabsprache zu wiederholen.

Für Protokolle, die mit nicht selbstständig ermittelten Messwerten ausgewertet wurden, wird kein Endtestat erteilt; eine Versuchswiederholung ist ausgeschlossen.

Wird das Praktikumsziel durch unzureichende Punktzahl in einer Klausur nicht erreicht, so kann noch in diesem Semester an einer Nachholklausur teilgenommen werden oder an einer der Klausurveranstaltungen in den nächsten Semestern.

## Voraussetzungen

Zur Durchführung des Praktikums benötigen Sie den Abiturstoff in Physik und Mathematik. Sie müssen sich auf jeden Versuch gründlich vorbereiten, da Ihre Teilnahme sonst nicht erlaubt ist.

Die wichtigste Voraussetzung für die erfolgreiche Versuchsdurchführung ist die Vorbereitung: Jede/r Praktikumssteilnehmer/in hat sich mit den Grundlagen des zu bearbeitenden Versuches vor Beginn des Praktikums ausgiebig vertraut zu machen. Zu Beginn des Praktikumsversuchs werden jeweils fünf Fragen zum Versuch gestellt, von denen mindestens drei (schriftlich) richtig beantwortet werden müssen. Bei weniger als drei richtigen Antworten muss der Versuch an einem anderen Tag (nach mündlicher Prüfung) wiederholt werden.

Diesen „Hinweisen und Erläuterungen ...“ ist das Skript „Grundlagen zu den Versuchen“ beigegeben. Es beinhaltet die physikalischen Inhalte und die durchzuführenden Versuche des Physikalischen Praktikums. **Das Skript ersetzt allerdings kein Lehrbuch der Physik**, sondern ist vielmehr als Einstieg in die Versuchsinhalte und als Leitfaden für das Literaturstudium vorgesehen. (Literaturvorschläge erhalten Sie in der Physikvorlesung oder bei Ihren PraktikumsassistentInnen.)

Für die Protokollierung und Auswertung der Messwerte benötigen Sie karierte DIN A4 Hefte (Drahtklammerheftung, keine Ringheftung wie bei College-Blöcken). In diesen Heften werden die von Ihnen protokollierten Messwerte vortestiert. Weiter benötigen Sie für die grafische Darstellung vom Messwerten einen Block (DIN A4) mit linearen Netzen (sog. „Millimeterpapier“). Die für diese Art der Auswertung ebenfalls notwendigen logarithmischen Netze sind diesem Skript *als Vorlagen* beigegeben (ab Seite 23), so dass Sie sich diese bei Bedarf kopieren können. Die grafischen Darstellungen kleben Sie in die Hefte zu Ihren Auswertungen hinein. Der Umgang mit den Heften hat nach den Regeln für den Umgang mit Dokumenten zu geschehen, d.h. insbesondere werden keine Blätter herausgerissen und keine Messwerte mit Bleistift protokolliert, gleichgültig ob sie in Tabellen oder in Graphen vorliegen. Die Hefte sind von Ihnen bis zur gültig erfolgten Leistungsbewertung als Beleg für ihre Versuchsdurchführungen zu verwahren.

Zur praktischen Arbeit sollten Sie u.a. einen wissenschaftlichen Taschenrechner und ein Geodreieck mitbringen. Arbeitskleidung ist nicht erforderlich.

### Unterstützung

Neben dem Praktikum besteht die Physikausbildung aus der Vorlesung „Experimentalphysik I/II für Studierende der Biologie“.

Zu Beginn eines jeden Praktikumstages geben Ihnen die AssistentInnen eine Einweisung über den Umgang mit den Geräten des Versuches und besprechen mit Ihnen kurz die theoretischen Grundlagen. Hier besteht für Sie die Möglichkeit, noch offen gebliebene Fragen im Gespräch zu klären.

### Schlussbemerkung

- In den Versuchsräumen darf nicht gegessen, getrunken und geraucht werden.
- Verlassen Sie nach Beendigung eines jeden Versuches den Praktikumsplatz aufgeräumt!
- Haben Sie einen Versuch versäumt oder einen Abgabetermin nicht eingehalten, so müssen Sie den Versuch nachholen. Vereinbaren Sie dazu einen besonderen Termin mit der Technischen Leitung des Praktikums.

## 2. Regeln zum Verfassen eines physikalischen Protokolls

- Jede/r Studierende/r führt eigenständig sein eigenes Protokoll.
- Für die Protokollierung und Auswertung der Messergebnisse benötigen Sie fünf Hefte im DIN A4-Format, von denen Sie jeweils eines für die Protokollierung der Messwerte zu jedem Praktikumstag verfügbar haben müssen. Nicht dokumentenecht erfasste Messwerte (Bleistift, lose Blätter) sind nicht testaffähig.
- Für die Erfassung von Messergebnissen ist es oft sinnvoll, eine Tabelle zu entwerfen, deren Spalten oder Zeilen den Messgrößen und ggf. Zwischenergebnissen zugeordnet werden. Sie sollten vor dem Versuch überlegen, welche physikalischen Größen Sie messen werden und mit welchen Zwischenergebnissen Sie Ihre Auswertung erleichtern können. Manchmal werden auch die Ergebnisse in die Tabelle mit aufgenommen, wenn diese in entsprechender Anzahl vorliegen.
- Bei der Protokollierung von Messwerten in Tabellen müssen Sie darauf achten, dass keine physikalischen Inhalte verloren gehen oder verändert werden. Üblich ist es, Einheiten und Vorsätze im Tabellenkopf zu notieren. Über die Nomenklatur geben Ihnen die Bemerkungen unter Punkt 8.1. Auskunft. Es dürfen nur selbständig ermittelte Messwerte protokolliert und bearbeitet werden und auch der Protokolltext ist eigenständig zu verfassen.
- Sind besondere Netze zur grafischen Darstellung der Messwerte nötig, so werden diese von Ihnen in die Versuchshefte eingeklebt.
- Alle Eintragungen der Messwerte, auch in Grafiken, müssen dokumentenecht vorgenommen werden, d. h. kein Bleistift, kein Tipp-Ex, kein Radieren, „Killen“ oder überkleben! Lediglich eine Ausgleichskurve kann in Bleistift gezeichnet werden, dagegen werden Messpunkte jedoch durch dokumentenechte Kreuze gekennzeichnet.
- Die Ausfertigung der Protokolltexte mit Textverarbeitungsprogrammen ist nicht erlaubt. Ebenso sind Computerausdrucke von Grafiken nicht gestattet!
- Das Protokoll ist in Form und Inhalt allgemeinverständlich zu verfassen. Eine physikalisch gebildete Person sollte nach Studium der Versuchsanleitung und des angefertigten Protokolls in der Lage sein, den Versuch zu verstehen und auszuführen. **Kurze und knappe Beschreibungen** und Kommentare zum Versuch sind auszuführen. Dazu geben die AssistentInnen genauere Informationen.
- Wenn ein Endergebnis aus einem Mittelwert besteht, ist grundsätzlich auch die Standardabweichung des Mittelwertes (Mittlerer Fehler des Mittelwertes) erforderlich.
- Viele Dezimalstellen bei aus Messwerten berechneten Größen täuschen oft eine Messgenauigkeit vor, die durch die verwendete Messmethode nicht erreicht werden kann. Lösung: Beschränkung der Dezimalstellen durch sinnvolles **auf- bzw. abrunden!**
- Grafiken sind mit Bildunterschrift oder Bildüberschrift zu versehen. Es genügt nicht: „Graph von Versuch 10“, richtig ist z. B. „Viskosität von Wasser als Funktion der Temperatur“ zu schreiben. Auch Tabellen bedürfen einer Untertitelung.
- **Am Schluss wird ein kurzes Resümee gezogen.** Beurteilen Sie die Zuverlässigkeit der Messergebnisse. Verfälschten Fehlerquellen das Ergebnis? Fehlerquellen sind z. B. Reibung, Temperaturschwankungen oder idealisierte Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen, die durch den Versuchsaufbau nur näherungsweise erfüllt sind. Ein persönlicher Irrtum oder eine Unfähigkeit zählen nicht zu diskutablen Fehlerquellen.

### 3. Basisgrößen und Basiseinheiten des SI - Systems

Eine physikalische Größe setzt sich immer zusammen aus dem Produkt von Zahlenwert und physikalischer Einheit:

Beispiel: Brennweite  $f = 6,73 \text{ m}$

Dabei ist „ $f$ “ das Zeichen für die physikalische Größe „Brennweite“; „6,73“ ist der Zahlenwert und „m“ ist das Einheitenzeichen für die Einheit „Meter“. Damit Werte physikalischer Größen vergleichbar werden, legt das internationale Einheitensystem SI (Système International d' Unités) sieben physikalische Basiseinheiten fest:

Basisgröße	Einheit	Zeichen
Länge	<b>Meter</b>	<b>m</b>
Zeit	<b>Sekunde</b>	<b>s</b>
Masse	<b>Kilogramm</b>	<b>kg</b>
Stoffmenge	<b>Mol</b>	<b>mol</b>
Elektrische Stromstärke	<b>Ampere</b>	<b>A</b>
Thermodynamische Temperatur	<b>Kelvin</b>	<b>K</b>
Lichtstärke	<b>Candela</b>	<b>cd</b>

**Tab. 1: Basiseinheiten im SI - System**

Alle anderen Größen werden aus Produkten und Quotienten der sieben Basisgrößen gebildet. Die Anzahl der physikalischen Größen ist grundsätzlich beliebig; sie wird durch messtechnische und didaktische Gesichtspunkte bestimmt. Es gibt auch Einheiten außerhalb des SI-Systems, die weit verbreitet sind (Minute, Stunde, Hektar, Tonne, Liter, Bar, Torr, Grad Celsius, Elektronenvolt, ...).

### 4. Dezimale Vielfache und Teile von Einheiten (Vorsätze)

Die untenstehende Tabelle 2 zeigt international eingeführte Vorsätze für Einheiten. Sie bezeichnen dezimale Vielfache oder Bruchteile einer Einheit und werden verwendet, um besonders große oder kleine Zahlen darzustellen. So wird der Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichtes mit ca. 400nm-800nm angegeben, also  $400 \cdot 10^{-9} \text{ m} - 800 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ . In Tabelle 2 wird die Exponentenschreibweise benutzt wie sie beim Taschenrechner Anwendung findet: es steht z. B. 1 E 12 für  $1 \cdot 10^{12}$ .

Multiplikator	Vorsilbe	Zeichen	Multiplikator	Vorsilbe	Zeichen
1 E 1	<b>Deka</b>	<b>da</b>	1 E -1	<b>Dezi</b>	<b>d</b>
1 E 2	<b>Hekto</b>	<b>h</b>	1 E -2	<b>Zenti</b>	<b>c</b>
1 E 3	<b>Kilo</b>	<b>k</b>	1 E -3	<b>Milli</b>	<b>m</b>
1 E 6	<b>Mega</b>	<b>M</b>	1 E -6	<b>Mikro</b>	$\mu$
1 E 9	<b>Giga</b>	<b>G</b>	1 E -9	<b>Nano</b>	<b>n</b>
1 E 12	<b>Tera</b>	<b>T</b>	1 E -12	<b>Piko</b>	<b>p</b>
1 E 15	<b>Peta</b>	<b>P</b>	1 E -15	<b>Femto</b>	<b>f</b>

**Tab. 2: Dezimale Einheitenvorsätze**

Ein Beispiel zum Umgang mit physikalischen Größen (Kraft):

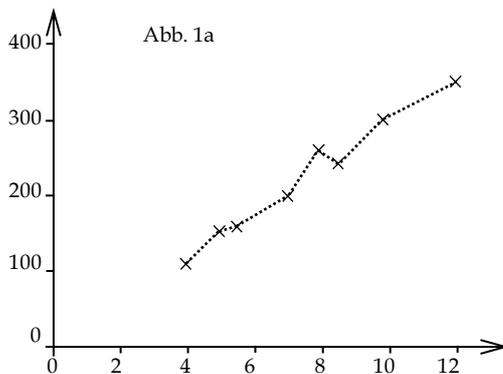
$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{s}{t^2} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{3 \text{ m}}{(4 \text{ ms})^2} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{3 \text{ m}}{16 \cdot 10^{-6} \cdot \text{s}^2} = \frac{3}{16} \cdot 10^6 \text{ N} = \underline{\underline{0,19 \text{ MN}}}$$

## 5. Grafische Datenauswertung

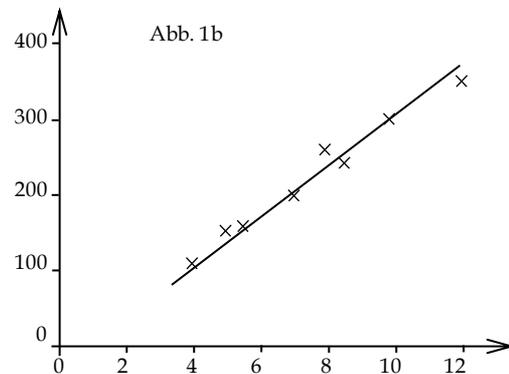
Physikalische Zusammenhänge prägen sich in Form von Grafiken oft leichter ein als durch eine mathematische Formel. Diagramme sind oft ein wichtiger Bestandteil des Protokolls; sie werden immer mit einem dünnen, schwarzen Filzstift oder Kugelschreiber auf ein Netz (sogenanntes Millimeter- oder logarithmisches Papier) eingetragen. Vor der Erstellung eines Diagramms überlege man sich dessen Größe. Solange die Achsen ordentlich beschriftet sind, kann man durch kleine „Tricks“ die Übersichtlichkeit eines Graphen erhöhen; insbesondere brauchen die Achsen nicht immer bei Null (bzw. bei logarithmischen Achsen bei Eins) zu beginnen, die Achsen können verschiedene Skalierungen haben, wie z. B. linear, logarithmisch, reziprok oder hyperbolisch. Werden mehrere Kurven in das gleiche Diagramm eingetragen, werden die verschiedenen Kurven nummeriert und mit einer Legende bezeichnet. Zu jedem Diagramm gehört eine Bildunter- oder Bildüberschrift. Daraus soll in knappen Worten hervorgehen, wozu die Grafik gehört und was sie aussagt.

### 5.1. Grafische Regression

Viele physikalische Gesetze beschreiben lineare Zusammenhänge von physikalischen Messgrößen, d. h. der entsprechende Graph soll eine Gerade sein. Die einzelnen Messpunkte weichen jedoch meistens durch unvermeidliche Ungenauigkeiten bei den Messungen und regelrechte Falschmessungen von der erwarteten Geradenform ab. Liegt solch ein Fall vor, verbindet man nicht etwa die einzelnen benachbarten Messpunkte durch Geraden miteinander (Fieberkurve), sondern zeichnet eine Gerade, welche die Abstände zwischen den Messpunkten und der Geraden minimiert (Ausgleichsgerade). In den meisten Fällen ist eine sogenannte grafische Regression ausreichend, d. h. man zeichnet die Ausgleichsgerade mit Hilfe eines Geodreiecks oder Lineals und etwas Augenmaß in das Diagramm ein. Falsch ist in jedem Falle, sich nur am oberen und unteren Messpunkt zu orientieren und diese Messpunkte durch eine Gerade zu verbinden.



**Abb. 1a:** Dies ist keine Ausgleichsgerade, der lineare Zusammenhang zwischen den Messgrößen geht nicht aus der Kurve hervor!



**Abb. 1b:** Ausgleichende Gerade zwischen den Messwerten repräsentiert den linearen Zusammenhang der Größen.

Für anspruchsvollere Zwecke kann man mit Hilfe eines mathematischen Verfahrens (Lineare Regression) die Lage der Ausgleichsgeraden aus den einzelnen Messwerten berechnen.

## 5.2. Logarithmische Darstellungen

Oft können physikalische Zusammenhänge durch Differentialgleichungen beschrieben werden. Lösungen dieser mathematisch oft komplizierten Gleichungen sind gelegentlich Exponentialfunktionen, denn diese haben einige besondere Eigenschaften,

$$\text{z. B.: } f(x) = e^x = f'(x) = f''(x).$$

Beispiele für solche exponentiellen Zusammenhänge physikalischer Größen, die Ihnen im Praktikum begegnen werden, sind:

- Schwächung der Strahlungsintensität beim Durchgang durch Materie der Dicke  $d$ :

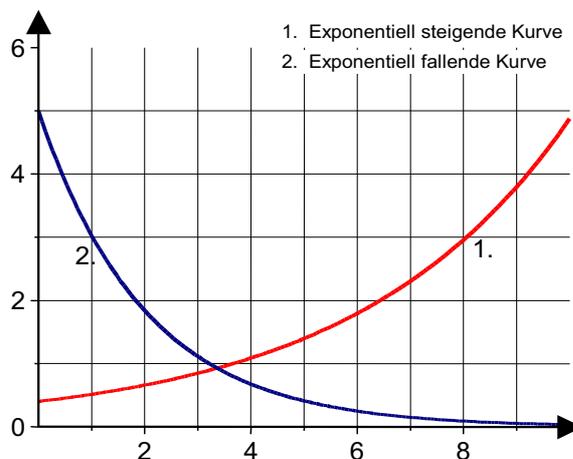
$$I(d) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d} \quad (\text{Schwächungsgesetz})$$

- Anzahl der noch nicht zerfallenen radioaktiven Kerne nach der Zeit  $t$ :

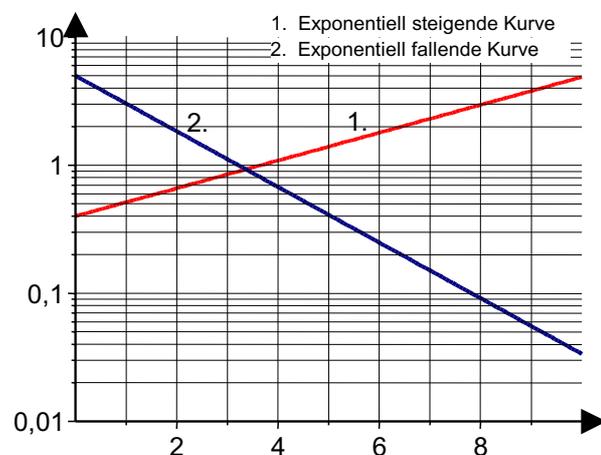
$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad (\text{Zerfallsgesetz})$$

Im linearen Netz gezeichnet ergeben Exponentialfunktionen keine linearen Graphen mehr, sondern Kurven veränderlicher Steigung. Solche Ausgleichskurven zu zeichnen ist aber schwieriger als die Konstruktion von Ausgleichskurven konstanter Steigung.

Um diese Probleme beim Zeichnen zu vermeiden, aber auch um einen bestimmten exponentiellen Zusammenhang nachzuweisen, bedient man sich des halblogarithmischen Netzes. Durch die logarithmische Skalierung einer Achse werden die Funktionswerte der betreffenden physikalischen Größe beim Zeichnen grafisch logarithmiert; man erhält so Messpunkte, die im Rahmen ihrer Fehler auf einer Geraden liegen. Die weitere Vorgehensweise ergibt sich dann aus Abschnitt 5.1.



**Abb. 2a:** Beispiele von Exponentialkurven auf linearem Netz. Ausgleichskurve ist schwer zu zeichnen.



**Abb. 2b:** Beispiele von Exponentialkurven auf halblogarithmischem Netz. Es ist nun einfach, eine Ausgleichsgerade zu zeichnen!

Betrachten wir etwas näher, was mit einer Gleichung des Typs  $f(x) = e^{-x}$  beim Auftragen auf ein halblogarithmisches Netz geschieht. Die dekadische (!) Logarithmierung der Funktion führt zu:

$$f(x) = e^{-x} \quad \Rightarrow \quad \lg f(x) = \lg e^{-x} = -x \cdot \lg e \approx -x \cdot 0,4343$$

Wir erhalten dadurch einen linearen Zusammenhang zwischen  $\lg f(x)$  und  $x$ . Bei der Protokollierung von Messwerten, die einer solchen Funktionen genügen sollen, werden wir also auf halblogarithmischem Netz eine Kurve konstanter Steigung erwarten, wenn wir  $f(x)$ -Werte der logarithmischen und  $x$ -Werte der linearen Koordinate zuordnen. In unseren Beispiel  $f(x) = e^{-x}$  ist die Steigung negativ. Den Einfluss des Koeffizienten kann man gut an Abbildung 2a,b erkennen, in der Exponentialfunktionen mit positiven (Graph 1) und negativen (Graph 2) Koeffizienten zu Geraden mit positiver und negativer Steigung führen.

Bei der Bestimmung von Halbwertszeiten und Halbwertsdicken sollte man etwas Vorsicht walten lassen, denn durch die logarithmische Skalierung ist der Achsenmaßstab gegenüber der linearen Skalierung extrem verzerrt, was zum Umdenken beim Ablesen einer Größe nötig ist. Insbesondere hat das Zeichnen einer Ausgleichsgeraden durch die auf logarithmischem Netz aufgetragenen Messpunkte bei einer deutlichen Streuung naturgemäß nicht mehr durch die visuelle Mitte zu geschehen, sondern ist dem logarithmischen Verlauf der Achsenwerte anzugleichen; die Ausgleichsgerade *scheint* sich also zu etwas höheren Werten zu verschieben. Selbstverständlich ist dieser Aspekt auch zu berücksichtigen, wenn Fehlerbalken zu den Messpunkten gezeichnet werden; die obere Grenze des Fehlerbalkens *scheint* eine kleinere Differenz zum Messpunkt aufzuweisen als die untere Grenze.

## 6. Statistik und Fehlerbehandlung

Messungen physikalischer Größen sind immer fehlerbehaftet. Systematische Fehler können durch unvollkommene Messgeräte, vernachlässigte Einflüsse, Unachtsamkeit etc. entstehen. Systematische Fehler sind kein Thema der Fehlerrechnung. Zufällige Fehler von Messungen dagegen haben statistischen Charakter und besitzen beiderlei Vorzeichen. Die Messwerte streuen um einen Mittelwert. Bei einer einzigen Messung verbietet sich eine Fehlerrechnung, der Fehler ist dann zu schätzen. Für die Darstellung eines physikalischen Messergebnisses muss dessen Stellenzahl der Größe des Fehlers angepasst werden.

### 6.1. Mittelwert einer Messreihe

Wird eine physikalische Größe  $x$  unter messtechnisch gleichen Bedingungen  $n$ -fach gemessen ( $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ ), so streuen die Messwerte über einen gewissen Wertebereich. Große Abweichungen von der Mitte des Wertebereiches sind seltener als kleine. Der arithmetische Mittelwert  $\bar{x}$  nähert sich dem wahren Wert mit zunehmender Anzahl der Messungen immer mehr an.

Messreihe:  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n)$   $n$  : Anzahl der Messwerte

Arithmetischer Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

Hinweise und Erläuterungen

Beispiel: Es wurde fünfmal (also  $n = 5$ ) mit gleicher Genauigkeit und unverändertem Versuchsaufbau die Schwingungsdauer eines Pendels gemessen.

Die Messreihe lautet:

Messung $i$	1	2	3	4	5
$T / s$	20,1	22,2	19,5	20,0	21,2

Der arithmetische Mittelwert berechnet sich dann aus Formel (1) zu:

$$\bar{x} = \frac{20,1s + 22,2s + 19,5s + 20,0s + 21,2s}{5} = 20,6s \quad \text{also ist } \bar{T} = 20,6s$$

## 6.2. Standardabweichung der Einzelmessung

Die Standardabweichung der Einzelmessung (kurz: Fehler der Einzelmessung) ist ein Maß für die Zuverlässigkeit der einzelnen Messwerte innerhalb einer Messreihe, also ein Maß für den Vertrauensbereich einer Einzelmessung. Die Standardabweichung der Einzelmessung ist gegeben durch:

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

Eine Zunahme der Anzahl  $n$  von Messungen führt nicht zu einer Verkleinerung der Standardabweichung; deshalb ist diese Definition günstig für die Charakterisierung von Einzelmessungen. Bei einer sehr großen Anzahl von Messungen fallen 68,3% der Messwerte in den Bereich  $\bar{x} \pm \sigma$  (statistische Sicherheit  $P=68,3\%$ ).

Das Quadrat der Standardabweichung ( $\sigma^2$ ) wird als Streuung (Varianz) bezeichnet.

Beispiel: Berechnung der Standardabweichung der Einzelmessung für die oben angegebene Messreihe aus (2):

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{(20,1 - 20,6)^2 s^2 + (22,2 - 20,6)^2 s^2 + (19,5 - 20,6)^2 s^2 + (20,0 - 20,6)^2 s^2 + (21,2 - 20,6)^2 s^2}{5-1}}$$

$$\sigma_T = 1,09s \quad \Rightarrow \quad \Delta T_i = \pm 1,09s$$

D. h. 68,3% aller Einzelmessungen liegen im Bereich zwischen 19,51s und 21,69s (wenn die Anzahl der Messungen deutlich größer wäre).

Die Bestimmung der Standardabweichungen (Einzelmessung oder Mittelwert) ist bereits bei wenigen Messwerten einfacher und übersichtlicher mit einer Tabelle zu erledigen. Dabei wird neben den Messwerten auch für die Differenzen und deren Quadrate eine Spalte vorgesehen. Für unser Beispiel ergibt sich die folgende Tabelle:

i	T / s	$(T - \bar{T}) / s$	$(T - \bar{T})^2 / s^2$
1	20,1	-0,5	0,25
2	22,2	1,6	2,56
3	19,5	-1,1	1,21
4	20,0	-0,6	0,36
5	21,2	0,6	0,36
$\Sigma$	103,0	0,0	4,74

Die Kontrollgröße ergibt immer Null (bis auf evtl. Rundungsfehler)

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^5 T_i = \frac{103 \text{ s}}{5} = \underline{\underline{20,6 \text{ s}}}$$

$$\Delta T_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^5 (T_i - \bar{T})^2} = \sqrt{\frac{1}{5-1} \cdot 4,74 \text{ s}^2} = \underline{\underline{\pm 1,09 \text{ s}}}$$

### 6.3. Fehler des Mittelwertes

Der Fehler des Mittelwertes ist ein Maß für die Zuverlässigkeit des aus einer Messreihe berechneten Mittelwertes. Der Fehler des Mittelwertes ist eine für die Physik wichtige Größe, denn sie wird zusammen mit dem Mittelwert der Messgröße angegeben. Allein dieser Fehler wird im Praktikum benötigt.

$$\sigma_{\bar{x}} = \Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

Der Vertrauensbereich des Mittelwertes wird kleiner, wenn die Zahl der Messungen größer wird. Darin liegt der wesentliche Unterschied zur Standardabweichung der Einzelmessung. Viele Messungen gleicher Genauigkeit erhöhen also die statistische Sicherheit  $P$  des Mittelwertes weil der Fehler des Mittelwertes mit steigendem  $n$  kleiner wird.

Wie man leicht erkennt gilt:  $\Delta \bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  (4)

und damit für unser Beispiel:  $\underline{\underline{\Delta \bar{T} = \frac{1,09 \text{ s}}{\sqrt{5}} \approx \pm 0,5 \text{ s}}}$

Insgesamt erhalten wir damit für unsere Messung:

$$\underline{\underline{T = \bar{T} \pm \Delta \bar{T} = 20,6 \text{ s} \pm 0,5 \text{ s}}}$$

Die Aussage der Fehlerrechnung ist hier:

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 68,3% liegt der wahre Wert der Größe  $T$  innerhalb des Intervalls von 20,1 s bis 21,1 s. Die Fehlerrechnung macht also nur Wahrscheinlichkeitsaussagen. Damit kann der wahre Wert auch außerhalb der angegebenen Fehlergrenzen liegen.

#### 6.4. Fehlerfortpflanzung bei einfachen Beispielen

In vielen Fällen kann man die zu bestimmende physikalische Größe nicht direkt messen, sondern muss sie aus anderen gemessenen Größen berechnen.

Beispiel: Bestimmung der gleichförmigen Geschwindigkeit eines Körpers durch Weg / Zeit - Messungen.

Aus der in der Zeit  $t$  zurückgelegten Strecke  $s$  kann nach  $v = s/t$  (= Messgleichung) die Durchschnittsgeschwindigkeit des Körpers berechnet werden. Folgende Messreihen wurden protokolliert:

##### Wegmessung

15,1 m	14,6 m	15,3 m	16,0 m	15,5 m	$\Rightarrow \bar{s} = 15,3 \text{ m}$	$\Rightarrow \Delta\bar{s} = 0,23 \text{ m}$
--------	--------	--------	--------	--------	--	--

##### Zeitmessung

3,2 s	2,9 s	2,9 s	2,8 s	3,0 s	$\Rightarrow \bar{t} = 2,96 \text{ s}$	$\Rightarrow \Delta\bar{t} = 0,068 \text{ s}$
-------	-------	-------	-------	-------	--	---

Das Problem besteht nun darin, die beiden Standardabweichungen des Mittelwertes ( $\Delta\bar{s}$  und  $\Delta\bar{t}$ ) in das Ergebnis für  $v$  einfließen zu lassen.

Eine Lösung liefert das *Gaußsche* Fehlerfortpflanzungsgesetz.

In der Praxis genügen auch Näherungsverfahren:

Mit den Werten  $(\bar{s} \pm \Delta\bar{s})$  und  $(\bar{t} \pm \Delta\bar{t})$  ergibt sich z. B. die Geschwindigkeit  $(\bar{v} \pm \Delta\bar{v})$  mit

$$\bar{v} = \frac{\bar{s}}{\bar{t}} \quad \text{und} \quad v = v \pm \Delta v = \frac{\bar{s} \pm \Delta\bar{s}}{\bar{t} \pm \Delta\bar{t}}.$$

Den größten Wert von  $v$  ( $v = \bar{v} + \Delta\bar{v}$ ) erhält man, wenn der größte Wert von  $s$  ( $s = \bar{s} + \Delta\bar{s}$ ) und der kleinste Wert von  $t$  ( $t = \bar{t} - \Delta\bar{t}$ ) eingesetzt werden:

$$\bar{v} + \Delta\bar{v} = \frac{\bar{s} + \Delta\bar{s}}{\bar{t} - \Delta\bar{t}}.$$

Damit ist  $\Delta\bar{v}$  bestimmt und man hat auf einfache Weise  $v = \bar{v} \pm \Delta\bar{v}$ .

## 7. Ergänzungen zum Versuch „Radioaktivität“

### 7.1. Strahlenbelastungen

Man unterscheidet zwischen natürlichen und zivilisatorischen Strahlenbelastungen.

#### Natürliche Strahlenbelastung

mittlere Ganzkörperdosis über die Bevölkerungszahl gemittelt

1. Äußere Strahlungsquellen	
1.1. Kosmische Strahlung <sup>1</sup>	0,3 mSv/a
1.2. Terrestrische Strahlung <sup>2</sup>	0,5 mSv/a
2. Innere Strahlungsquellen	
2.1. Aufnahme mit Nahrung ( <sup>14</sup> C, <sup>40</sup> K, Radon, Radium)	0,3 mSv/a
2.2. Aufnahme mit Atemluft <sup>3</sup> (Radon, Radium)	1,3 mSv/a
	2,4 mSv/a
SUMME	

Wegen möglicher genetischer Schäden hat die ICRP<sup>4</sup> die höchstzulässige Ganzkörperdosis für Normalpersonen auf 5mSv/a festgelegt.

### 7.2. Strahlenkrankheiten

- Symptome bei Energiedosen bis 0,3 Gy heilen in fast allen Fällen wieder aus. Ab einer Ganzkörperdosis von 1 Gy (kritische Dosis) werden nachweisbare klinische Symptome beobachtet:  
Fieber, Infektionen, Blutungen, beginnender Haarausfall; Strahlenspät Schäden.
- Bei 4,5 Gy führt die Hälfte aller Strahlungserkrankungen zum Tode. Symptome: Haarausfall, Blutbildveränderung (Lympho - und Leukopenie), Zeichen von Anämie, Entzündungen in Mund und Rachen; Strahlenspät Schäden.
- Energiedosen über 6 Gy sind in allen Fällen tödlich. 100% Mortalität in der 3. Woche.
- Bei extrem hohen Dosen (>100 Gy) tritt der Tod in Minuten ein.

### 7.3. Grenzwerte

Folgende Äquivalentdosisleistungen sind in Deutschland von Gesetzes wegen zugelassen: (StrSchV von 2018, §45.1)

1. Effektive Dosis, Teilkörperdosis für Keimdrüsen, Gebärmutter, rotes Knochenmark	0,3 mSv/a
2. Teilkörperdosis für alle Organe und Gewebe, soweit nicht unter 1. und 3. genannt	0,9 mSv/a
3. Teilkörperdosis für Knochenhautoberfläche, Haut	1,8 mSv/a

---

<sup>1</sup> Mit zunehmender Höhe nimmt die Höhenstrahlung zu.

<sup>2</sup> Im Freien ca. 25 % niedriger als in Gebäuden.

<sup>3</sup> In ungelüfteten Betonräumen sind die Werte ca. fünfmal höher.

<sup>4</sup> International Commission on Radiological Protection (Internationale Kommission für Strahlenschutz)

## 8. Anhang

### 8.1. Erste Orientierung über die Messwertprotokollierung

**Eine physikalische Größe**, hier z. B. eine Temperatur  $t$ , ist das Produkt aus einer Zahl und einer Einheit:

$$t = \text{Zahl} \cdot \text{Einheit}$$

Fehlerhaft sind die Notationen  $t = 20$  und  $t = ^\circ\text{C}$ , richtig dagegen  $t = 20 \cdot 1^\circ\text{C} = 20^\circ\text{C}$ .

**Logarithmische Koordinaten** werden für die Praktikumsversuche verwendet, um potentielle (z. B.  $y = x^4$ ) oder exponentielle (z. B.  $y = 10^x$ ) Zusammenhänge von physikalischen Messgrößen übersichtlich darzustellen. Zu unterscheiden sind halblogarithmische und doppeltlogarithmische Netze. Die Logarithmierung einer Exponentialfunktion zeigt, dass sie auf halblogarithmischem Netz als Gerade dargestellt werden kann, wenn die Werte der logarithmierten Größe auf der logarithmischen Achse aufgetragen werden:

$$y = 10^{a \cdot x} \Rightarrow \lg y = a \cdot x.$$

Auf die gleiche Weise zeigt sich, dass eine Potenzfunktion auf doppeltlogarithmischem Netz eine Geradendarstellung ihrer Funktionswerte ergibt:

$$y = x^4 \Rightarrow \lg y = 4 \cdot \lg x.$$

**Beispiel:** Zahlen sind auf logarithmischer Skala durch Kreuze markiert: 13, 20, 35



**Darstellung von Messwerten** von physikalischen Größen in Diagrammen und Graphen:

Man trägt auf einer Koordinate den Messwert pro Einheit auf, d. h. eine reine Zahl; z. B.  $t = 25^\circ\text{C}$ :

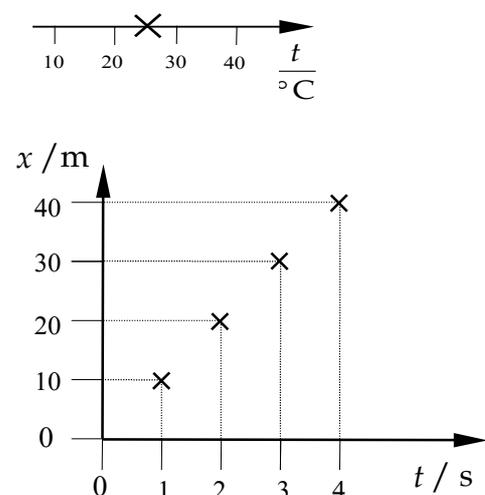
In nebenstehendem Koordinatensystem sind einige Messwerte grafisch notiert, für den zurückgelegten Weg eines Läufers pro Einheit (Meter) gegen die dafür benötigte Zeit pro Einheit (Sekunden).

$t / \text{s}$	$x / \text{m}$
1	10
2	20
3	30
4	40

Dadurch, dass am Achsenkopf die physikalische Größe (z. B.  $x = 30\text{m}$ ) durch die Einheit (1m) dividiert wird, kann man an den Achsen reine Zahlen auftragen.

Ähnlich verfährt man bei Tabellen: Im „Tabellenkopf“ steht die Größe durch ihre Einheit dividiert, im

Zahlenbereich reine Zahlen.



Die Fehlerrechnung im Praktikum erfordert z. B. die Bestimmung des „Fehler des Mittelwertes“, als „absoluter Fehler“ oder als „relativer Fehler“.

### Beispiele:

- Relativer Fehler am Beispiel einer Temperaturmessung in Grad Celsius:

Der Fehler (absoluter Fehler) der Temperaturmessung sei  $\Delta t = \pm 0,25^\circ\text{C}$ , der Messwert  $t = 40^\circ\text{C}$ , dann ist der relative Fehler

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\pm 0,25^\circ\text{C}}{40^\circ\text{C}} = \pm 0,0063 = \pm 0,63\%$$

- Standardabweichung  $\sigma_{\bar{t}}$  des Mittelwertes  $\bar{t}$  am Beispiel von vier ( $n=4$ ) Zeitmessungen:

$i$	$t / s$	$(t - \bar{t}) / s$	$(t - \bar{t})^2 / s^2$
1	11,5	+0,5	0,25
2	10,0	-1,0	1,00
3	10,5	-0,5	0,25
4	12,0	+1,0	1,00
$\sum_{i=1}^4$	44,0	0	2,50

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n} = \frac{44,0s}{4} = \underline{\underline{11,0s}}$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{2,50 \cdot s^2}{4 \cdot 3}} = \underline{\underline{\pm 0,46s}} \cong \pm 0,5s$$

(Fehler dürfen großzügig aufgerundet werden)

Das Ergebnis Ihrer Messung wäre dann  $t = (11,0 \pm 0,5)s = 11,0s \pm 4,5\%$

Für diejenigen Studierenden, die Grundlagenwissen selbst dieser Art auffrischen wollen / müssen, steht das „PBS-Skript“ zur Verfügung (Bezugsquelle und einige Freixemplare durch AssistentInnen).

## 8.2. Physikalische Größen und deren Einheiten

Zeichen	Einheit	Erklärung mit Umrechnung
$v$	m/s	Geschwindigkeit
$c$	m/s	konstante Geschwindigkeiten von z. B. Licht oder Schall
$a$	m/s <sup>2</sup>	Beschleunigung ( $a=dv/dt$ ; Geschwindigkeitsänderung pro Zeit)
$g$	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung ( Normwert: $g_0=9,80665$ m/s <sup>2</sup> )
$F$	N (Newton)	Kraft $1N=1kgm/s^2$ ( $F = m \cdot a$ , Masse mal Beschleunigung)
$W$	J (Joule)	Arbeit, Energie $1J=1N \cdot 1m=1W \cdot 1s$
$P$	W (Watt)	Leistung $1W=1J/s$ ( $P = W/t$ ; Arbeit pro Zeit)
$I$	W/m <sup>2</sup>	Intensität ( $I = E/(A \cdot t)$ Energie je Zeit- und Flächeneinheit)
$p$	Pa (Pascal)	Druck $1Pa=1N/m^2$ ( $p = F/A$ ; Kraft pro Fläche)
	bar (Bar, Meteorologie)	Umrechnung: 1bar = 1000 hPa = 100 kPa = 750 Torr
	Torr (Torr, Vakuumtech.)	Normluftdruck: $p_0=101,325kPa=1013,25hPa=1013,25mbar=760Torr$
$D$	N/m	Federkonstante ( $D = F/s$ ; Kraft pro Auslenkung)
$\rho$	g/cm <sup>3</sup>	Dichte (Masse pro Volumeneinheit)
$f$	m (Meter)	Brennweite
$D$	dpt (Dioptrie)	Brechwert(-kraft) $1dpt=1m^{-1}$ ( $D = 1/f$ ) {nicht Brechzahl !}
$n$	1 (Eins)	Brechzahl ( $n = c_0/c$ ) {nicht Brechwert od. Brechungsindex}
$\lambda$	m (Meter)	Wellenlänge
$\nu, f$	Hz (Hertz)	Frequenz $1Hz=1/s$ (Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit)
$\omega$	1/s	Kreisfrequenz ( $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ )
$T$	s (Sekunde)	Periode ( $T = 1/\nu$ ; Dauer einer Schwingung)
$t$	s (Sekunde)	Zeit
$\alpha, \phi, \varphi$	grd (Grad)	Winkel, Phasenwinkel in Grad $360^\circ=6,28rad=2\pi$
$\alpha, \phi, \varphi$	rad (Radian)	Winkel, Phasenwinkel im Bogenmaß ( $2\pi \hat{=} 360^\circ$ )
$T$	K (Kelvin)	Temperatur (thermodynamische, absolute)
$t$	°C (Grad Celsius)	Temperatur
$\Delta Q$	J (Joule)	Wärmeenergie, auch Wärmemenge
$C$	J/K	Wärmekapazität (Energie pro Kelvin)
$c_m$	KJ/(kg·K)	spezifische Wärmekapazität (Energie pro Kelvin + Kilogramm)
$c$	g/cm <sup>3</sup>	Konzentration einer Lösung (oft in g/100cm <sup>3</sup> angegeben)
$\eta$	Pa·s (Pascalsekunde)	dynamische Viskosität $1Pa \cdot s = 1N \cdot s/m^2$
$\eta$	1 (Eins)	Wirkungsgrad (z. B. als Energieverhältnis: $E_{\text{nutz}}/E_{\text{aufgewendet}}$ )
$I$	A (Ampere)	elektrische Stromstärke (transportierte Ladung je Sekunde)
$U$	V (Volt)	elektrische Spannung (Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten)
$R$	$\Omega$ (Ohm)	elektrischer Widerstand $1\Omega=1V/A$ ( $R = U/I$ )
$P$	W (Watt)	elektrische Leistung $1W=1V \cdot A$
$Q$	C (Coulomb)	elektrische Ladung $1C=1A \cdot s$
$e$	C (Coulomb)	Elementarladung: $e_0=1,602 \cdot 10^{-19}$ C
$C$	F (Farad)	Kapazität $1F=1A \cdot s/V$ (Ladung, die je ein Volt aufgenommen wird)
$L$	H (Henry)	Induktivität $1H=1V \cdot s/A$ (Spannung je Stromänderungsgeschw. $dI/dt$ )
$D$	Gy (Gray)	Energiedosis $1Gy=1J/kg$ (in einem Körper deponierte Energie je kg)
$H$	Sv (Sievert)	Äquivalentdosis $1Sv=1J/kg$ ( $H = q \cdot D$ ; früher: $D_q$ )
$q$	Sv/Gy	Bewertungsfaktor ( $q = H/D$ )
$I$	C/kg	Ionendosis (erzeugte Ladung eines Vorzeichens je ein kg)
$A$	Bq (Becquerel)	Aktivität $1Bq=1/s$ (Anzahl der Zerfälle je eine Sekunde)

Tab. 3: Im Praktikum benutzte Größen und deren Einheiten

## 8.3. Auswahl physikalischer Konstanten

<i>Avogadro</i> - Konstante	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$
Molare Gas konstante	$R_m = 8,3145 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
<i>Boltzmann</i> - Konstante	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Elektrische Elementarladung	$e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
<i>Faraday</i> - Konstante	$F = 96\,485,3 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2,99\,792\,458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Normfallbeschleunigung	$g = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
<i>Planck</i> - Konstante	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Schallgeschwindigkeit in Luft (bei $t = 20^\circ \text{C}$ )	$c = 344 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
<i>Stefan-Boltzmann</i> - Konstante	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
Viskosität von Wasser (bei $t = 20^\circ \text{C}$ )	$\eta = 1,002 \text{ mPa} \cdot \text{s}$

## 8.4. Griechische Buchstaben

Zur Darstellung physikalischer Größen und Einheiten werden oft Buchstaben des Griechischen Alphabetes herangezogen.

A	$\alpha$	a	Alpha
B	$\beta$	b	Beta
$\Gamma$	$\gamma$	g	Gamma
$\Delta$	$\delta$	d	Delta
E	$\varepsilon$	e	Epsilon
Z	$\zeta$	z	Zeta
H	$\eta$	e	Eta
$\Theta$	$\theta, \vartheta$	th	Theta
I	$\iota$	j	Jota
K	$\kappa$	k	Kappa
$\Lambda$	$\lambda$	l	Lambda
M	$\mu$	m	My
N	$\nu$	n	Ny
$\Xi$	$\xi$	x	Xi
O	$\omicron$	o	Omikron
$\Pi$	$\pi$	p	Pi
P	$\rho$	r	Rho
$\Sigma$	$\sigma$	s	Sigma
T	$\tau$	t	Tau
Y	$\upsilon$	y	Ypsilon
$\Phi$	$\varphi$	ph	Phi
X	$\chi$	ch	Chi
$\Psi$	$\psi$	ps	Psi
$\Omega$	$\omega$	o	Omega

**Tab. 4 Griechisches Alphabet**

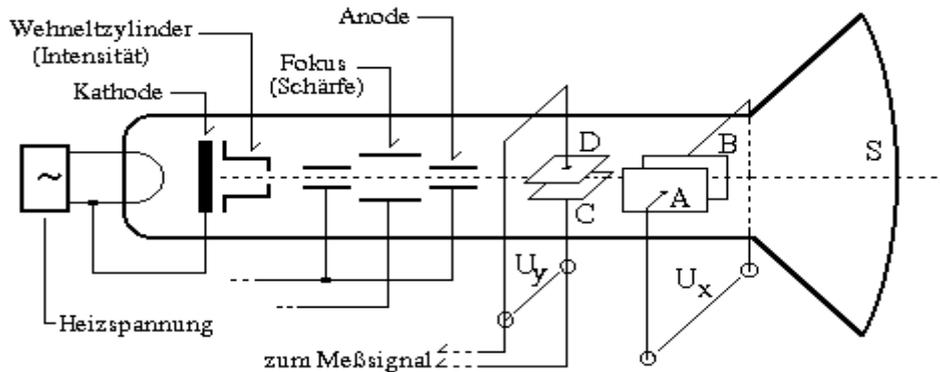
**Pi:** In der Euklidischen Geometrie ist die Zahl Pi definiert als das Verhältnis des Umfanges zum Durchmesser eines Kreises:  $\pi = U/d$ . Pi ist eine transzendente Zahl und heute auf mehr als 480 Millionen Stellen berechnet (David und Gregorny Chudnovsky, Columbia Univ. USA). Im Praktikum ist es nicht unbedingt nötig, mit so hoher Genauigkeit zu rechnen,  $\pi = 3,14$  tut's auch.

$\pi = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164$   
 $0628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172$   
 $5359408128481117450284102701938521105559644622948954930381964422810975$   
 $6659334461284756482337867831652712019091456585669234603486104543266482 \dots$

## 9. Oszilloskop

### 9.1 Prinzip des Elektronenstrahl-Oszilloskops

Mit Glühkathode, Wehneltzylinder und Anode wird ein gebündelter Elektronenstrahl erzeugt. Zwei Plattenpaare  $AB$  und  $CD$  erlauben das Anlegen elektrischer Felder, die den Strahl horizontal und vertikal ablenken. Beim Auftreffen auf einem Fluoreszenzschirm  $S$  erzeugt der Elektronenstrahl sichtbares Licht. In vertikaler Richtung wird die zu untersuchende periodische Spannung  $U_y$  angelegt, in horizontaler Richtung eine Sägezahn- oder Kippspannung  $U_x$ . Um ein stehendes Bild zu erhalten, lässt man die Sägezahnspannung immer dann beginnen, wenn die vertikale Spannung einen einstellbaren Wert, die Triggerschwelle, überschreitet. Dieser Vorgang des zu einem bestimmten Wert der Messspannung synchronisierten Eintaktens des Elektronenstrahles heißt Triggern.



Das Oszilloskop ist ein Gerät zur Messung (vor allem) rasch veränderlicher elektrischer Signale (Spannung, Strom). Ein schneller Elektronenstrahl trifft auf einen Fluoreszenzschirm und erzeugt einen Leuchtfleck. Der Elektronenstrahl kann durch zwei Paare von zueinander senkrechten Plattenkondensatoren, an die Spannungen angelegt werden, abgelenkt werden. I.A. wird an das horizontale Paar intern eine „Sägezahnspannung“ gelegt, die dazu führt, dass der Leuchtfleck auf der horizontalen Mittellinie mit konstanter Geschwindigkeit (einstellbar) von links nach rechts läuft. Rechts angekommen springt er zurück und läuft wieder nach rechts.

An das senkrechte Plattenpaar wird die zu messende Spannung gelegt. Ist es eine sinusförmige Wechselspannung, so wird der Strahl maximal nach oben ausgelenkt, wenn der Sinus gerade sein Maximum hat, maximal nach unten, wenn der Sinus sein Minimum hat usw. Der Leuchtfleck beschreibt also genau die Sinuskurve. Damit man die Kurve insgesamt sehen kann, braucht man entweder ein „Speicheroszilloskop“ oder die Sinuskurve muss so oft pro Sekunde über den Bildschirm laufen, dass das Auge ein stehendes Bild zu sehen glaubt (schneller als  $\sim 25$  Hz). Dabei ist wichtig, dass die Sinuskurve links immer an derselben Stelle beginnt. Das wird durch das (automatische oder manuelle) Triggern erreicht: die Kurve läuft links immer erst bei einem ganz bestimmten Spannungswert los.

### 9.2 Unser verwendetes Oszilloskop

Das im Praktikum verwendete Oszilloskop (Abb. 4) ist ein Zweistrahloszilloskop, d.h. man kann gleichzeitig zwei Spannungen darstellen.

Am Oszilloskop gibt es (viele) Knöpfe. Die wichtigsten sind:

1. Bedienknopf „VOLTS/DIV“: hiermit wird eingestellt, wie viel Volt einer Ablenkung von 1 „DIV“ (senkrecht Rastermaß) entsprechen soll.
2. Bedienknopf „TIME/DIV“: hiermit wird eingestellt, wie viel Zeit der Leuchtfleck brauchen soll, um 1 DIV (horizontal) zurückzulegen.
3. Schalter „TRIGGER MODE“: sollte zunächst auf „AUTO“ stehen.

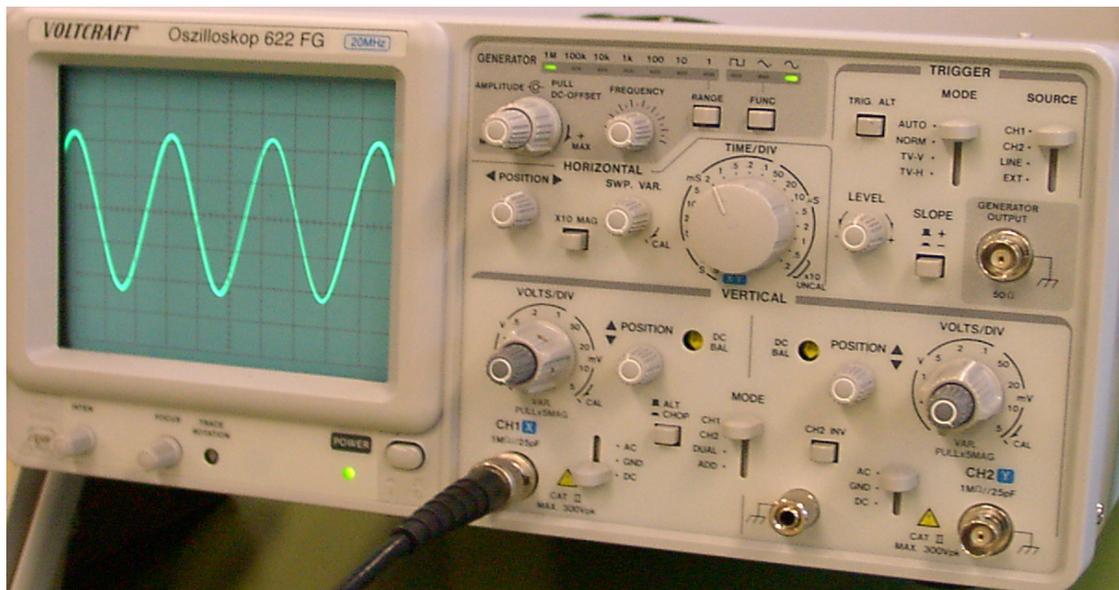
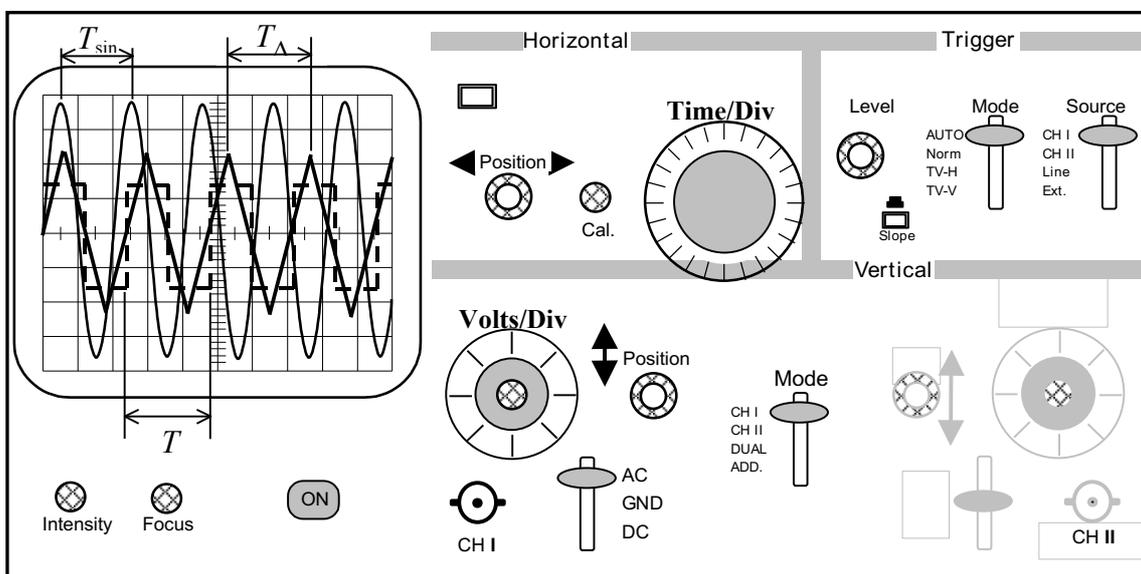


Abb. 4: Zweistrahloszilloskop



### 9.3 Zusätzliche Funktionen des Oszilloskops

#### Externe Horizontalablenkung, z.B. x-y-Betrieb

Üblicherweise erfolgt die horizontale Ablenkung des Elektronenstrahles zeitabhängig durch die interne Timebase-Schaltung des Oszilloskops. Auf eine zeitabhängige Führung des Elektronenstrahles über den Bildschirm (mit konstanter Geschwindigkeit von links nach rechts) kann aber gänzlich verzichtet werden. Das kann u. a. sinnvoll sein, wenn eine Wechselspannung mit einer anderen direkt verglichen werden soll.

Ebenso wie der Elektronenstrahl seine vertikale Höhe ( $y$ -Richtung) der Größe der Messspannung verdankt, ist es möglich, die horizontale Ablenkung durch eine extern zugeführte Spannung zu bewirken. Der Timebase-Schalter ist dazu in die X-Y-Stellung zu bringen. Damit ist die interne Zeitbasis ausgeschaltet, die Horizontalablenkung wird dem CH1-Eingang und die Vertikalablenkung dem CH2-Eingang zugeordnet. Auf diese Weise lassen sich z. B. die Frequenzen zweier Schwingungen vergleichen (Lissajous-Figuren).

Wenn das Frequenzverhältnis der zu vergleichenden Schwingungen ein rationales ist, erhält man eine stehende Lissajous-Figur, die um so einfacher ist, je kleiner das (ganzzahlige) Frequenzverhältnis der Schwingungen ist.

## 10. Musterprotokoll

### Messprotokoll Versuch 3, 13.9.1907, Partner Albert Einstein

#### Aufgabe 1

##### Eigenfrequenz des Drehpendels messen

Dauer von 50 Schwingungen bei anfänglicher Auslenkung von 8 Skalenteilen:

$$\underline{t=92,03s}$$

Dauer von 50 Schwingungen bei anfänglicher Auslenkung von 4 Skalenteilen:

$$\underline{t=91,78s}$$

#### Aufgabe 2

##### Freie, gedämpfte Schwingung

$t/T$	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
$y/\text{Skt}(\text{rechts})$	9,0	7,5	6,1	5,2	4,3	3,5	2,8	2,3	/
$t/T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y/\text{Skt}(\text{links})$	-10	-8,1	-6,9	-5,6	-4,6	-3,9	-3,0	-2,7	-2,0

**Tabelle 1:** Amplitudenmessungen einer freien gedämpften Schwingung,  
Dämpfungsstrom:  $I=0,3A$

$t/T$	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
$y/\text{Skt}(\text{rechts})$	7,0	3,3	1,5	0,5	0,2	0,1	0,1	/	/
$t/T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y/\text{Skt}(\text{links})$	-10	-5,3	-2,8	-1,2	-0,6	-0,4	-0,2	/	/

**Tabelle 2:** Amplitudenmessungen einer freien gedämpften Schwingung,  
Dämpfungsstrom:  $I=0,6A$

**Aperiodischer Grenzfall:**  $I_{Ap}$  zwischen 1,6A und 2,2A

#### Aufgabe 3

##### Resonanzkurve einer erzwungenen Schwingung

$U/V$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y/\text{Skt}(\text{links})$	0,8	0,9	1,2	1,9	1,5	1,0	0,7	0,5	0,4

weitere Messwerte für den Resonanzbereich:

$U/V$	7,1	7,2	7,4	7,6	7,8	/
$y/\text{Skt}(\text{links})$	2,1	2,2	2,2	2,0	1,9	/

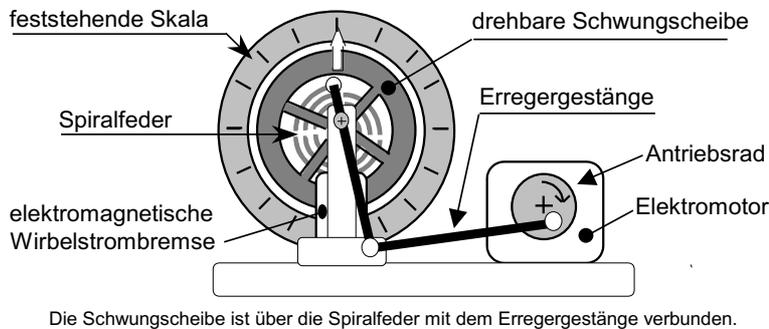
**Tabelle 3:** Amplitudenmessungen einer erzwungenen gedämpften Schwingung,  
Dämpfungsstrom:  $I=0,5A$

Dauer von 50 Schwingungen bei der Resonanzstelle:  $\underline{t=95,0s}$

# Auswertung

## Versuch 3, Mechanische Schwingungen

Im Versuch wurde das freie Schwingungsverhalten eines Drehpendels im ungedämpften und im gedämpften Zustand sowie das Resonanzverhalten bei erzwungener Schwingung untersucht. Dafür wurden die charakteristischen Größen: Periode, Frequenz und Amplitude bestimmt.



**Bemerkung:**  
Dieser erste Teil mit einer Gesamtskizze und Gesamtbeschreibung macht nicht in allen Versuchen Sinn, bietet sich hier aber an. Bei anderen Versuchen wird bei jeder Aufgabe eine Skizze und eine Beschreibung erforderlich sein.

Graph1: Drehpendel mit Wirbelstrombremse

**Aufgabe 1:** Eigenfrequenz des Drehpendels bestimmen

**Einleitung, Aufbau, Durchführung und Rechnung :**

Das oben skizzierte Drehpendel wurde durch drehen des Motors auf 0 Skalenteile gestellt und 4, bzw 8 SKT ausgelenkt. Die Zeit für 50 Perioden wurde bestimmt.

Aus der gemessenen Zeit für 50 Perioden errechnet sich die Periodendauer, die Eigenfrequenz und die Kreisfrequenz des frei schwingenden Drehpendels zu:

Messwerte:

Dauer von 50 Schwingungen bei anfänglicher Auslenkung von 8 Skalenteilen:

$$\underline{\underline{t=92,03s}}$$

Dauer von 50 Schwingungen bei anfänglicher Auslenkung von 4 Skalenteilen:

$$\underline{\underline{t=91,78s}}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{((92,03 + 91,78) : 2)s}{50} = \underline{\underline{1,84s}} \quad \nu_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,84s} \approx \underline{\underline{0,543Hz}} \quad \omega_0 = 2\pi\nu_0 = \underline{\underline{3,41 s^{-1}}}$$

**Fehlerdiskussion:** Die Messung erfolgte mit einer Hand-Stoppuhr. Da sich die Zeitmessung über 50 Perioden erstreckte, sind Fehler im Frequenzwert erst in der vierten Dezimalstelle zu erwarten.

Bei geschätztem  $\Delta t = \pm 0,5s$  wird der relative Fehler etwa:  $\Delta t / T \approx 0,5/90 \approx 6 \cdot 10^{-3}$ .

**Fazit:**

Die Eigenfrequenz  $\omega_0$  wurde zu  $\omega_0 = \underline{\underline{3,41 s^{-1}}}$  bestimmt.

Für beide Auslenkungen wurde innerhalb der Fehlergrenzen, die durch eigene Reaktionsfähigkeit vorgegeben sind, der gleiche Messwert ermittelt. Die Periodendauer ist danach unabhängig von der maximalen Auslenkung (Amplitude).

## Aufgabe 2: Freie, gedämpfte Schwingungen

### Einleitung, Aufbau, Durchführung:

Dem Aufbau in Aufgabe 1 (Siehe Skizze oben) wurde eine Dämpfung hinzugefügt.

Für die Dämpfung der freien Schwingungen wurde eine Wirbelstrombremse verwendet, die mit zwei verschiedenen Stromwerten betrieben wurde.

Für die Ausgangsamplituden wurde das Drehpendel versehentlich, anders als im Skript gefordert, um 10 Skaleneinheiten nach links ausgelenkt.

Nun wurden die Werte für die Amplituden rechts und links aufgenommen und auf linearem und halblogarithmischem Papier aufgetragen.

### Messwerte:

#### Freie, gedämpfte Schwingung

$t/T$	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
$y/Skt(\text{rechts})$	9,0	7,5	6,1	5,2	4,3	3,5	2,8	2,3	/
$t/T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y/Skt(\text{links})$	-10	-8,1	-6,9	-5,6	-4,6	-3,9	-3,0	-2,7	-2,0

**Tabelle 1:** Amplitudenmessungen einer freien gedämpften Schwingung,  
Dämpfungsstrom:  $I=0,3A$

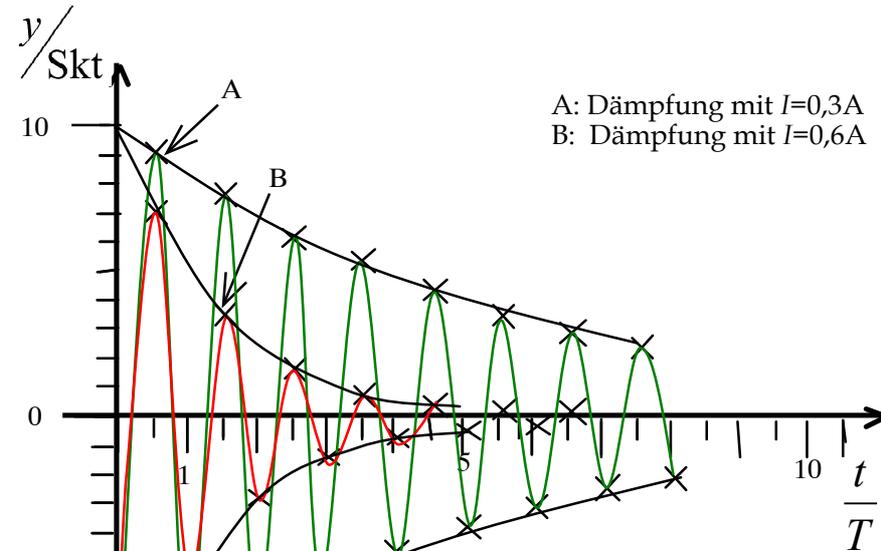
$t/T$	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
$y/Skt(\text{rechts})$	7,0	3,3	1,5	0,5	0,2	0,1	0,1	/	/
$t/T$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y/Skt(\text{links})$	-10	-5,3	-2,8	-1,2	-0,6	-0,4	-0,2	/	/

**Tabelle 2:** Amplitudenmessungen einer freien gedämpften Schwingung,  
Dämpfungsstrom:  $I=0,6A$

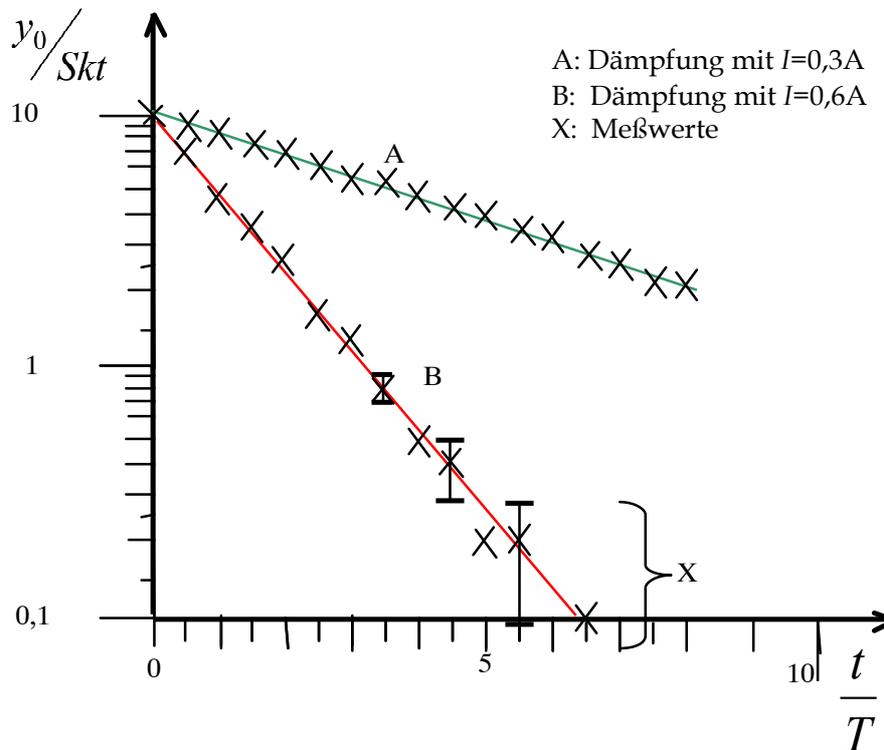
**Aperiodischer Grenzfall:**  $I_{Ap}$  zwischen 1,6A und 2,2A

Bemerkung: Nicht immer ist eine Wiederholung der Messwerte nötig, kann aber nötig werden, wenn das Messprotokoll schwer lesbar ist oder es der Übersichtlichkeit dient.

## Graphische Auswertung zweier freier, gedämpfter Schwingungen



**Graph 1:** Abhängigkeit der Amplituden zweier freier, gedämpfter Schwingungen von der Periodenzahl



**Graph 2:** Verlauf der Amplituden zweier freier, gedämpfter Schwingungen als Funktion der Periodenzahl

**Fehlerdiskussion:**

Das Ablesen der Amplituden während der Bewegung war eine Herausforderung und ist deshalb mit einem höheren Fehler behaftet, als das Ablesen auf 0,1 SKT nahe legt, mindestens +/- 0,2 SKT.

**Fazit:**

Die grafische Darstellung der Amplituden in Abhängigkeit der Periodenzahl auf linearem Netz zeigt für beide gedämpften Schwingungen bereits einen nicht linearen Zusammenhang beider Größen; die Darstellung auf halblogarithmischem Netz bestätigt für beide Schwingungen einen exponentiellen Zusammenhang innerhalb der zu erwartenden Fehlergrenzen ( $|\Delta y| = 0,2 \text{ SKT}$  wird angenommen), da sich durch die Messwerte eine Gerade als Ausgleichskurve legen lässt. Einige Fehlerbalken sind exemplarisch den Messwerten hinzugefügt.

**Aufgabe 3: Resonanzkurve einer erzwungenen, gedämpften Schwingung****Einleitung, Aufbau, Durchführung und Rechnung:**

Dem Aufbau in Aufgabe 2 wurde nun noch ein Motor zugeschaltet, der das „erzwingen“ übernahm.

Die Spannung des Erregermotors sollte als proportional zu seiner Frequenz angesehen werden; deshalb kann die Pendelamplitude als Funktion dieser Spannung die Resonanzkurve zeigen. Das Schwingungsverhalten wurde mit einer konstanten Dämpfung bei einem Strom von  $I = 0,5 \text{ A}$  untersucht. Bei der ermittelten Resonanzstelle bei der Spannung  $U = 7,3 \text{ V}$  wurde die Zeit für 50 Schwingungen gemessen. Daraus errechnet sich die Resonanzfrequenz zu:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{95 \text{ s}}{50} = \underline{\underline{1,90 \text{ s}}} \quad v_{\text{res}} = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,90 \text{ s}} = \underline{\underline{0,526 \text{ Hz}}} \quad \omega_{\text{res}} = 3,31 \text{ s}^{-1}$$

**Messwerte:**

$U / \text{V}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$y / \text{Skt}(\text{links})$	0,8	0,9	1,2	1,9	1,5	1,0	0,7	0,5	0,4

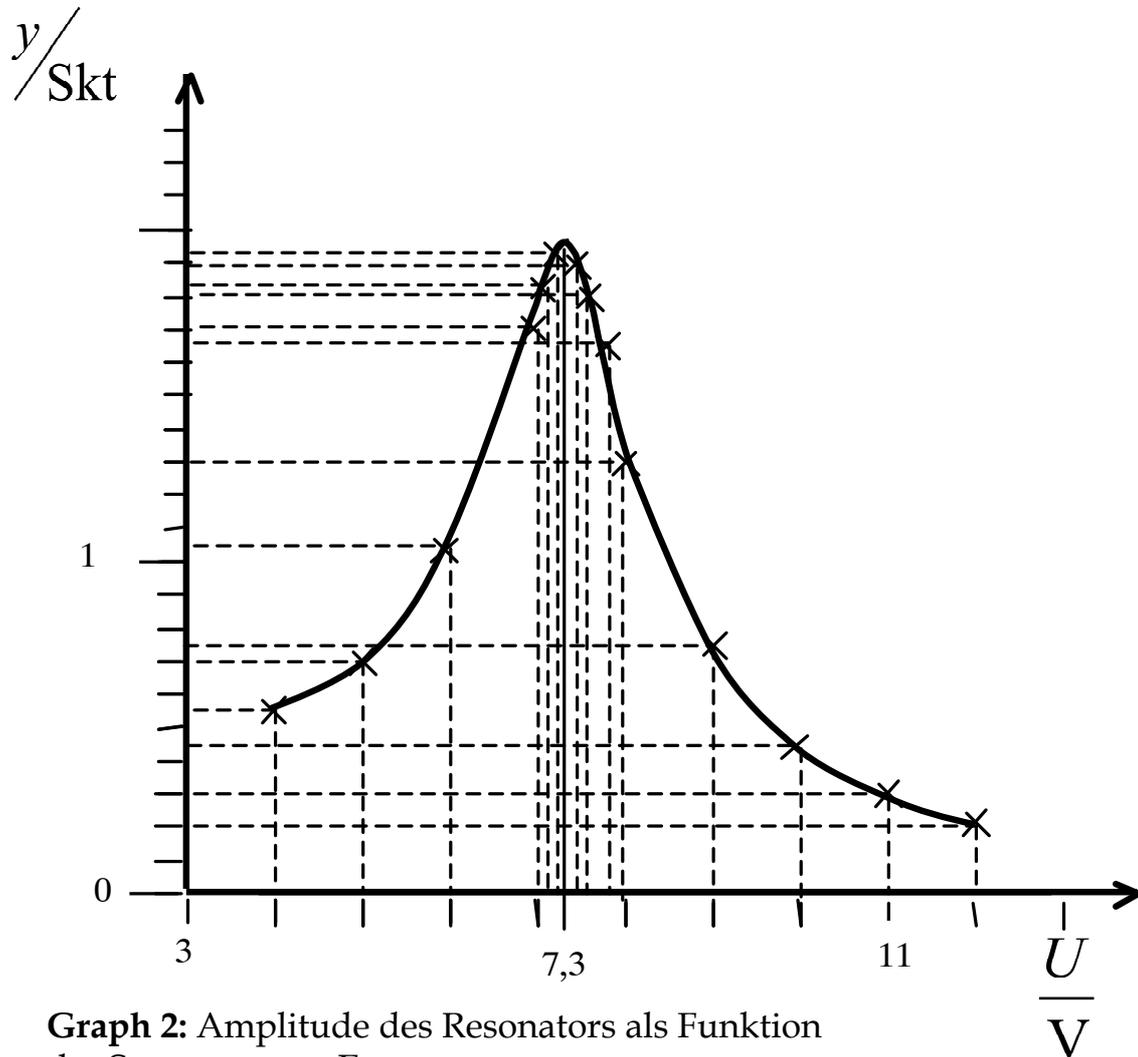
weitere Messwerte für den Resonanzbereich:

$U / \text{V}$	7,1	7,2	7,4	7,6	7,8	/
$y / \text{Skt}(\text{links})$	2,1	2,2	2,2	2,0	1,9	/

**Tabelle 3:** Amplitudenmessungen einer erzwungenen gedämpften Schwingung, Dämpfungsstrom:  $I = 0,5 \text{ A}$

Bemerkung: Nicht immer ist eine Wiederholung der Messwerte nötig, kann aber nötig werden, wenn das Messprotokoll schwer lesbar ist oder es der Übersichtlichkeit dient.

## Graphische Auswertung der Messwerte einer erzwungenen, gedämpften Schwingung



**Graph 2:** Amplitude des Resonators als Funktion der Spannung am Erregermotor

### Fehlerdiskussion:

Da sämtliche Zeitmessungen mit der Handstoppuhr ausgeführt wurden, ist eine große Zahl von Schwingungen zu messen gewesen, um den Messfehler für die Angabe der Resonanzfrequenz gering zu halten. Neben diesem „menschlichen“ Fehler kommen wie immer auch statistische Fehler zum tragen.

Ferner hat während des Versuchs die angezeigte Motorspannung um bis zu 0,5 V geschwankt.

### Fazit:

Die Resonanzkurve wurde aufgenommen und zeigte den erwarteten Verlauf, die Resonanzfrequenz wurde zu  $\nu_{res} = \underline{0,526 \text{ Hz}}$ ;  $\omega_{res} = 3,31 \text{ s}^{-1}$  bestimmt.

Der Vergleich der Eigenfrequenz des Drehpendels mit seiner Resonanzfrequenz zeigt im gedämpften Fall nur eine geringe Abweichung, siehe:  $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ .

## **Resümee:**

Die Anfänglich durchgeführte Messung der Eigenfrequenz eines Drehpendels sollte wegen des kleinen relativen Fehlers als Referenz für den Vergleich der Resonanzfrequenz im gedämpften Fall taugen. Der Vergleich zeigt die Vergrößerung der Periode, von 1,84s zu 1,90s, wie sie aus der Theorie zu erwarten ist.

Dagegen ergeben in halblogarithmischer Darstellung die Graphen der Amplitudenverläufe beider gedämpfter Schwingungen die typische exponentielle Abhängigkeit der Amplitude von der Zeit. Auch der Graph der Resonanzkurve zeigt einen charakteristischen Verlauf, woraus sich nachträglich der gebildete Zusammenhang zwischen elektrischer Spannung am Erregermotor und der aufgenommenen Amplitude legitimiert, der einen linearen Zusammenhang zwischen Betriebsspannung und Drehfrequenz vorausgesetzt hat.

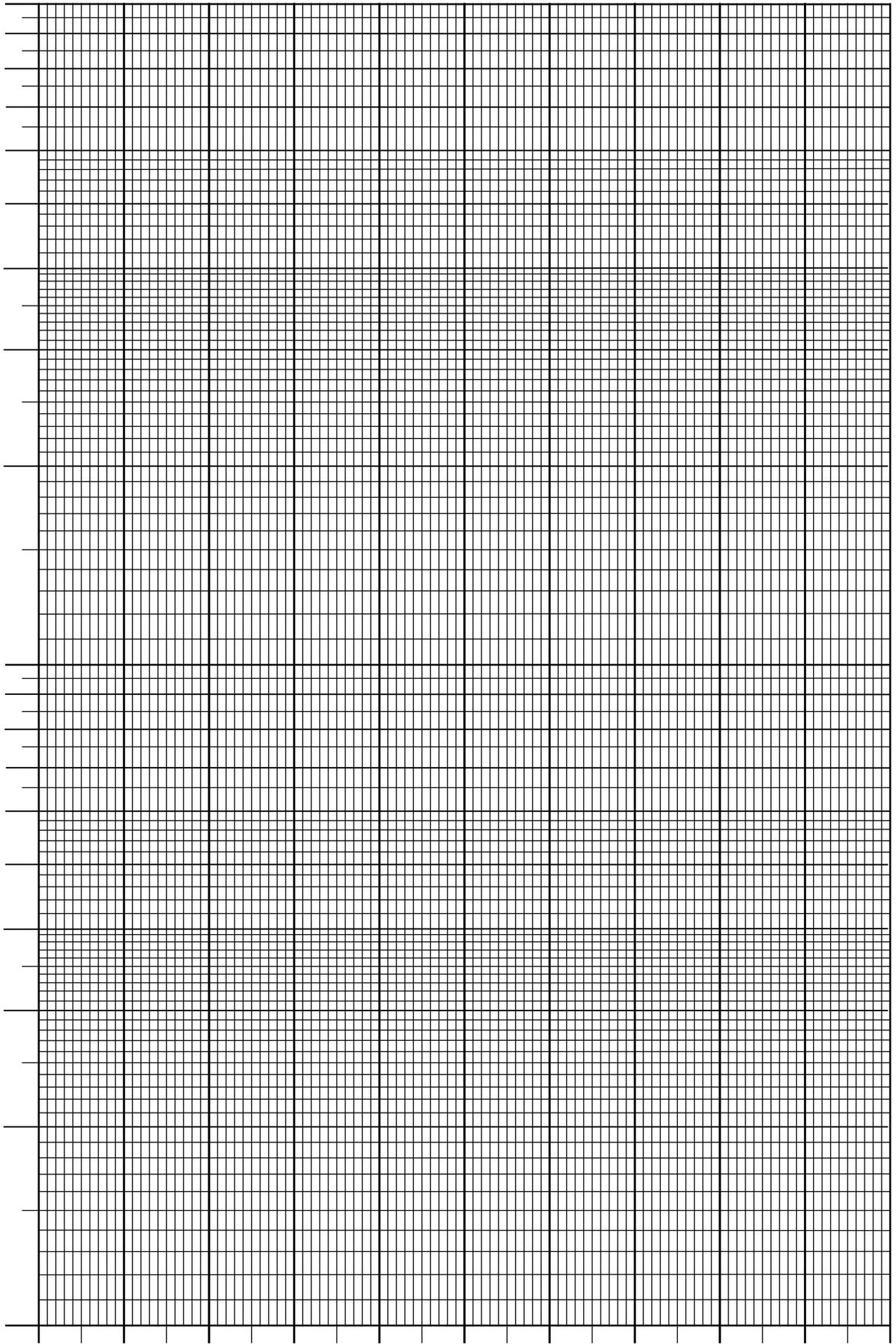
## 11. Netze

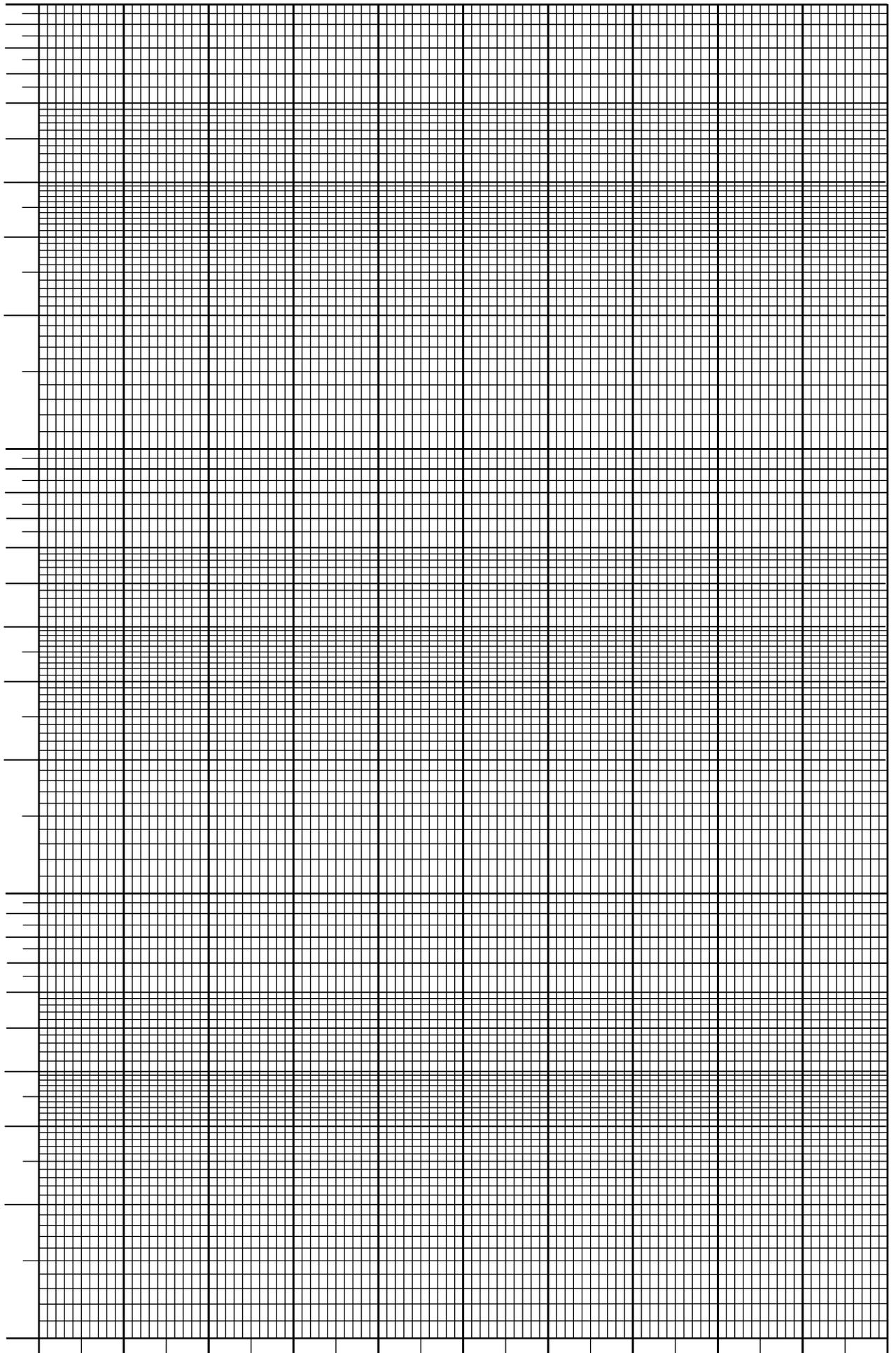
Die Netze auf den nachfolgenden Seiten sind für Sie eine Kopiervorlage. Bitte kopieren Sie die Blätter rechtzeitig und in ausreichender Menge vor den Versuchsauswertungen. Die Kopien dienen Ihnen dann der grafischen Protokollierung von Messwerten, wie sie in den verschiedenen Versuchen anfallen und werden in die Versuchshefte eingeklebt. Die Angaben in der Tabelle sind eine Abschätzung des minimal zu erwartenden Bedarfes.

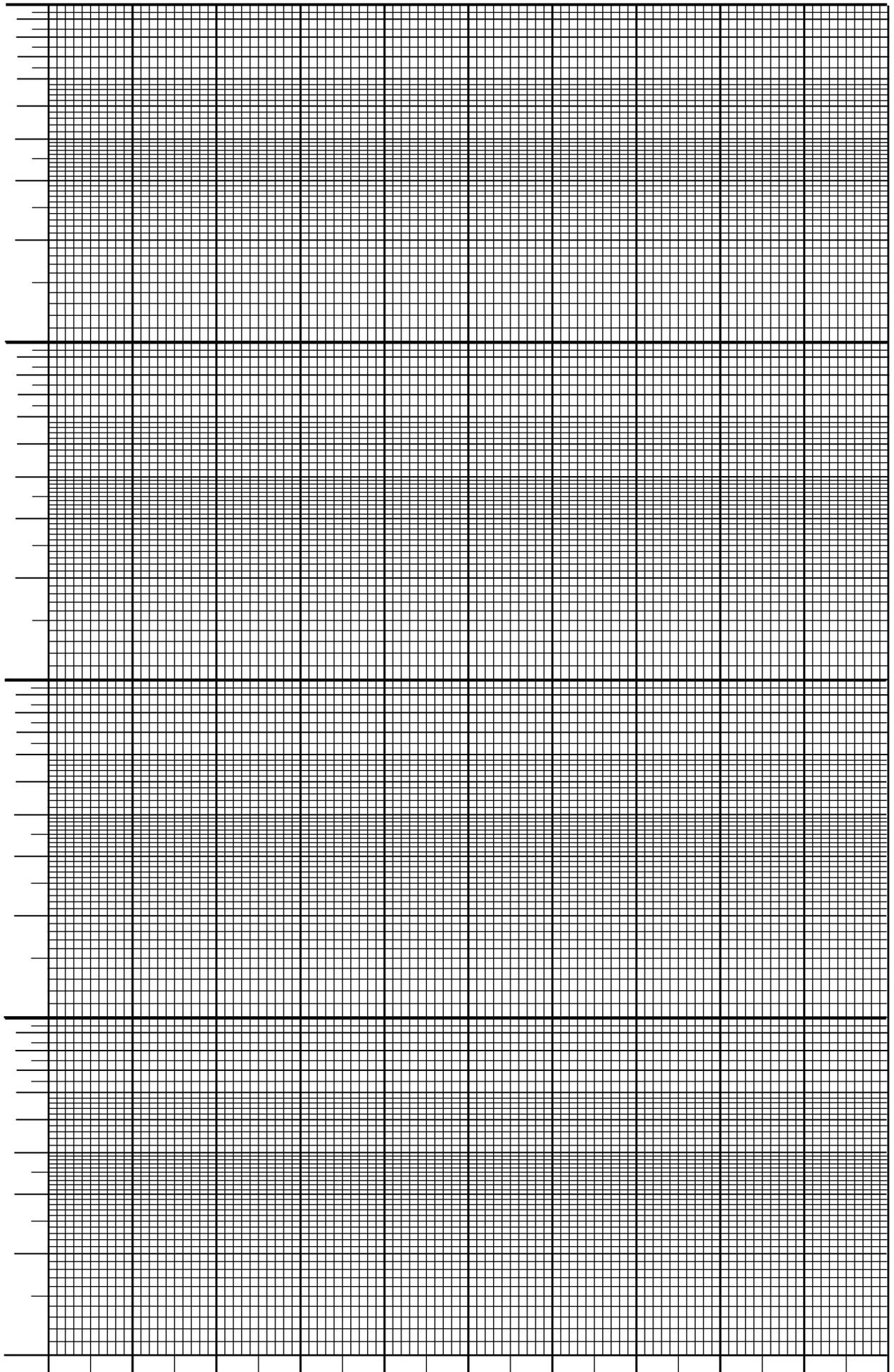
Daneben benötigen Sie noch einen Block mit linearen Netzen (sogenanntes Millimeterpapier).

Stück	Seite	Koordinatenteilungen	
3	32	halblogarithmisch:	2 Dek./ linear
2	33	halblogarithmisch:	3 Dek./ linear
3	34	halblogarithmisch:	4 Dek./ linear
8	∴	linear / linear (selber kaufen o. im Büro abh.)	

**Tab. 5 Geschätzte Minimalmengen der im Praktikum erforderlichen Netze**







## 12. Zur Punktevergabe für die Protokolle

Für ein korrekt ausgeführtes Protokoll werden 8 Punkte vergeben.

**Folgende Rahmenrichtlinien werden zur Beurteilung vorgegeben:** **Punktanzug**

1. **Kein Protokoll liegt vor,** **8,0**
  - a) wenn der Auswertung die Messwerte nicht beigegeben sind oder dafür das Vortestat fehlt,
  - b) wenn wesentliche Teile der Versuchsauswertung fehlen oder als Computerausdrucke vorliegen,
  - c) wenn das Protokoll unbegründet verspätet abgegeben wird,
  - d) wenn die Versuchsauswertung als Sammlung loser Blätter vorliegt.
  
2. **Form des Protokolls** **2,0**

Bewertung nach den in den „Hinweisen zum Physikalischen Praktikum“ angegebenen Richtlinien:

  - a) **Ein fehlender Versuchsteil** kann nach assistentischer Einschätzung solange noch mit Punktanzug toleriert werden, solange der Sinn der Versuchsauswertung erkennbar erhalten bleibt.
  
  - b) **Fehlende Titel und Beschriftungen** für Tabellen und Graphen Wenn dies bei mehreren Gelegenheiten innerhalb eines Protokolls nur einmal auftaucht (offensichtlich einmalig vergessen), muss kein Punktanzug erfolgen. **1,0**
  
  - c) **Nicht dokumentenecht** (z.B. Bleistift) verfasste Auswertung **2,0**  
Ausnahme bei Ausgleichskurven in Graphen, deren Messwertdarstellung (Kreuze) aber grundsätzlich auch nicht mit Bleistift gezeichnet werden dürfen.
  
  - d) **Beigelegte lose Blätter** (Messwerte, Graphen, Tabellen) **1,0**
  
  - e) **Fehlende Kommentare** zur Versuchsdurchführung und zu den Versuchsergebnissen **1,0**
  
  - f) **Fehlendes Resümee** des Versuchsergebnisses **2,0**
  
  - g) **Unleserlich** verfasste Textpassagen **1,0**
  
  - h) **Verunstaltende Kritzeleien** **2,0**

**Der maximale Punktanzug aus den Punkten 2a bis 2g soll 4 Punkte nicht übersteigen.**

---

3. **Güte der Messungen:** **1,0**

Bei grob fehlerhafter Messung wird ein Punkt abgezogen, wenn dies nicht durch systematische Fehleinschätzung des Versuchsaufbaus (oft während der Messungen durch die BetreuerInnen zu erkennen!) begründet ist. Die unmittelbaren Messdaten sollen - möglichst in tabellarischer Form - im Protokollheft aufgeführt werden.
  
4. **Protokollierung und Ergebnisse**
  - a) **Fehlende Einheiten** in Ergebnissen, Tabellen und Graphen je einen Punkt abziehen. **1,0**  
Auch wenn dies in einem Versuch mehrfach vorkommt, wird nur jeweils einmal abgezogen.
  
  - b) **Grob falsche Skalierung** der Koordinaten eines Koordinatensystems. **1,0**
  
  - c) **Grobe Abweichungen der Ergebnisse** von den nachprüfbar zu erreichenden Werten. **1,0**
  
  - d) **Fehlende Fehlerrechnung** (falls verlangt). **2,0**

**Der maximale Punktanzug aus den Punkten 3 bis 4d soll 4 Punkte nicht übersteigen.**

---

Es wird auf die Verwendung der üblichen Einheiten und Vorsätze hingewiesen werden. Ebenso darauf, die Kommentare zu den Versuchen und Ergebnissen **kurz und sachlich** zu äußern. Die Setzung der Schwerpunkte für die Beurteilung der Versuchsprotokolle wird in den Gruppen erfahrungsgemäß etwas unterschiedlich gehandhabt. Darüber wird durch die allgemeine Kommunikation innerhalb der Gruppe Klarheit geschaffen. Eine Garantie für eine absolute Gleichbehandlung gibt es solange nicht, solange als urteilende Assistentinnen und Assistenten noch auf natürliche Personen Bezug genommen werden muss. (Sachliche Irrtümer sind vorbehalten)





Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich  
Physik



# Physikalisches Praktikum für Studierende der Biologie

---

**Teil 2: Grundlagen zu den 5 Versuchen**

Version 2020

Wissenschaftliche Leitung: Prof. Dr. A. Pearson  
Prof. Dr. N. Huse  
Dr. Marek Wieland

Technische Leitung: Ole Windmüller

# Inhalt Teil 2

<b>Versuch 5</b>	Schall / Ohr, Ultraschall / Sonographie.....	41
	Ermittlung der Schallgeschwindigkeit, Ultraschallechoeffekt, Sonographie	
<b>Versuch 6</b>	Geometrische Optik / Augenmodell .....	49
	Brennweitenbestimmung, Korrektur von Astigmatismus, Kurz- und Übersichtigkeit, Laser	
<b>Versuch 7</b>	Grundlagen der Elektrizitätslehre / Modell Nervenfasern.....	61
<b>Versuch 8</b>	a. Wellenoptik.....	73
	Polarisationsebene von Laserlicht, Lichtwellenlänge eines He-Ne-Lasers, Gitterkonstante eines Drahtgitters, Wellenlängengrenzen einer Glühlampe	
	b. Mikroskop.....	78
	Okularmaßstab kalibrieren, Dicke eines Haares messen, Brechzahl bestimmen	
<b>Versuch 9</b>	a. Radioaktivität.....	85
	Reichweite von $\alpha$ -Strahlung in Luft und $\beta$ -Strahlung in Aluminium	
	b. Absorptionsspektroskopie, Lambert-Beer'sches Gesetz .....	92
	Kalibrieren des Spektrophotometers, Messen der unbekanntenen Proben	



## Schall / Ohr, Ultraschall / Sonographie

**Lehrziele:**

Erzeugung und Nachweis von Schall; Schallgrößen: Intensität, Schallpegel, Lautstärkepegel; stehende Wellen; Schallausbreitung in Materie, Reflexion an Mediengrenzen; Ultraschall, Impedanz, Puls-Echo-Prinzip

**Grundlagen****1. Schall**

Als Schallwellen bezeichnet man mechanische Wellen mit Frequenzen von 16Hz bis 20kHz. Dieses ist der Frequenzbereich der menschlichen Hörempfindung (altersabhängig). Die Ausbreitung von Schallwellen ist an Materie gebunden; in Flüssigkeiten und Gasen sind Schallwellen Dichteschwankungen, die sich als Longitudinalwellen ausbreiten. In Festkörpern können auch transversale Schallwellen auftreten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Schalls, die Schallgeschwindigkeit  $c$ , ist eine Stoffkonstante, abhängig von den elastischen Eigenschaften des Mediums. In Gasen ist sie vom Molekulargewicht, dem Adiabatenexponenten und der Temperatur abhängig. Sie ist in Flüssigkeiten und Festkörpern (Knochen) größer als in Luft. Es gilt wie bei allen Wellen  $c = \lambda \cdot f$ . Bei Frequenzen unter 16Hz spricht man von Infraschall, bei solchen über 20kHz von Ultra- und über 10<sup>7</sup>kHz=10GHz von Hyperschall.

Hier sind einige Größen, die den Schall charakterisieren:

a) **Elongation  $s$** : Die momentane Auslenkung der Moleküle aus der Ruhelage. Die kleinste vom Menschen wahrnehmbare Amplitude (= maximale Elongation) liegt bei etwa  $s_a = 10^{-9}$ cm. Vergleichen Sie diese Angabe mit dem Durchmesser des H-Atoms.

$$s = s_a \cdot \sin \varphi(t) \quad \text{mit}$$

$$\varphi(t) = 2\pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = \omega t - kx$$

b) **Schallschnelle  $v$** : Die Momentangeschwindigkeit  $v$  der schwingenden Moleküle. Sie ist nicht messbar, sondern aus dem Schalldruck zu berechnen. Die Amplitude  $v_a$  beträgt einige cm/s.

$$v = v_a \cdot \omega \cdot \cos \varphi(t)$$

c) **Schallwechseldruck  $p$** : Die in einem Raumpunkt auftretenden Druckabweichungen  $p_{\sim}$ . Die Amplitude  $p_a$  kann bei einigen Zentipascal (cPa = 10<sup>-2</sup>Pa) liegen.

$$p = p_a \cdot \sin \varphi(t)$$

d) Die **Schallintensität  $I$**  (Schallstärke) ist eine in der Akustik wichtige Größe. Sie bezeichnet die pro Zeiteinheit  $t$  senkrecht durch die Flächeneinheit  $A$  hindurchtretende Energie:  $I = E/(A \cdot t)$ . Sie ist mit den Kenngrößen des Schalls verbunden:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c \cdot v^2 \propto p^2$$

$\propto$  bedeutet "proportional"

$\rho$ : Dichte des Mediums in dem sich der Schall ausbreitet

e) **Schallleistungen** ( $P = I \cdot A$ ) einiger Schallquellen: Sprache  $P \approx 10^{-5}$  W, Geige  $P \approx 10^{-3}$  W, Großlautsprecher  $P \approx 10^2$  W

## 2. Schallpegel

Der Bereich der hörbaren Schallintensitäten  $I$  erstreckt sich über zwölf Zehnerpotenzen. Kein Gerät - auch nicht das Sinnesorgan Ohr - kann einen solchen Bereich mit linearer Skala überdecken. Nach dem Gesetz von Weber-Fechner ist die Stärke der Empfindung eines Reizes proportional dem Logarithmus des Reizes ( $\epsilon \propto \lg R$ ). Man definiert deswegen Pegelwerte als logarithmische Verhältnisse der physikalischen Größen:

$$L_S = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ dB} = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0} \text{ dB} \quad (I \propto p^2)$$

Die Größen  $I_0$  und  $p_0$  sind Bezugswerte:

Bezugswert für die Schallintensität (Hörschwelle des Ohres) :  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ ,  
dem entspricht der Bezugsschalldruck :  $p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa}$ .

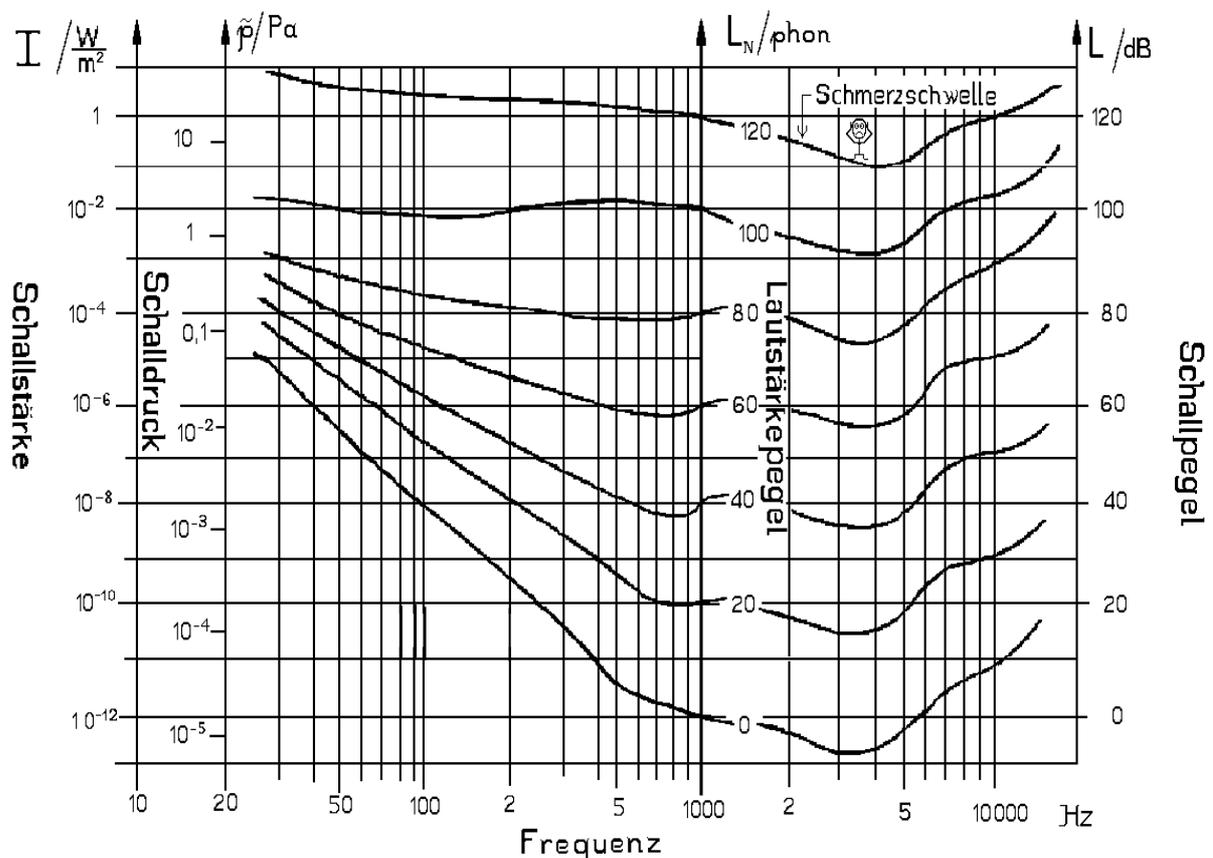
Je nachdem, durch welche physikalischen Größen der Schallpegel ausgedrückt wird, spricht man oft auch von Schallintensitätspegel bzw. Schalldruckpegel. Der technisch wichtige Bereich der Pegelwerte liegt zwischen 0 und 120dB.

## 3. Lautstärkepegel

Der Schallpegel bezieht sich auf die physikalischen Eigenschaften von Schallwellen, das Schallempfinden des menschlichen Gehörs hängt aber noch von seiner spektralen Empfindlichkeit ab (s. Skizze). Man definiert deswegen die von der Funktion des Gehörs abhängige physiologische Größe der Lautstärke  $L_N$ , die in Phon ( $[L_N]=1 \text{ phon}$ ) gemessen wird. Töne, die gleich laut empfunden werden, haben dieselbe Lautstärke  $L_N$ .

Definition: Bei  $f = 1000 \text{ Hz}$  stimmen die Zahlenwerte von Schallpegel  $L_S$  in Dezibel und Lautstärkepegel  $L_N$  in Phon überein. Danach hat ein Ton beliebiger Frequenz von  $L_N = x \text{ phon}$  dieselbe Lautstärke wie ein Ton des Schallpegels  $L_S = x \text{ dB}$  bei 1000 Hz.

Die Beziehung zwischen Schallpegel (in Dezibel) und Lautstärkepegel (in Phon) ist aus nachfolgendem Diagramm zu ersehen; sie gilt nur für reine Sinustöne.



Kurven gleicher Lautstärke (Isophone)

## Versuch 5, Schall/Ohr, Ultraschall/Sonographie

Das menschliche Ohr kann bei der Frequenz  $f=1\text{ kHz}$  den größten Intensitätsbereich wahrnehmen, weshalb Lautstärkeangaben auf diese Frequenz bezogen werden. Bei 1 kHz stimmen Schallpegelwerte (in dB) und Lautstärkepegelwerte (in Phon) definitionsgemäß überein. Die größte Empfindlichkeit erreicht das menschliche Ohr etwa bei der Frequenz von  $f=3\text{ kHz}$ . Die untere Hörschwelle liegt bei  $L_N = 4\text{ phon}$ .

### Typische Werte auf der Lautstärkeskala: $[L_N]=\text{phon}$

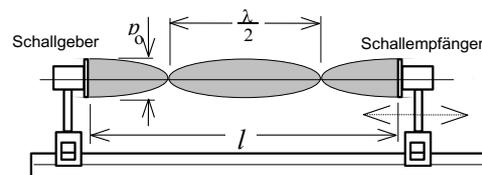
0 - 20	Schmetterling	50 - 70	Sprache + Musik
20 - 30	sehr leise, leise Uhr	70 - 90	laut, Rufen, Lärm
30 - 40	leise, normale Uhr	90 - 120	sehr laut, Flugzeug, Presslufthammer
40 - 50	ziemlich leise, Sprechen	130	Kesselschmiede (Schmerzgrenze)

## 4. Stehende Wellen

Die Überlagerung zweier Wellen gleicher Frequenz  $f$  und Amplitude  $A$ , die einander entgegenlaufen, ergibt eine stehende Welle. Die Orte, an denen die Schwingungsgröße immer null ist, heißen Wellenknoten, diejenigen, an denen sie ihr Maximum hat, Wellenbäuche. In einem Medium der Länge  $l$  kann sich eine stehende Welle nur bilden, wenn  $l$  ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge  $\lambda/2$  ist.

Besonders einfach lässt sich mit bereits einer Schallquelle eine stehende Welle erzeugen, wenn einem Schallgeber eine den Schall reflektierende Fläche gegenübersteht. Dann sind die gegenläufigen Wellen von gleicher Frequenz, und nur durch Verändern des Abstandes  $l$  von Schallgeber und -empfänger können stehende Wellen erzeugt werden.

Eine stehende Welle ist dann erzeugt, wenn beim Variieren des Abstandes auf der reflektierenden Fläche ein relatives Maximum für den Schalldruck festgestellt werden kann. Dann haben die gegenläufigen Wellen die richtige Phasendifferenz  $\Delta\varphi = 0$ . Dies ermittelt man sinnvollerweise mit einem geeigneten Schallempfänger.



Erzeugung stehender Wellen  
(dargestellt ist der Schalldruckverlauf)

## 5. Beugung

Für die longitudinalen Schallwellen gelten auch die für andere Wellenerscheinungen bekannten Eigenschaften wie Reflexion, Brechung, Konstanz der Frequenz bei Brechung, Beugung und das *Huygenssche* Prinzip (vgl. Versuch 8a).

### Für die Beugung an einem Spalt gilt:

$$\text{Minimumbedingung: } b \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda$$

$\lambda$ : Wellenlänge

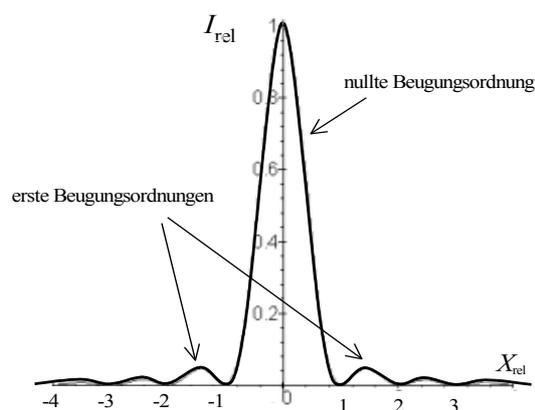
$b$ : Spaltbreite

$\alpha$ : Beugungswinkel

$m$ : Beugungsordnung

( $m = 1, 2, 3, \dots$ )

$$\text{Maximumbedingung: } b \cdot \sin \alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$$



Intensitätsverteilung bei der Beugung am Spalt

### Für die Beugung an einem Gitter gilt:

$$\text{Maximumbedingung: } d \cdot \sin \alpha = m \cdot \lambda$$

$d$ : Gitterkonstante ( $d = \text{Abstand zwischen zwei Spaltmitten}$ )

( $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

## 6. Diagnose und Therapie mit Ultraschallwellen

Für die Nutzung des Ultraschalls in Diagnose und Therapie sind u.a. folgende Kenntnisse notwendig:

- a) Die **Ausbreitungsgeschwindigkeit**  $c$  ist (wie bei allen Wellen) mit Frequenz  $f$  und Wellenlänge  $\lambda$  verknüpft über

$$c = \lambda \cdot f$$

Die Schallgeschwindigkeit ist in Luft (bei 20°C)  $c = 343$  m/s, in Wasser 1438 m/s, in Aluminium 5110 m/s, in Knochen 3400 m/s.

- b) Das Medium, durch das sich die Schallwelle ausbreitet, ist charakterisiert durch den **Schallwellenwiderstand** (akustische **Impedanz**)  $Z$ :

$$Z = \rho \cdot c$$

wobei  $\rho$  die Dichte des Mediums ist.

- c) An der **Grenzfläche** zwischen zwei Medien mit verschiedenen Schallimpedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  wird ein Teil der Schallwelle reflektiert, der Rest läuft weiter (ähnliche Verhältnisse hat man bei der Brechung von Licht an Mediengrenzen). Das Verhältnis der reflektierten Intensität  $I_{\text{refl}}$  zur einfallenden Intensität  $I_{\text{einf}}$  ist der Reflexionsgrad  $r$ . Bei senkrechtem Einfall gilt

$$r = \frac{I_{\text{refl}}}{I_{\text{einf}}}$$

Starke **Reflexion** hat man, wenn  $Z_1$  und  $Z_2$  sehr unterschiedlich sind (z.B. Gewebe/Knochen). Überlegen Sie, warum bei der Ultraschalldiagnose ein Gel auf die Haut aufgetragen wird.

- d) Breitet sich eine (ebene) Schallwelle in einem (absorbierenden) Medium aus, so wird ihre Intensität exponentiell mit der Wegstrecke  $x$  abnehmen. Dabei wird das Medium erwärmt:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\tau \cdot x}$$

$I_0$  ist die Intensität bei  $x=0$ . Der **Absorptionskoeffizient**  $\tau$  ist etwa proportional zur Schallfrequenz  $f$ , d.h. höhere Frequenzen werden deutlich schneller absorbiert. Zusätzlich wird die Intensität durch Streuung und Beugung abnehmen.

- e) Wird eine Schallwelle der Frequenz  $f$  an einem bewegten Gegenstand reflektiert, so hat die reflektierte Welle eine etwas erhöhte Frequenz, wenn der Gegenstand sich auf die Welle zu bewegt. Im umgekehrten Fall ist die Frequenz etwas niedriger (**Doppler-Effekt**). Dieser Effekt wird bei der Messung der Fließgeschwindigkeit von Blut (Erythrozyten) mit Ultraschall ( $f \approx 5$  MHz) ausgenutzt.
- f) „**Puls-Echo-Prinzip**“: Kurze Ultraschallimpulse (etwa 1,5 Perioden und  $0,45 \mu\text{s}$ ) werden periodisch (alle ms) ins Gewebe gestrahlt. Nach jedem Puls wird der Kristall wieder auf Empfang umgeschaltet. währenddessen läuft der Puls durch das Gewebe und wird nacheinander an verschiedenen Grenzflächen (immer dann wenn  $Z$  sich ändert) teilweise reflektiert. Die reflektierten Ultraschallimpulse laufen zum Kristall zurück und werden dort registriert. Aus den gemessenen Laufzeiten werden (mit Kenntnis der Schallgeschwindigkeiten) die Orte der Reflexion (Gewebebegrenzen) errechnet (**Tiefenlokalisierung**).

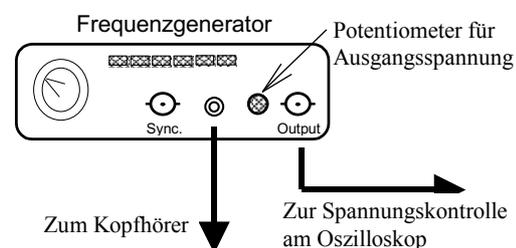
## Versuchsdurchführung

### Zubehör:

Optische Bank / Frequenzgenerator / Oszilloskop (Siehe Hinweise zum Praktikum, Punkt 9, ab S.23 oder link zum Film auf der Webseite)/ Ultraschallsender / Ultraschallempfänger / Reflektor/ verstellbarer Spalt/ Kopfhörer.

### Aufgabe 1: Hörbarkeitsgrenzen eines Schallgebers

1. Der Frequenzgenerator ist – ohne den Kopfhörer anzuschließen – auf eine Scheitelspannung von maximal  $U_{SS} = 1V$  einzustellen. Erst danach ist der Kopfhörer anzuschließen; die Scheitelspannung sinkt dabei. Die Einstellung sollte stets von der Person vorgenommen werden, die den Kopfhörer tragen soll.
2. Aus den Frequenzen für die untere und obere Hörbarkeitsgrenze ist mit Hilfe der *Kurven gleicher Lautstärke* die Schallintensität ( $\equiv$  Schallstärke) zu bestimmen. Dabei wird angenommen, dass wegen der Umgebungsgeräusche gerade noch ein minimaler Lautstärkepegel von  $L_N = 30\text{phon}$  gehört werden kann. Die 30-Phonkurve ist daher per Augenmaß in das Diagramm einzutragen.
3. Mit den Kurven gleicher Lautstärke sind die Schallpegel ( $[L]=\text{dB}$ ) für die untere und obere Grenzfrequenz der Hörbarkeit abzuschätzen.



### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

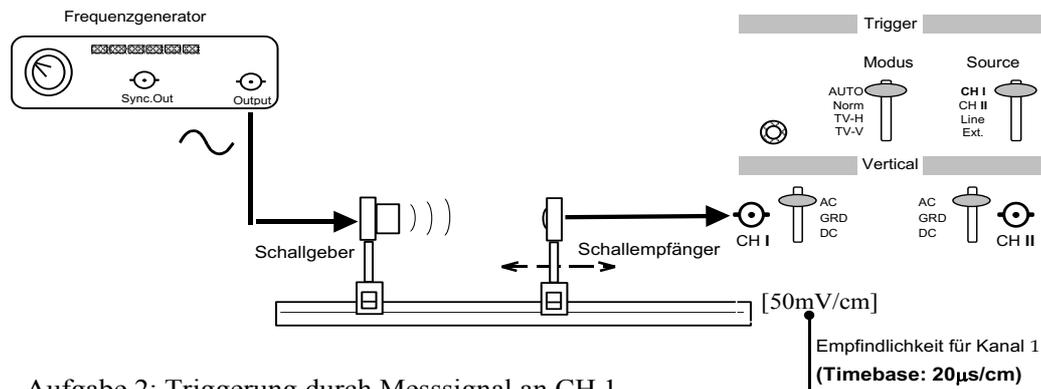
#### Messgrößen:

Untere und obere Hörbarkeitsgrenzen für beide Partner

**Ergebnisse:** Schallpegel ( $[L]=\text{dB}$ ) für die untere und obere Grenzfrequenz der Hörbarkeit beider Partner

### Aufgabe 2: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus Messungen an einer stehenden Schallwelle

1. Am Frequenzgenerator die Amplitude auf maximal stellen und Ultraschallsender und -empfänger auf gleiche Höhe justieren. Dann eine Distanz von Schallgeber und -empfänger von 15 cm einstellen. Diesen Abstand im Laufe des Versuchs nicht unterschreiten.
2. Das Empfängersignal auf den CH1-Eingang des Oszilloskops legen und intern triggern. Dann am Generator die Resonanzfrequenz des Senders suchen (bei ca.  $f \approx 40\text{kHz}$ ) und mit dem gemessenen Wert der Periode am Oszilloskop die Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  errechnen.
3. Es zeigen sich beim Verschieben des Empfängers periodisch ortsabhängige Änderungen der Amplitude, die auf eine stehende Welle zwischen Sender und Empfänger verweist.
4. Der Abstand zwischen zwei Wellenbäuchen beträgt immer  $\lambda/2$ .
5. Durch Verschieben des Schallempfängers den Abstand von 20 Maxima abtasten und den gesamten Abstand  $s$  als *einen* Messwert protokollieren. Den gesamten Messvorgang 5mal durchführen, wobei jede Messung mit der wieder neu zu ermittelnden Resonanzfrequenz beginnt.
6. Mittelwerte und Fehler des Mittelwertes für  $\lambda$  und  $f$  berechnen. Für die Standardabweichung von  $c$  ist gemäß Fehlerfortpflanzungsgesetz in der einfachen Form zu berücksichtigen.



### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

5 Werte für den Abstand  $s$  von 20 Maxima und 5 Werte für die jeweils eingestellte Frequenz  $f$

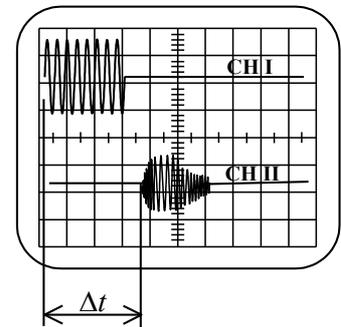
**Ergebnisse:**  $\lambda$  und  $f$  mit Mittelwert und Fehler des Mittelwertes berechnen.

$c$  und den Fehler von  $c$  mit Fehlerfortpflanzung berechnen.

### Aufgabe 3: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus der Laufzeitmessung eines reflektierten Ultraschall-Pakets

Dieser Versuch simuliert das in der Ultraschall-Diagnose verwendete Puls-Echo-Verfahren, mit dem im Innern des Körpers Strukturen lokalisiert werden können.

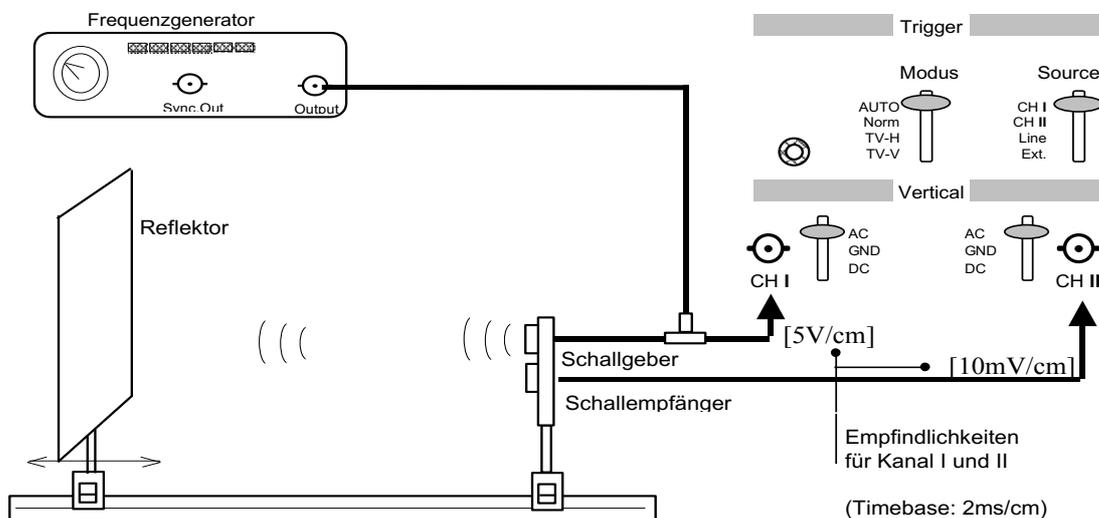
- Verwendung des Teils, bei dem Sender und Empfänger übereinander angeordnet sind. Außerdem wird ein auf der optischen Bank verschiebbarer Reflektor gebraucht. Auf der Rückseite des Frequenzgenerators Zusatzschaltung einschalten (gelbe LED muss leuchten). Dann liefert der Frequenzgenerator Ultraschall-Pulspakete. Mit den beiden Potentiometern sind Pulsbreite und Pulsabstand einstellbar: normalerweise sind ca. 100 Perioden Pulsbreite und 10ms Pulsabstand eingestellt; daran sollten Sie nichts ändern! Gemessen wird die Zeit  $\Delta t$ , die ein Puls braucht, um zur Platte und nach einer Reflexion zum Sender/Empfänger zurückzulaufen.



Die Schallgeschwindigkeit ist  $c = 2 \cdot \Delta s / \Delta t$ , wobei  $\Delta s$  der Abstand zwischen dem Reflektor und der Sender/Empfänger-Einheit ist.

- Aus dem Schaltbild wird deutlich, dass das "Output"-Signal des Frequenzgenerators verzweigt wird (Schaltbild Aufgabe 3). Das eine Signal geht auf den Schallgeber, das andere auf den Eingang I ("CH I") des Oszilloskops. Das Signal des Schallempfängers wird an den Eingang "CH II" des Oszilloskops gelegt. Wenn jetzt mit "CH I" getriggert wird bedeutet dies, dass die Zeitmessung von "CH II" genau dann losläuft, wenn das Pulspaket "startet". Die Frequenz des Generators muss wieder so eingestellt werden, dass sich eine maximale Amplitude einstellt. Die Verstärkung von "CH II" muss nahezu maximal sein.

3. Gemessen werden soll für 10 verschiedene Positionen des Reflektors die zeitliche Verschiebung  $\Delta t$  des reflektierten Pulses gegenüber dem Start des Ultraschall-Pulses. Berechnen Sie den Mittelwert der Geschwindigkeit und seinen Fehler. Tragen Sie die einzelnen Werte in ein Diagramm ein und zeichnen Sie (per "Augenmaß") eine passende Regressionsgerade. Berechnen Sie die Schallgeschwindigkeit aus der Steigung des Graphen.



Aufgabe 3: Triggierung durch Synchronsignal an CH I

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

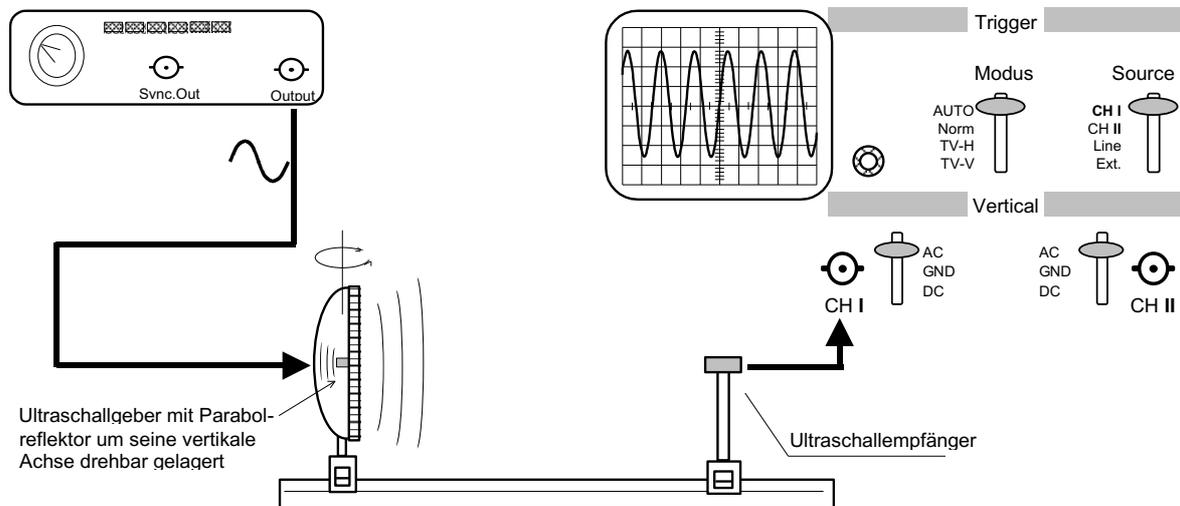
Messreihe der Laufzeit  $t$  in Abhängigkeit des Abstandes  $s$  des Reflektors zum Schallgeber/-empfänger

#### Ergebnisse: Graph, $c$ aus Graph

$c_i$  aus den Wertepaaren, Mittelwert von  $c$  und Fehler des Mittelwertes von  $c$

## Aufgabe 4: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit von Ultraschall aus der Beugung am Spalt

1. Ultraschallsender und -empfänger auf gleiche Höhe justieren und dem Empfänger etwa am Ende der optischen Bank befestigen.
2. Mit den Abdeckplatten einen symmetrischen Spalt von 6 cm Breite herstellen.
3. Den Empfänger am Oszilloskop anschließen und das Oszi einschalten.
4. Generator einschalten und auf Wiedergabe von Rechteckschwingung stellen (etwas höhere Amplituden) und die Frequenz solange ändern, bis die Empfängeramplitude maximal wird. Die aus der Periodenmessung errechnete Resonanzfrequenz des Schwingquarzes verwenden.
5. Dann durch Drehen des Parabolspiegels das nullte Maximum suchen und den zugehörigen Winkel  $\alpha_0$  notieren.
6. Im Bereich von  $-3^\circ$  bis  $+30^\circ$  den Hohlspiegel mit dem Sender in  $1^\circ$ -Schritten drehen und die Amplituden auf dem Oszilloskopenschirm messen. Die Winkelwerte  $\alpha$  mit den zugehörigen Amplitudenwerten tabellarisch protokollieren.
7. Aus den Messwerten ist auf linearem Netz der Graph für Beugung am Spalt zu zeichnen ( $U_{\text{oszi}}=f(\alpha)$ ) und die Winkel  $\alpha_{\text{max}}$ ,  $\alpha_{\text{min}}$  für die Extremwerte der Amplituden zu ermitteln:
  1. und 2. Minimum, sowie 1. und 2. Maximum
8. Diese vier Winkel für die Extremwerte der Amplituden hinsichtlich  $\alpha_0$  korrigieren und mit ihnen die Mittelwerte von  $\lambda$  und  $c$  nebst deren Fehlern berechnen.



Aufgabe 4: Messung der Beugungsmaxima von Ultraschall am Spalt

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

- Messreihe der Intensitäten  $I$  in Abhängigkeit des Drehwinkels  $\alpha$
- Periodendauer  $T$  der Eingestellten Frequenz.

**Ergebnisse:** Graph, die Winkel  $\alpha_{\text{max}}$ ,  $\alpha_{\text{min}}$  für die Extremwerte 1. und 2. Ordnung, die aus den Winkeln berechneten Schallgeschwindigkeiten  $c_i$ , deren Mittelwert und den Fehler des Mittelwertes

## Geometrische Optik / Augenmodell

### Lehrziele:

Licht; Geometrische Optik: Brechung, Linsen, ausgezeichnete Strahlen, Brennweite, Bildkonstruktion, Abbildungsfehler, Laser, Auge

Das Auge ist das wichtigste Sinnesorgan des Menschen. Die Funktion des Auges kann durch Linsenfehler (z. B. Kurz-, Weitsichtigkeit, Astigmatismus) erheblich beeinträchtigt werden, die Korrektur der Fehlsichtigkeit durch eine geeignete Brille ist daher von großer Bedeutung. Verschiedene optische Geräte (Brille, Mikroskop, Endoskop, Laser usw.) spielen in medizinischer Diagnostik und Therapie eine große Rolle. Laserlicht wird in der Mikrochirurgie verwendet, z. B. beim Anheften von abgelöster Netzhaut durch Photokoagulation. Behandelt werden:

- Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse
- Korrektur von Kurz- und Übersichtigkeit
- Untersuchung der Eigenschaften einer Zylinderlinse
- Kompensation des Astigmatismus einer Linsenkombination

### 1. Grundlagen

Wenn alle vorkommenden Blendenöffnungen in einem Strahlengang groß gegenüber der Lichtwellenlänge sind, können Beugungserscheinungen vernachlässigt werden. In homogenen, transparenten Medien breitet sich Licht dann geradlinig aus. Man bezeichnet diesen Grenzfall der Optik als **geometrische Optik**.

#### Brechzahl (Brechungsindex)

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_0$  des Lichts im Vakuum beträgt  $2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s} \approx 300000 \text{ km/s}$ , in Medien (z.B. Glas, Wasser, Luft) ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_m$  kleiner als im Vakuum. Als Brechzahl  $n$  definiert man den Quotienten

$$n = \frac{c_0}{c_m} \quad (1)$$

**Beispiele:** Für Luft gilt  $n = 1,00025 \approx 1$ , bei Glas ist  $n = 1,5 \dots 1,8$ .

Trifft ein Lichtstrahl auf eine ebene Grenzfläche von zwei durchsichtigen Medien mit unterschiedlichen Brechzahlen  $n_1$  und  $n_2$ , so wird er i.a. teilweise reflektiert und teilweise gebrochen (s. Abb. 1). Der durchgehende Strahl ändert seine Richtung. Alle drei Strahlen liegen mit dem Lot auf der Grenzfläche in einer Ebene.

#### Reflexionsgesetz

Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel und liegt mit dem Lot in einer Ebene.

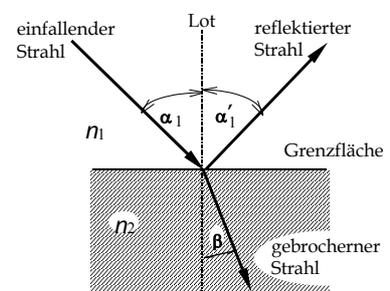


Abb. 1: Brechung und Reflexion

**Brechungsgesetz**

Der Einfallswinkel  $\alpha$  wird gegen das Einfallslot, der Ausfallswinkel  $\beta$  gegen das Ausfallslot (s. Abb. 1) gemessen. Das Snelliussche Brechungsgesetz lautet

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \quad (2)$$

Dabei spielt es keine Rolle, ob der Strahl aus dem optisch dichteren oder optisch dünneren Medium kommt.

Ein Sonderfall liegt vor, wenn der Strahl aus dem optisch dichteren Medium kommt ( $n_1 > n_2$ ). Wenn der Einfallswinkel  $\alpha$  größer als ein bestimmter Grenzwinkel  $\alpha_T$  wird, beobachtet man in diesem Fall Totalreflexion, d.h. der Strahl kann in das optisch dünnere Medium nicht eindringen. Für den Grenzwinkel  $\alpha_T$  gilt die Beziehung

$$\sin \alpha_T = \frac{n_2}{n_1}$$

**2. Linsen**

Linsen gehören zu den wichtigsten Hilfsmitteln der Optik. Die Kenntnis der Abbildungsgesetze ist Voraussetzung für das Verständnis des menschlichen Auges und zahlreicher optischer Geräte (Mikroskop, Brille, usw.). Sphärische Linsen bestehen aus einem transparenten Material (z. B. Glas, Quarz) und werden durch zwei Kugelflächen begrenzt. Die Gerade durch die beiden Krümmungsmittelpunkte heißt optische Achse. Zeigt die Wölbung einer Linsenfläche nach außen, bezeichnet man sie als konvex, zeigt sie nach innen, nennt man sie konkav. Sammellinsen sind in der Mitte dicker als am Rand (z. B. bikonvexe Linsen), Zerstreuungslinsen sind in der Mitte dünner als am Rand (z.B. bikonkave Linsen).

Zunächst betrachten wir nur dünne Linsen, die von Luft umgeben sind. Als Hauptebene  $H$  bezeichnet man die Mittelebene der Linse. Die optische Achse steht senkrecht auf der Hauptebene und geht durch die Linsenmitte. Achsenparallele Strahlen (z. B. Sonnenlicht), die auf eine Sammellinse fallen, vereinigen sich im Brennpunkt  $F$  hinter der Linse. Den Abstand Brennpunkt-Hauptebene bezeichnet man als Brennweite  $f$ . Bei einer Zerstreuungslinse erhält man im gleichen Fall ein divergentes Strahlenbündel, dessen Strahlen vom Brennpunkt  $F$  vor der Linse auszugehen scheinen. Sammellinsen haben eine positive, Zerstreuungslinsen eine negative Brennweite  $f$ .

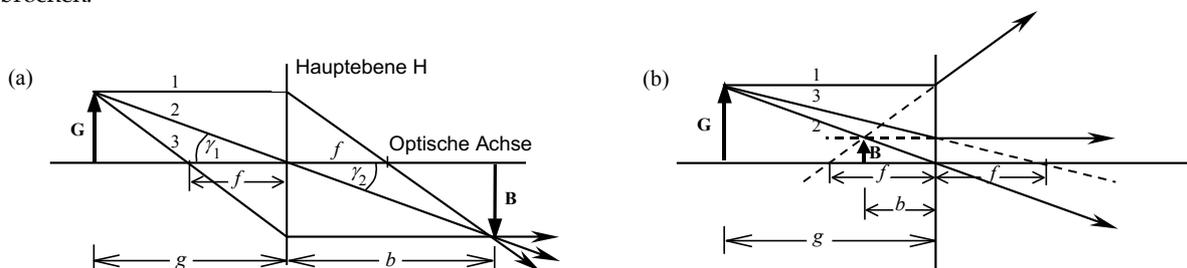
**Bildkonstruktion für dünne sphärische Linsen (Linsendicke  $d \ll |f|$ )**

Strahlen, die von einem Gegenstandspunkt  $G$  ausgehen, werden in der Linse gebrochen und schneiden sich in einem Punkt, dem Bildpunkt  $B$ . Zur Bildkonstruktion betrachtet man nur einige ausgewählte Strahlen. Diese Strahlen sind in Abb. 2 für den Fall einer Sammellinse bzw. für eine Zerstreuungslinse gezeichnet. Die Brechung an den beiden Oberflächen der Linse kann durch eine Richtungsänderung an der Hauptebene  $H$  ersetzt werden.

Der **Parallelstrahl** (1) verläuft vom Gegenstandspunkt parallel zur optischen Achse und wird daher zum Brennpunkt hin gebrochen. (Bei der Sammellinse ist es der hinter der Linse liegende Brennpunkt; bei der Zerstreuungslinse zeichnet man den virtuellen Strahl zu dem Brennpunkt, der vor der Linse liegt.)

Der **Brennpunktstrahl** (3) geht durch einen der beiden Brennpunkte. (Bei der Sammellinse ist es der vor der Linse liegende, bei der Zerstreuungslinse der hinter der Linse liegende Brennpunkt.) Hinter der Linse verläuft der Strahl parallel zur optischen Achse.

Der **Mittelpunktstrahl** (2) geht durch den Durchstoßpunkt der optischen Achse durch die Hauptebene und wird nicht gebrochen.



**Abb. 2:** Bildkonstruktion für eine dünne Sammellinse (a) bzw. Zerstreuungslinse (b). Die Linse befindet sich jeweils am Ort der Hauptebene  $H$ .

Den Abstand Gegenstand - Hauptebene bezeichnet man als Gegenstandsweite  $g$ , unter der Bildweite  $b$  versteht man den Abstand Bild - Hauptebene. Der Zusammenhang zwischen den Größen  $b$ ,  $g$  und der Brennweite  $f$  wird durch die **Abbildungsgleichung**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (3)$$

gegeben. Bei Zerstreuungslinsen ( $f < 0$ ) ergibt sich damit stets eine negative Bildweite  $b$ , d.h. Bild und Gegenstand liegen auf der gleichen Seite der Linse.

### Brechkraft

Der Kehrwert der Brennweite einer Linse (oder eines Linsensystems) wird als Brechkraft (auch Brechwert) bezeichnet. Gibt man die Brennweite in Metern an, erhält man definitionsgemäß die Brechkraft in der Einheit Dioptrie.

$$D = \frac{1}{f} \quad [D] = \text{dpt} = \frac{1}{\text{m}}$$

Zu beachten ist, dass Zerstreuungslinsen eine negative Brennweite und damit auch eine negative Brechkraft haben.

**Beispiel:** Eine Zerstreuungslinse mit der Brennweite  $f = -20 \text{ cm}$  hat die Brechkraft  $D = -5 \text{ dpt}$ .

**Sonderfall:** Befinden sich vor der Linse (Bereich 1) und hinter der Linse (Bereich 2) Medien mit unterschiedlichen Brechzahlen  $n_1$  bzw.  $n_2$  (z. B. beim Auge), so unterscheiden sich die vorderen und hinteren Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$ . Es gilt  $f_1/f_2 = n_1/n_2$ . Der Linse kann man auch in diesem Fall eine definierte Brechkraft zuordnen:

$$D = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2}$$

### Linsensysteme

Die Gesamtbrechkraft  $D$  eines Systems von zwei dünnen Linsen im Abstand  $e$  beträgt:

( $f_1, f_2$  = Brennweiten der Linsen)

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{e}{f_1 \cdot f_2} \quad (4)$$

### Anwendungsbeispiele:

1. **Prinzip des Zoom-Objektivs:** Durch Variation des Linsenabstandes  $e$  lässt sich die Gesamtbrennweite  $f$  verändern.
2. **Korrektur der Fehlsichtigkeit des Auges:** Die Brechkraft des gesunden Auges beträgt im Ruhezustand etwa 60 dpt. Liegt das Bild im Auge nicht auf der Netzhaut, sondern davor, spricht man von Kurzsichtigkeit. Diesen Augenfehler kann man mit Hilfe einer Zerstreuungslinse (Brille oder Kontaktlinse) korrigieren. Bei Übersichtigkeit (Weitsichtigkeit) liegt das Bild hinter der Netzhaut, in diesem Fall kann die zu geringe Brechkraft des Auges durch eine Sammellinse erhöht werden.

Bei sehr kleinem Linsenabstand ( $e \ll |f_1|, |f_2|$ ) kann man Bez. (4) vereinfachen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{bzw.} \quad D = D_1 + D_2 \quad (5)$$

Die Brechkräfte der einzelnen Linsen addieren sich zur Gesamtbrechkraft  $D$ .

Die Bildkonstruktion ist bei Linsensystemen und dicken Linsen etwas komplizierter. Anstelle einer Hauptebene erhält man jetzt zwei Hauptebenen  $H_1$  und  $H_2$  (s. Abb. 3). Zur Bildkonstruktion nutzen wir nur den Brennpunktstrahl (2) und den Parallelstrahl (1). Einen Mittelpunktstrahl, der geradlinig durch das Linsensystem geht, gibt es nicht. Überhaupt muss man beachten, dass der tatsächliche Strahlenverlauf ganz anders als in der Abbildung ist. Die Abbildung dient nur zur Konstruktion des Bildpunktes. Die Abbildungsgleichung (3) bleibt richtig, wenn man die Bildweite  $b$  und die hintere Brennweite  $f$  von der bildseitigen Hauptebene und die Gegenstandsweite  $g$  und die vordere Brennweite von der gegenstandsseitigen Hauptebene aus misst.

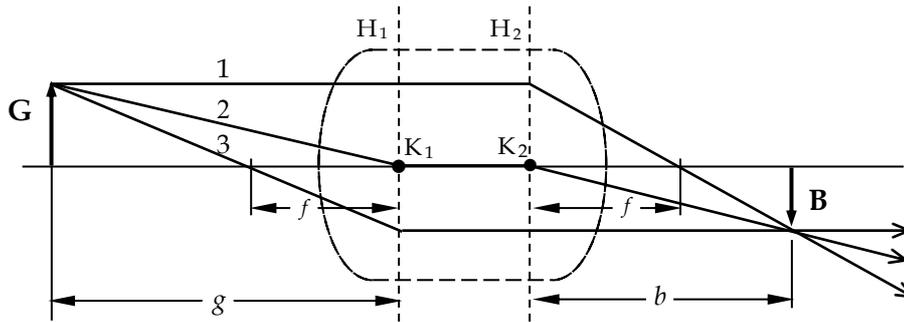


Abb. 3: Bildkonstruktion bei dicken Linsen bzw. Linsensystemen.

### 3. Abbildungsfehler

Alles, was bisher über die optische Abbildung mit Linsen gesagt wurde, gilt streng nur für achsennahe, monochromatische Strahlen. Tatsächlich gibt es eine ganze Reihe von Abbildungsfehlern, die die Güte der Abbildung beeinträchtigen.

#### Astigmatismus (Punktlosigkeit) bei nichtsphärischen Linsen

Die Oberfläche von sphärischen Linsen hat einen wohldefinierten Krümmungsradius, damit gibt es eine genau definierte Brennweite. Bei nichtsphärischen Linsen ist die Oberfläche nicht kugelförmig, sondern oval, d.h. es gibt einen Schnitt senkrecht zur Oberfläche mit maximaler Brechkraft  $D_1 = 1/f_1$  (minimaler Krümmungsradius) und eine senkrecht dazu stehende Ebene mit der minimaler Brechkraft  $D_2 = 1/f_2$ .

Als *astigmatische Differenz* bezeichnet man die Größe

$$\delta = D_1 - D_2.$$

Sie ist ein Maß für die Stärke des Astigmatismus.

Fällt ein achsenparalleles Strahlenbündel auf eine astigmatische Linse, so werden die Strahlen nicht in einem Brennpunkt vereinigt, vielmehr erhält man im Abstand  $f_1$  von der Linse als Bild eine Linie ( $F_1$ ) und im Abstand  $f_2$  eine dazu senkrecht stehende Linie ( $F_2$ , s. Abb. 4). In allen anderen Abständen ist das Bild unscharf. Es ist also unmöglich, mit einer astigmatischen Linse ein scharfes Bild zu erzeugen.

Der Astigmatismus des Auges ist für die Augenheilkunde von großer Bedeutung. Er tritt bei unregelmäßiger Krümmung der Hornhaut auf. Korrigiert wird er mit Hilfe einer astigmatischen Linse (z.B. einer Zylinderlinse), die den Astigmatismus des Auges kompensiert.

Auch bei sphärischen Linsen gibt es Astigmatismus. Er tritt auf, wenn ein Strahlenbündel schräg zur optischen Achse auf die Linse einfällt.

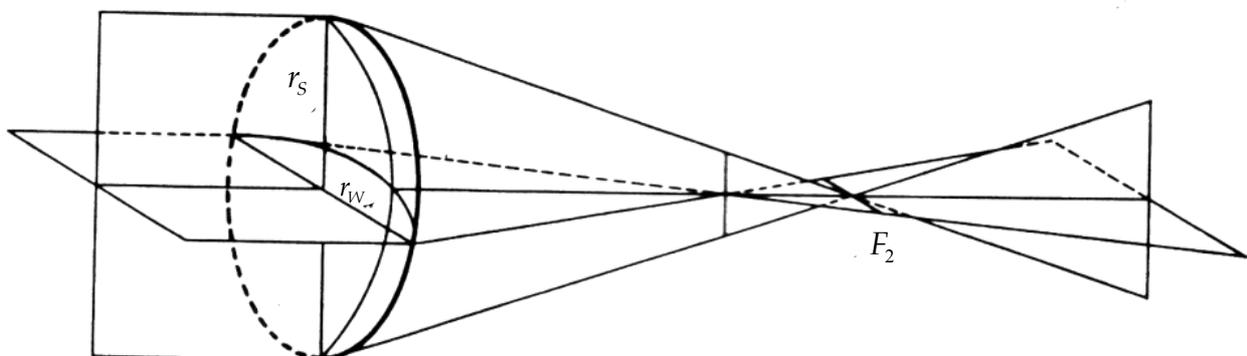
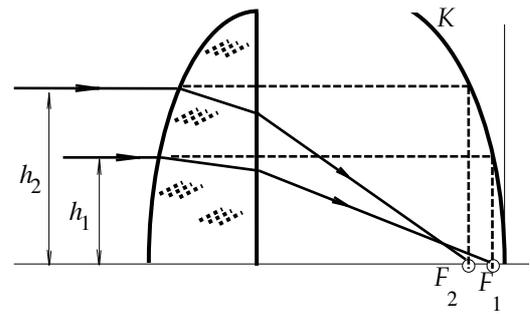


Abb. 4: Astigmatismus bei nichtsphärischen Linsen

**Öffnungsfehler** (sphärische Aberration)

Die Brennweite  $f$  einer Linse mit kugelförmiger Oberfläche ist für Randstrahlen kürzer als für achsennahe Strahlen. Die Brennpunktverschiebung ( $Z = \Delta f = f(h) - f(h=0)$ ) ist proportional zu  $h^2$  ( $h$  = Abstand des Strahls zur optischen Achse). Die Kurve  $K$  zeigt den funktionellen Zusammenhang von  $h$  und  $Z$  (Parabel).

Abb. 5: Kaustik  $K$  bei einer sphärischen Linse**Bildfeldkrümmung**

Die Abweichung des Bildfeldes vom ebenen Bild bezeichnet man als Bildfeldkrümmung. Bei verschwindendem Astigmatismus durch entsprechend korrigierte Objektive verbleibt oft noch eine sphärische Bildfläche. Dadurch werden plane Objekte auf einer ebenen Bildfläche nicht über das ganze Bildfeld gleichmäßig scharf abgebildet. Entscheidet man sich für gute Mittelschärfe, so muss geringere Randschärfe in Kauf genommen werden.

**Verzeichnung**

Der Abbildungsmaßstab für verschiedene Bildwinkel ist unterschiedlich. Es wird dann z.B. ein Quadratraster tonnen- oder kissenförmig abgebildet. (s. Abb. 6).



Abb. 6: Verzeichnung

**Asymmetriefehler** (Koma)

Ein außersaxialer Gegenstandspunkt wird als kometenartiger Lichtfleck abgebildet. Die Zerstreuungsfurur ist asymmetrisch zum idealen Bildpunkt verzerrt.

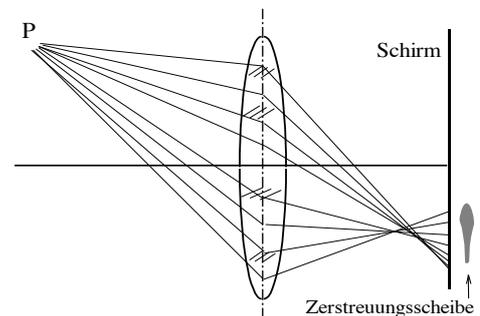


Abb. 7: Koma

**Farbfehler** (chromatische Aberration)

Die Brechzahl  $n$  hängt von der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichtes ab, man bezeichnet dies als Dispersion ( $n_{blau} > n_{rot}$ ). Die Brennweite ist daher für blaues Licht kürzer als für rotes (s. Abb. 8). Geht von einem Gegenstandspunkt weißes Licht aus, so erhält man einen Bildpunkt mit farbigem Saum.

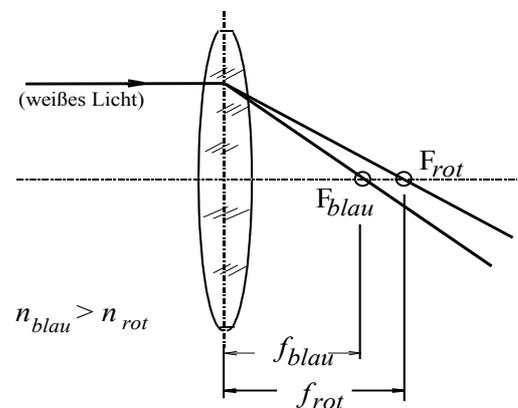


Abb. 8: Brennweiten bei chromatischer Aberration

#### 4. LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

Mit Lasern kann man gerichtete Strahlenbündel von monochromatischem, kohärentem Licht sehr hoher Intensität erzeugen.

Der Aufbau des im Praktikum genutzten He-Ne-Lasers ist schematisch in der Abbildung dargestellt. In einem mit einem He-Ne-Gemisch gefüllten Rohr (G) wird eine Gasentladung gezündet. Die Spannungsversorgung (N) liefert die nötige Spannung von etwa 1000 V. Bei der Gasentladung werden Gasatome angeregt, angeregte Ne-Atome erzeugen (durch stimulierte Emission) kohärentes Licht der Wellenlänge  $\lambda = 633\text{nm}$ . Dieses Licht oszilliert zwischen den beiden Spiegeln  $S_1$  und  $S_2$ .  $S_1$  hat ein Reflexionsvermögen von nahezu 100%, während  $S_2$  ca. 2% der Strahlung austreten lässt. Dies ist der eigentliche Laserstrahl.

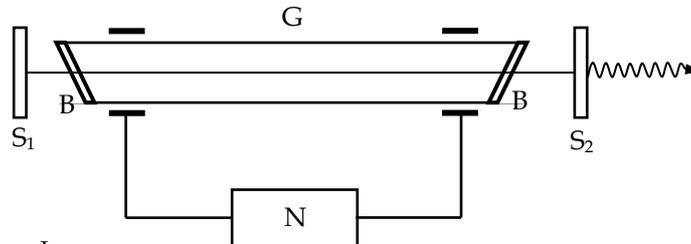


Abb. 9: Helium-Neon-Laser

Um die Funktionsweise eines Lasers zu verstehen, sollte man sich ein Verständnis der Begriffe stimulierte Emission und Besetzungsinversion aneignen.

Literatur zu Geometrische Optik und Laser z. B.: Trautwein, Kreibitz, Oberhauser, Physik für Mediziner, 5. Auflage

#### 5. Das Auge als optisches System

Das menschliche Auge ist aus optischer Sicht ein Linsensystem aus vier Komponenten. Zur Gesamtbrechkraft von  $D \approx 60$  dpt tragen Hornhaut, Kammerwasser, Linse und Glaskörper bei. Den größten Beitrag liefert die Krümmung der Hornhaut ( $\approx 40\text{dpt}$ ), da ihre Fläche an Luft grenzt (große Differenz der Brechzahlen). Die vordere und hintere Brennweite sind unterschiedlich groß (für die Fernadaptation ca. 17 mm bzw. 23 mm), da ihre Brennpunkte in Medien verschiedener Brechzahl liegen.

Beim normalsichtigen Auge werden im entspannten Zustand parallel einfallende Strahlen (weit entfernter Gegenstand) auf die Netzhaut fokussiert. Nur bei unendlich gedachten Gegenständen (Sonne) liegt das Bild in der Brennebene, also im Brennpunkt. Reale Gegenstandsweiten erfordern eine Akkomodation, die den Brennpunkt vor die Netzhaut legt, so dass das Bild auf der Netzhaut scharf abgebildet werden kann. Bei kürzerer Gegenstandsweite adaptiert das Auge durch Veränderung der Linsenkrümmung über einen Brechkraftbereich von ca.  $\Delta D = 10$  dpt (Akkommodation).

Die relative Öffnung ( $\text{Ö} = \text{Durchmesser der Eintrittspupille}/\text{Brennweite}$ ) des Auges liegt im Bereich 1:2 bis 1:8 (Pupillendurchmesser ca. 2mm bis 8mm) und verändert sowohl die Schärfentiefe als auch die Helligkeit auf der Netzhaut.

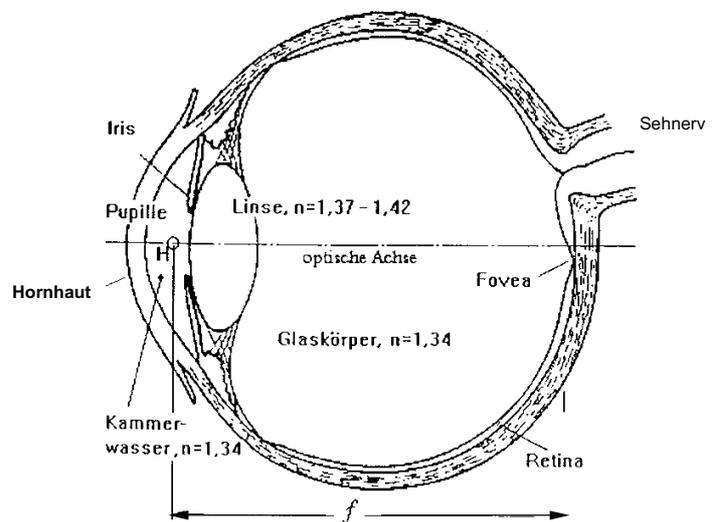


Abb. 10: Schematische Ansicht des menschlichen Auges

## Versuchsdurchführung

### ACHTUNG

- **Direktes und reflektiertes Laserlicht ist für die Augen gefährlich!**
- **Den Laser nur im Beisein der Assistentin bzw. des Assistenten einschalten!**
- **Den Laser nur in Betrieb nehmen, wenn er auf der Optischen Bank montiert ist!**
- **Den Versuch möglichst im Stehen durchführen, oberhalb der Reflexionsebene!**
- **Stets den Auffangschirm benutzen!**
- **Armbanduhren und Handschmuck ablegen!**

Ein Verstoß gegen diese Regeln gefährdet Sie und Ihre Nachbarn!

#### Zubehör

Optische Bank / Dioden-Laser / Strahlteiler / zwei Linsen mit unbekannter Brennweite / eine große Sammellinse / eine Zerstreuungslinse / zwei Zylinderlinsen / Auffangschirm mit Kondensator / Diapositiv/ Reiter

### Aufgabe 1: Bestimmung der Brennweite einer Sammell- und einer Zerstreuungslinse

Mit dem Strahlteiler wird der Laserstrahl in zwei zueinander parallele Strahlen aufgeteilt. Die Parallelität der Strahlen kann zunächst ohne Linse durch ein Verschieben des Schirmes überprüft werden. Anschließend wird die Sammellinse ( $L_1$ ) eingesetzt und deren Brennweite durch erneutes Verschieben des Schirmes ermittelt.

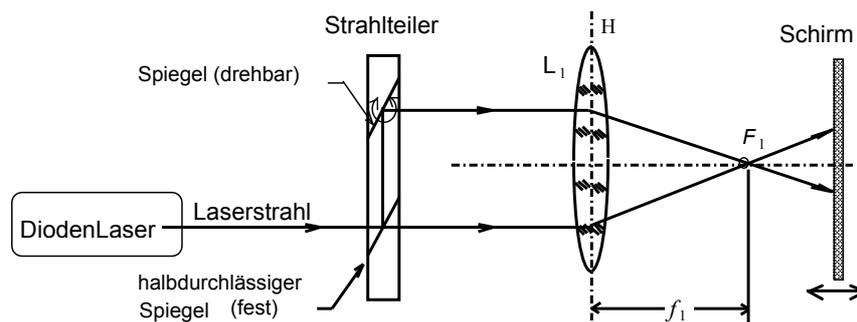


Abb. 11: Versuchsaufbau zur Messung der Brennweite  $f$  einer Sammellinse

Die Zerstreuungslinse ( $L_2$ ) fächert die parallelen Strahlen auf. Durch Messung der Abstände auf dem Schirm lässt sich ihre virtuelle Brennweite berechnen. Die Abstandsmessung der Laserpunkte geschieht zweckmäßiger Weise auf der Rückseite des transparenten Schirmes. Zerstreuungslinsen haben definitionsgemäß negative Brennweiten. Nach dem Strahlensatz der Euklidischen Geometrie ergibt sich das Verhältnis:

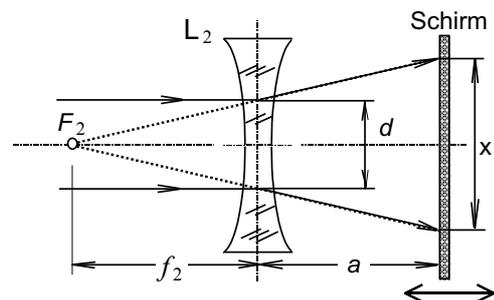


Abb. 12: Strahlenverlauf bei der Bikonkavlinse

$$\frac{d}{x} = \frac{|f|}{|f| + a}$$

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:****Messgrößen:**

**Sammellinse:** Brennweite  $f_1$  messen

**Zerstreuungslinse:** Werte für  $x$ ,  $d$ ,  $a$  messen

**Ergebnisse: Sammellinse:** Brechkraft  $D_1$

**Zerstreuungslinse:** Brennweite  $f_2$  und Brechkraft  $D_2$

**Aufgabe 2: Korrektur der Kurz- und Übersichtigkeit**

Als stark vereinfachtes Modell für ein (fehlsichtiges) Auge dient eine Anordnung aus einer Sammellinse und einem Schirm, die sich im Abstand  $b$  voneinander befinden. Der Schirm steht für die Netzhaut. „Sehen“ bedeutet in diesem Fall, dass ein Gegenstand – ein von hinten beleuchtetes Dia – mit Hilfe der Augenlinse auf der Netzhaut scharf abgebildet wird. Im Unterschied zum realen Auge kann die Brennweite der „Augenlinse“ im Versuch nicht geändert werden, die „Akkommodation des Auges“ erfolgt daher hier durch Variation des Abstandes Linse-Schirm.

Ein normalsichtiges Auge kann im entspannten Zustand Gegenstände, die sich in großer Entfernung befinden, scharf sehen. Kurz- bzw. Übersichtigkeit kann mit Hilfe einer geeigneten Linse („Brille“) vor dem Auge korrigiert werden. Abbildung 13 zeigt den prinzipiellen Aufbau.

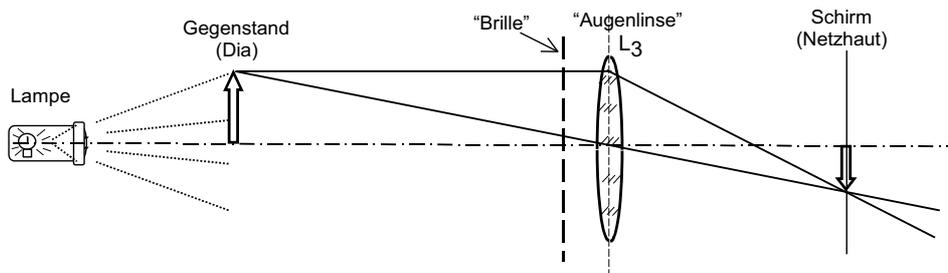


Abb. 13: Stark vereinfachtes Modell des Auges (mit Brille)

Der Gegenstand (Dia) wird mit Hilfe von Sammellinse  $L_3$  (+ zusätzliche Brillenlinse) auf dem Schirm (Netzhaut) abgebildet.

**1. Normalsichtiges Auge:**

Ein Dia wird mit Hilfe einer Lampe und der Sammellinse  $L_3$  auf den Schirm projiziert.

Bei fester Gegenstandsweite ( $g = 210 \text{ mm}$ ) wird der Abstand  $b$  zwischen Linse und Schirm solange variiert, bis ein scharfes Bild entsteht. Berechnen Sie aus den Messgrößen  $b$  und  $g$  unter Zuhilfenahme der Abbildungsgleichung die Brennweite  $f$  und Brechkraft  $D$  der „Augenlinse“.

Bei den folgenden beiden Versuchen 2.2 und 2.3 bleiben die Positionen von Dia und Augenlinse unverändert. Nur der Schirm wird verschoben. Dadurch wird das Bild natürlich unscharf. Prüfen Sie in beiden Fällen, ob das scharfe Bild ohne Brillenlinse vor oder hinter der „Netzhaut“ liegt.

**2. Kurzsichtiges Auge:**

In diesem Fall wird der Schirm im Abstand  $b = 240 \text{ mm}$  hinter der Augenlinse ( $L_3$ ) positioniert.

Diese Anordnung entspricht einem kurzsichtigen Auge. Überlegen Sie, ob Sie zur Korrektur des „Augenfehlers“ eine Sammel- oder Zerstreuungslinse brauchen. Korrigieren Sie die Kurzsichtigkeit, indem Sie zwischen Dia und Augenlinse eine geeignete „Brille“ einfügen.

**Hinweise:**

- Im Versuch kommt es darauf an, zwei Linsen in möglichst kleinem Abstand zueinander zu positionieren. Bei allen folgenden Anordnungen werden Linsen daher auf den schmalen (!) Reitern aufgestellt.
- Im Praktikum sind nur wenige Brillenlinsen vorhanden. Suchen Sie die optimale Linse, mit der sich der Abstand zwischen Brillenlinse und Augenlinse minimieren lässt ( $L_1, L_2, +150\text{mm}, -500\text{mm}$ ). Variieren Sie den Abstand Brille-Augenlinse solange, bis ein scharfes Bild entsteht.

**3. Übersichtiges Auge:**

In diesem Fall wählen wir als Abstand Augenlinse ( $L_3$ ) – Schirm  $b = 110\text{ mm}$ .

Auch dieser „Augenfehler“ soll mit einer geeigneten Brille korrigiert werden.

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:****Messgrößen:**

Aufg. 2.1:  $b$  und  $g$

Aufg. 2.2 und 2.3: Dokumentieren Sie das Versuchsergebnis

**Ergebnisse:** Brennweite  $f$  und Brechkraft  $D$  berechnen;  $[f]=\text{mm}$ ,  $[D]=\text{dpt}$ .

Aufgaben 2.2. und 2.3: Keine Rechnung.

- Welche Linse war die jeweils geeignetste Brille?
- Was bedeutet Kurz- bzw. Übersichtigkeit für die Abbildung auf der Netzhaut? Zeichnen Sie typische Strahlengänge anhand eines vereinfacht gezeichneten Auges, zeichnen sie auch die Brille und die damit korrigierten Strahlengänge.
- In welchem Entfernungsbereich kann eine fehsichtige Person ohne Brille am besten sehen? Nehmen Sie zu beiden besprochenen Fehlsichtigkeiten Stellung.
- Mit welcher Art von Linsen kann man die beiden Augenfehler korrigieren ?

## Aufgabe 3: Eigenschaften einer Zylinderlinse

In Aufgabe 3 und 4 machen wir uns mit den Eigenschaften von astigmatischen Linsen vertraut. In Aufgabe 3 befassen wir uns mit der einfachsten astigmatischen Linse, der Zylinderlinse.

In beiden Fällen benötigt man eine paralleles Strahlenbündel, dass mit der vorhandenen Lampe näherungsweise hergestellt werden kann. Dazu sind zwei Maßnahmen erforderlich: Die Lampe wird mit dem Tubus so justiert, dass die Glühwendel möglichst scharf auf eine entfernte Wand des Praktikumsraums abgebildet wird.

Außerdem sollte der Abstand zwischen Lampe und optischer Anordnung (Linsen und Schirm) möglichst groß sein, d.h. wenigstens 1 m betragen. Zum Aufbau siehe Abb. 14a/b:

Die Lampe wird in großem Abstand von der Zylinderlinse aufgestellt, so dass auf dem Schirm ein möglichst scharfes Bild entsteht. Als Leuchtfläche kann auch ein Dia verwendet werden, wenn die Lampe als zu hell empfunden wird.

Der Abstand zwischen Dia und Zylinderlinse ist auch dann groß zu halten.

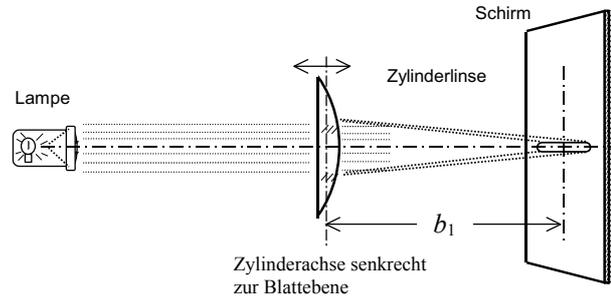


Abb. 14a: Abbildungseigenschaften einer Zylinderlinse

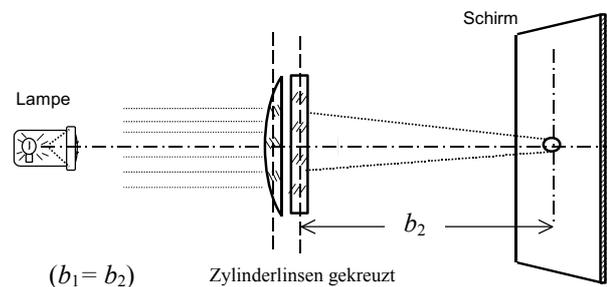


Abb. 14b: Abbildungseigenschaften einer Zylinderlinse

Es werden **zwei Fälle** betrachtet:

1. Eine Zylinderlinse wird in den Halter gesetzt.  
Durch Verschieben des Schirms wird die Brennweite der Zylinderlinse bestimmt und daraus die Brechkraft berechnet.
2. Eine weitere Zylinderlinse wird hinzugefügt, wobei ihre Achsen senkrecht aufeinander stehen.  
Bestimmen Sie auch hier Brennweite und Brechkraft der Linsenkonfiguration. Erläutern Sie das Ergebnis.

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**

$$b_1 \text{ und } b_2$$

**Ergebnisse:** Brechkraft  $D_1$  und  $D_2$

Beantworten Sie schriftlich folgende Frage: Wie unterscheiden sich sphärische Linsen und Zylinderlinsen hinsichtlich ihrer geometrischen Form und was bedeutet das für ihre Brechkraft?

## Aufgaben 4: Der Astigmatismus

Als astigmatische „Augenlinse“ dient in diesem Fall eine Linsenkombination, die aus der Sammellinse  $L_1$  und einer Zylinderlinse besteht. Als Lichtquelle dient die in Aufgabe 3 erwähnte Lampe. Die in Aufgabe 3 beschriebenen Maßnahmen zur (näherungsweise) Erzeugung eines parallelen Strahlenbündels sind zu beachten. Es wird kein Dia verwendet.

1. Fokussieren Sie das Strahlenbündel allein mit der Sammellinse  $L_1$  auf den Schirm und bestimmen Sie den Abstand  $b_0$  zwischen Linse und Schirm. Zur Abschwächung einer zu großen Helligkeit können Polarisationsfilter oder eine Lochblende zwischen Lampe und Linse verwendet werden.

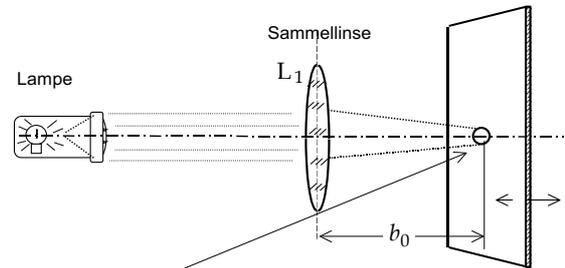


Abb. 15: Bild des parallelen Strahlenbündels

2. Stellen Sie vor der Sammellinse eine Zylinderlinse (mit vertikaler Zylinderachse) auf. Der Abstand beider Linsen sei minimal (30mm, schmale Reiter verwenden). Zeigen Sie, durch Verschieben des Linsensystems, dass es unmöglich ist, mit diesem astigmatischem Linsensystem ein scharfes Bild des Strahlflecks zu erzeugen.

Verfolgen Sie den Strahlengang an Hand von Abb. 4. Messen Sie die Entfernungen  $b_1$  und  $b_2$ , in denen man einen möglichst scharfen horizontalen bzw. vertikalen Strich sieht. Da die einfallenden Strahlen annähernd parallel sind, kann man  $b_1 \approx f_1$ ,  $b_2 \approx f_2$  setzen ( $f_1, f_2 =$  Brennweite). Berechnen Sie daraus die astigmatische Differenz:

$$\delta = |1/f_1 - 1/f_2|.$$

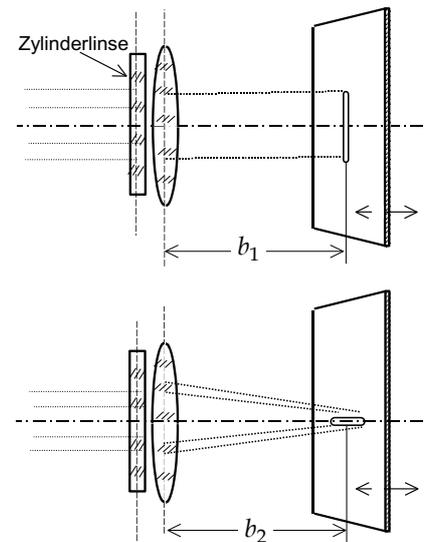


Abb. 15: Kombination aus Sammel- und Zylinderlinse

3. Korrigieren Sie den Astigmatismus der obigen Linsenkombination, indem Sie eine weitere Zylinderlinse als „Brille“ (in minimalen Abstand) davor setzen. Bestimmen Sie auch hier den Abstand  $b_3$ .

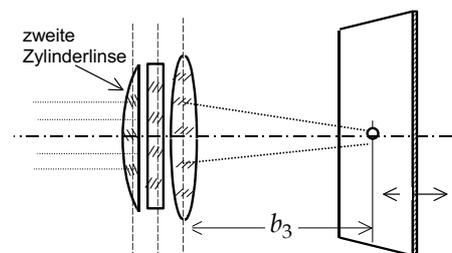


Abb. 16: Kompensation des Astigmatismus

4. Auch der Astigmatismus einer einzelnen Zylinderlinse kann kompensiert werden, wenn man eine zweite gleichartige Zylinderlinse mit um  $90^\circ$  gedrehter Achse davor setzt und die Sammellinse entfernt. Zur Demonstration wird zwischen Lampe und Zylinderlinsen ein Dia gestellt. Zeigen Sie, dass mit einer Zylinderlinse kein scharfes Bild, mit zwei kreuzweise angeordneten Zylinderlinsen aber eine brauchbare Abbildung des Dias erreicht werden kann. Bestimmen Sie für den letzteren Fall nach der Methode von Aufgabe 2.1 die Brennweite  $f$  des Linsensystems.

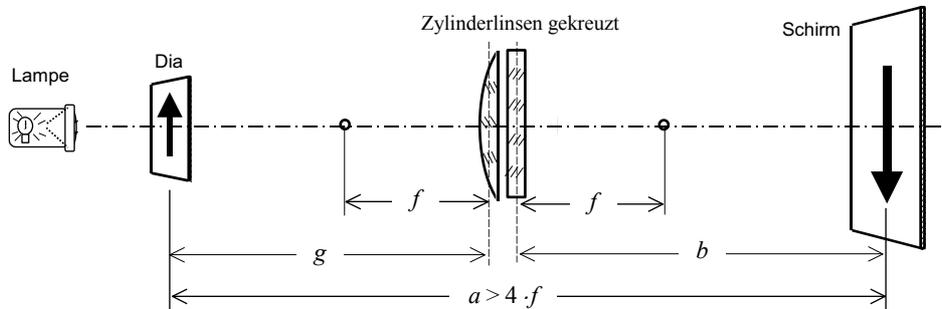


Abb. 18: Abbildungseigenschaften zweier Zylinderlinsen

Hinweis zu Aufgabe 4.4 :

Ein scharfes reelles Bild des Dias kann nur dann erzeugt werden, wenn der Abstand  $a$  zwischen Dia und Schirm ( $a = b + g$ ) größer als  $4f$  ist. Im Versuch ist  $a \approx 700$  mm ausreichend. Zudem kann der Mindestabstand von 1m zwischen Lampe und optischer Anordnung (Dia, Linsen, Schirm) unterschritten werden.

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Aufgaben 4.1 - 4.3:  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  und  $b_3$

Aufgabe 4.4:  $b$  und  $g$

#### Ergebnisse:

- Aufgaben 4.1 - 4.3 :
- Stellen Sie die Messwerte  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  und  $b_3$  in Form einer Tabelle zusammen und vergleichen Sie die Ergebnisse der Brechkräfte der Linsenkombination.
  - Beschreiben Sie qualitativ, wie sich die Brechkraft  $D$  einer Sammellinse ändert, wenn man zuerst eine und dann zwei Zylinderlinsen hinzufügt.
  - Gegeben sei eine astigmatische Linse, welche in zwei zueinander senkrecht liegenden Ebenen minimale bzw. maximale Brechkräfte  $D_{\min}$  bzw.  $D_{\max}$  hat. Wie kann man den Astigmatismus dieser Linse mit einer Zylinderlinse korrigieren? Welche astigmatische Differenz muss die Zylinderlinse besitzen?

Aufgabe 4.2 : Berechnung der astigmatischen Differenz  $\delta$ .

Aufgabe 4.4: Brennweite des Linsensystems berechnen.

## Grundlagen der Elektrizitätslehre / Modell Nervenfasern

### Lehrziele:

Elektr. Stromstärke, Ladung, Elektr. Spannung, Elektr. Widerstand, Elektr. Stromkreis, Elektr. Kapazität, Oszilloskop (Siehe Hinweise Punkt 9 oder Filmtutorial über Webseite)

Elektrische Spannungen und Ströme sind in der Biologie von großer Bedeutung. So ist auch die Fortleitung von Reizimpulsen über Nerven ein elektrischer Prozess. Neben der Erzeugung und Weiterleitung von Aktionspotentialen auf den langen (bis zu über einem Meter) Axonen gibt es auch eine rein passive (elektrotonische) Erregungsausbreitung auf den Dendriten über kürzere (einige mm) Strecken. Die Ausbreitung von elektrischen Impulsen ist Gegenstand dieses Versuchs. Behandelt werden:

- Grundlagen der Elektrizitätslehre
- Umgang mit Oszilloskop (Siehe Hinweise Punkt 9 oder Filmtutorial), Volt-, Amperemeter
- Messen von Parallel- und Serienschaltung von Widerständen
- Messen von Impulsverformungen am Modell eines Membranteilstücks aus RC-Schaltungen

### Grundlagen der Elektrizitätslehre

Es gibt zwei verschiedene Arten von elektrischen **Ladungen**, genannt positive (+) bzw. negative (-) Ladungen. Gleichnamige Ladungen üben abstoßende, ungleichnamige anziehende Kräfte aufeinander aus. Die elektrische Ladung ist immer an Masse gebunden. Es gibt z.B. Elektronen (-), Positronen (+), Protonen (+), Ionen (+ oder -). In neutralen Körpern kompensieren negative und positive Ladungen einander.

Der Betrag einer Ladungsmenge  $Q$  ist immer ein Vielfaches des Betrages einer **Elektronenladung**  $q_{el} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  A·s. Die SI-Einheit einer Ladung ist 1 *Ampere-Sekunde* (As) = 1 *Coulomb* (C). Bewegte elektrische Ladungsträger bilden einen

**elektrischen Strom** mit der Stromstärke  $I = \frac{Q}{\Delta t}$

( $Q$  ist die Ladungsmenge, die in der Zeit  $\Delta t$  durch einen Leiter fließt). Damit Ladungen fließen, müssen Kräfte auf sie wirken. Das passiert i.A. durch Anlegen einer **elektrischen Spannung  $U$**  (Potentialdifferenz) (z.B. Batterie). Voraussetzungen für einen Stromfluss sind also: Existenz von freien Ladungsträgern und eine elektrische Spannung.

Im Vakuum werden Ladungsträger (z.B. Elektronen) durch eine elektrische Spannung beschleunigt, in metallischen Leitern erfahren sie Reibungskräfte, die gleich groß aber entgegengesetzt zur elektrischen Kraft sind. Als Folge bewegen sich die Elektronen mit konstanter Geschwindigkeit, d.h. der Strom  $I$  (definitionsgemäß entgegengesetzt zur Elektronenrichtung) ist auch konstant. Die Reibungskräfte sind materialabhängig. Beschrieben werden sie durch den sog. **elektrischen Widerstand  $R$** : bei Anlegen einer Spannung  $U$  an einen Leiter (der freie Elektronen enthält) fließt ein Strom  $I$ , der umso größer ist je kleiner der Widerstand  $R$  des Leiters ist:  $U = R \cdot I$  (Einheit von  $U$ : 1 Volt (V); Einheit von  $R$ : 1 Ohm ( $\Omega$ ) = 1 V/A). Bei konstanter Temperatur ist  $R$  unabhängig von  $U, I$  (**Ohmsches Gesetz:  $U \propto I$** ). Durch die Reibung wird **Joulesche Wärme**  $W$  im stromdurchflossenen Leiter erzeugt:  $W = I \cdot U \cdot \Delta t$ . Geliefert wird diese Energie von der Batterie.

Das Leiterstück mit dem elektrischen Widerstand  $R$  nennt man auch den „Widerstand  $R$ “. Legt man an eine Serienschaltung (Reihenschaltung) von mehreren Widerständen  $R_1, R_2, \dots$  eine Spannung  $U$ , so fließt derselbe Strom  $I$ , der auch durch einen „Ersatzwiderstand“  $R = R_1 + R_2 + \dots$  fließen würde. Bei Parallelschaltung von Widerständen  $R_1, R_2, \dots$  ergibt sich ein „Ersatzwiderstand“  $R$  vermittelt  $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$  (siehe auch **Kirchhoffsche Gesetze**).

Ein weiteres wichtiges Schaltelement neben dem Widerstand  $R$  ist der **Kondensator** mit der **Kapazität**  $C$ . Die „Kapazität“ besteht aus zwei gegeneinander isolierten Leitern, die bei Anlegen einer Spannung  $U$  Ladungen  $Q$  ( $Q_+$  bzw.  $Q_-$ ) speichern. Es gilt  $Q = C \cdot U$ . Lädt man den Kondensator über einen Widerstand  $R$  mit einer Spannungsquelle  $U_0$  auf (Abb. 1a), so wächst die Spannung  $U(t)$  über dem Kondensator mit der **Zeitkonstanten**  $\tau = R \cdot C$  nach der Beziehung  $U(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$  (Abb. 1b).

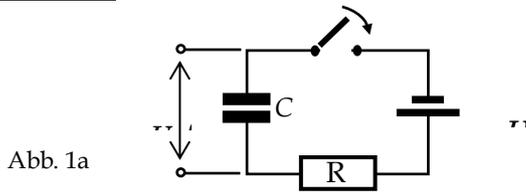


Abb. 1a

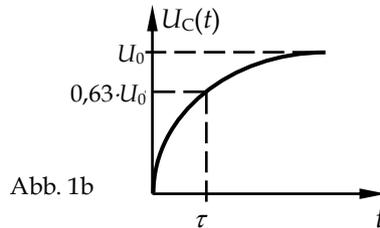


Abb. 1b

Wird ein auf die Spannung  $U_0$  aufgeladener Kondensator über einen Widerstand  $R$  kurzgeschlossen (Abb. 2a), so entlädt er sich nach  $U_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$  (Abb. 2b). Nach der Zeit  $t = \tau = R \cdot C$  ist die Spannung  $U_C(t) = U_C(\tau) = \frac{1}{e} U_0$ , d.h. sie ist auf 37% des Anfangswertes  $U_0$  abgefallen. Die Zeitkonstante  $\tau$  ist gleichzeitig die Zeit, nach der beim Aufladen 63% der maximal möglichen Spannung  $U_0$  erreicht ist. Die **Membranzeitkonstante** (Zellphysiologie) gibt gleichermaßen die Zeit an, nach der 63% des maximal möglichen Membranpotenzials erreicht worden ist.

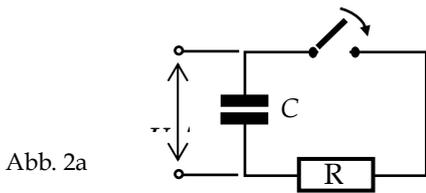


Abb. 2a

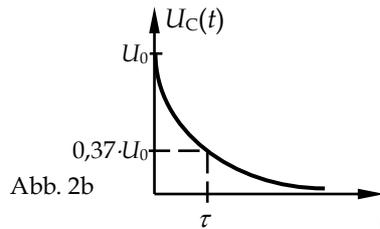


Abb. 2b

Statt einfacher Auf- bzw. Entladung einer Kapazität über einen Widerstand kann man auch eine periodische Rechteckspannung (Abb. 3b) aus einem Generator an eine RC-Schaltung (Abb. 3a) legen. Die Spannung  $U_C$  (Abb. 3b) über dem Kondensator zeigt dann periodisch das typische Auf- bzw. Entladeverhalten. Wird die Periode der Rechteckspannung zu klein, wird der Kondensator nicht mehr vollständig aufgeladen bzw. entladen.

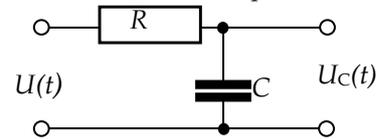


Abb. 3a RC-Schaltung

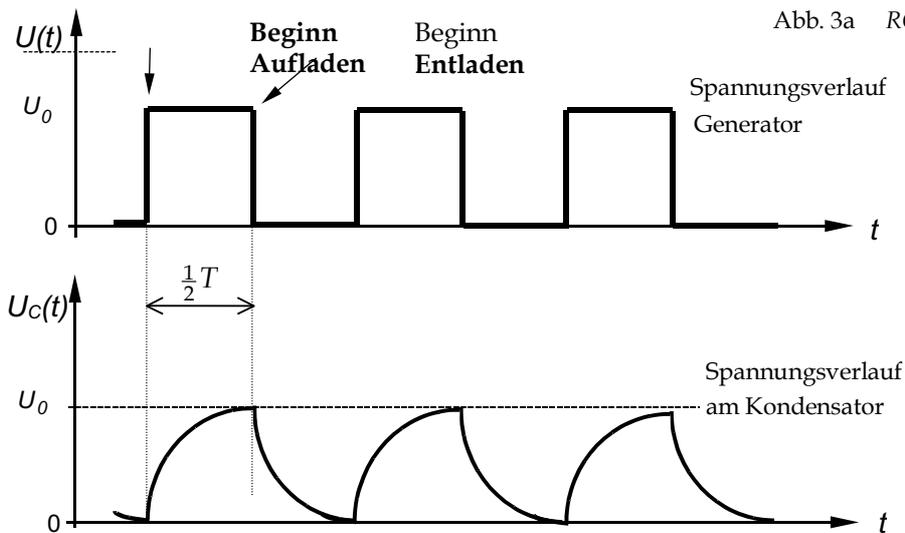


Abb. 3a,b

## Charakteristische Größen periodischer Spannungen

$$T \quad : \text{Periode} \quad [T]$$

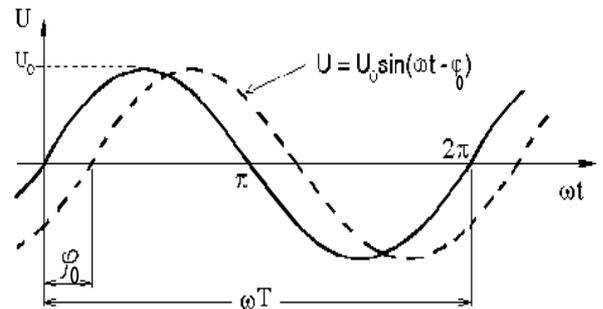
$$f = \frac{1}{T} \quad : \text{Frequenz} \quad [f] = s^{-1} = \text{Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad : \text{Kreisfrequenz} \quad [\omega] = s^{-1}$$

$\varphi_0$ : Nullphasenwinkel; Winkel zwischen einer Schwingung, die den Nullpunkt des Koordinatensystems durchläuft, und einer beliebigen anderen Schwingung (gestrichelt).

$U_0$ : Amplitude, Spitzenspannung

$U_{SS}$ : Spannungsdifferenz zwischen positiver und negativer Amplitude



$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Effektivspannung

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

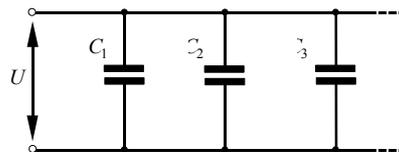
Effektivstrom

## Kondensator

Ein Kondensator wird durch zwei elektrisch geladene Körper gebildet, die einen bestimmten Abstand voneinander haben. Die einen Kondensator charakterisierende Größe ist die Kapazität. Sie bezeichnet das Verhältnis der zugeführten elektrischen Ladung  $Q$  zur entstandenen (bzw. angelegten) Spannung  $U$ :

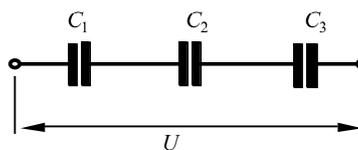
$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} = \text{F} \quad (\text{F: Farad})$$

Die Kapazität eines Kondensators ist also diejenige elektrische Ladung, die je ein Volt gespeichert wird. Insbesondere vergrößert sich seine Kapazität nicht durch Erhöhung der Spannung.



**Bei Parallelschaltung von Kondensatoren** liegt an jedem die gleiche Spannung  $U = U_1 = U_2 = \dots$ . Demnach ist die Gesamtladung der Schaltung  $Q_{ges} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$ , und für die Gesamtkapazität gilt

$$C_{ges} = \frac{Q_1}{U} + \frac{Q_2}{U} + \dots + \frac{Q_n}{U} = \sum_{i=1}^n C_i$$



**Bei Reihenschaltung von Kondensatoren** erhält jeder die gleiche Ladung  $Q = Q_1 = Q_2 = \dots$ . Die Gesamtspannung ist gleich der Summe der Einzelspannungen  $U = Q/C = U_1 + U_2 + \dots = Q/C_1 + Q/C_2 + \dots$ , und für die reziproke Gesamtkapazität gilt

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

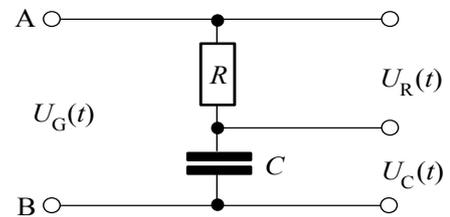
## Spannungsverlauf am RC-Schaltkreis

Wird zum Zeitpunkt  $t = 0$ s die Spannung  $U_0$  an die RC-Kombination gelegt, so lädt sich der Kondensator über den Widerstand  $R$  auf. Ist nach einiger Zeit der Kondensator auf die Spannung  $U_0$  aufgeladen und wird zwischen den Punkten A und B kurzgeschlossen, so entlädt sich der Kondensator über den Widerstand. Das An- und Abschalten der Spannung  $U(t)$  kann durch einen Rechteckgenerator erfolgen.

Beim Aufladen gilt:

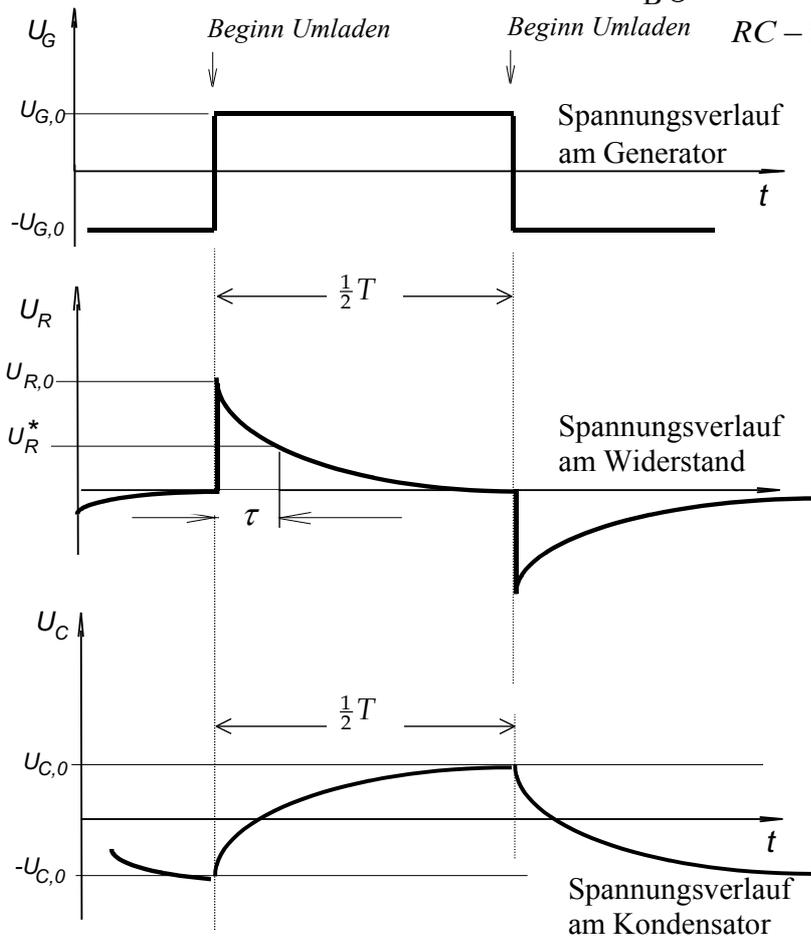
$$U_R(t) = U_{R,0} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$U_C(t) = U_{C,0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$



$$U_G(t) = U_R(t) + U_C(t)$$

$$U_{G,0} = \frac{1}{2} U_{R,0} = U_{C,0}$$



Das Produkt  $R \cdot C$  bestimmt die Geschwindigkeit des Auf- und Entladens und heißt Zeitkonstante  $\tau$  ( $\tau$  hat die Dimension einer Zeit):

$$\tau = R \cdot C \quad [\tau] = [R \cdot C] = 1 \text{ Ohm} \cdot 1 \text{ Farad} = 1 \Omega \cdot 1 \text{ F} = 1 \cdot \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{V}} = 1 \cdot \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{A}} = 1 \text{ s}$$

Beim Aufladen ist die Spannung  $U_R$  am Widerstand  $R$  nach der Zeit  $\tau$  auf  $1/e$  ihres ursprünglichen Wertes abgesunken (s. mittlere Skizze  $\uparrow$ ):

$$U_R^* = U_R(\tau) = U_{R,0} \cdot e^{-\frac{R \cdot C}{R \cdot C}} = \frac{U_{R,0}}{e} \approx 0,37 \cdot U_{R,0}$$

## Spule

In einer Spule wird immer dann eine elektrische Spannung  $U$  induziert, wenn der sie durchsetzende magnetische Fluss  $\Phi$  eine Änderung erfährt ( $U = -n \cdot \Delta\Phi/\Delta t$ ,  $n$ : Windungszahl). Diese Erscheinung wird Induktion genannt. Die Änderung eines magnetischen Flusses kann durch Bewegung der Spule in einem Magnetfeld bewirkt werden. Wird die Spule von einem nicht konstanten Strom durchflossen, so bewirkt dieser ebenfalls eine Flussänderung  $\Delta\Phi$ , und damit eine Induktionsspannung. Diese Erscheinung nennt man Selbstinduktion. Die hierdurch hervorgerufenen Spannungen wirken den sie erzeugenden Stromstärkeänderungen entgegen:

$$U = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad [L] = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \text{H} \qquad (\text{H Henry})$$

Der Proportionalitätsfaktor  $L$  wird Induktivität genannt. Die Induktivität charakterisiert eine bestimmte Spule. Bei Reihenschaltung und Parallelschaltung von Induktivitäten gilt:

Reihenschaltung

$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_{i=1}^n L_i$$

Parallelschaltung

$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

**Zum Oszilloskop lesen Sie bitte die „Hinweise zum Praktikum“, Punkt 9, ab Seite 22 oder sehen Sie das Filmtutorial aus der auf STiNE eingestellten Linkliste.**

## Versuchsdurchführung

### Zubehör

Frequenz-Generator / Oszilloskop / Multimeter / Gleichspannungsnetzgerät / Widerstandsbatterie / Schaltung Nervenmodell / Kabel.

- ♦ Mit keiner der zur Verfügung stehenden Spannungsquellen ist es möglich, das Oszilloskop zu beschädigen. Sie können und sollen deshalb alle Kontrollen des Messgerätes zwanglos ausprobieren und sich mit der Wirkung der einzelnen Schalter auch in Grenzbereichen vertraut machen.
- ♦ Eine parallaxenfreie Ablesung erhält man näherungsweise, wenn sich das (schwache) 'Spiegelbild' des betrachtenden Auges mit der Messstelle auf dem Schirm deckt.
- ♦ Die Kalibrierungsregler sollten vor jeder Arbeitssitzung am Oszilloskop auf ihre (eingerastete) Position hin überprüft werden.

### Aufgabe 1: Darstellung und Messung von Wechselspannungen

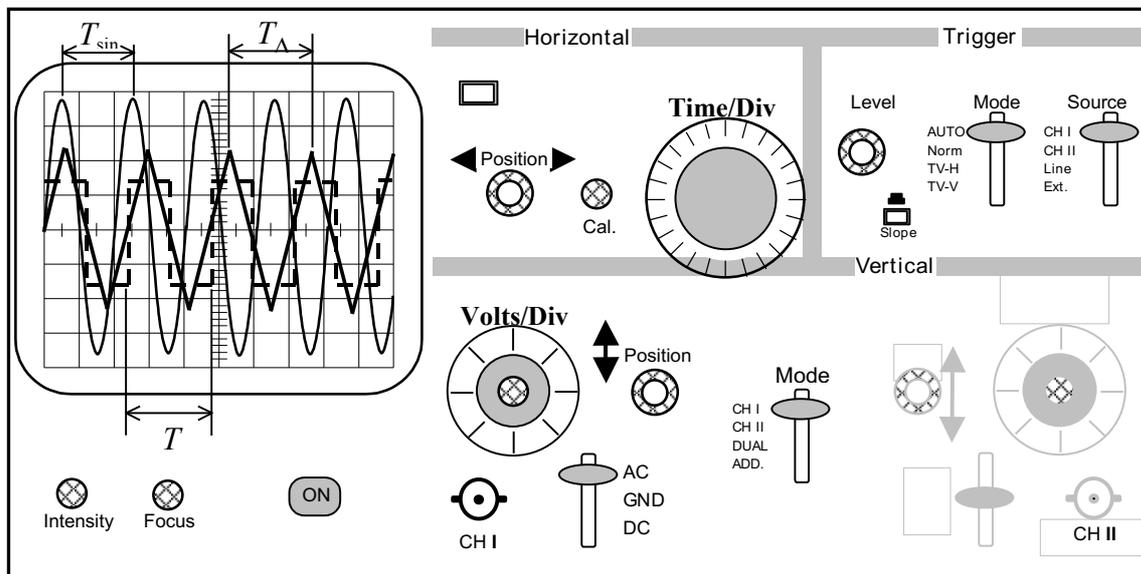


Abb. 5: Oszilloskop zur Messung von Wechselspannungen

1. Den AC/DC-Schalter auf Wechselspannung (AC) stellen.
2. Mit dem BNC-Kabel den Ausgang des Frequenzgenerators mit der CH I -Buchse verbinden und Geräte einschalten. Die CH I -Buchse ist der Eingang des Oszilloskops für die zu messende Spannung.
3. Die wählbaren drei Kurvenformen Sinus, Dreieck und Rechteck zur Darstellung bringen.

4. Prüfen Sie die Wirkung der folgenden Schalter bei der Darstellung einer Sinusschwingung und notieren Sie die Ergebnisse und Charakteristiken mit eigenen Worten in Ihrem Protokollheft. Beachten Sie dabei auch die Möglichkeiten der Kalibrierung.

Bereich Vertical: Volts/Div, Pos.-Regler, Calibration  
 Bereich Horizontal: Time/Div, Pos.-Regler, Calibration (Swp.Var.)  
 Bereich Trigger: Source (CH I / CH II), Level, Slope-Schalter

5. Für die Dreieckschwingung drei beliebige Frequenzen am Frequenzgenerator einstellen, die jeweils zugehörige Periodendauer  $T$  berechnen und mit den angezeigten Periodenzeiten auf dem Bildschirm vergleichen.

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Die Beschreibungen der Wirkungen der, in Aufgabenteil 1.4 genannten Schaltern.  
 Die drei eingestellten Frequenzen  $f$ , mit ihren zugehörigen, am Oszilloskop abgelesenen Periodendauern  $T$ .

**Ergebnisse:**  $f_{FG}$ , verglichen mit  $f_{Osz}$  und deren relative Abweichungen

### Aufgabe 2: Messungen am Spannungsteiler

- Als Spannungsquelle für die nachfolgenden Schaltungen dient ein Gleichspannungsnetzgerät.
- Den Time/Div-Schalter am Oszilloskop so einstellen, dass der Elektronenstrahl eine ruhig stehende Linie schreibt und mit den Reglern für Intensität und Fokus auf scharfe Abbildung einstellen.
- Mit dem **Positions-Regler** vor Beginn des Versuches die Leuchtspur auf den unteren Strich des Rasters positionieren. Diese Stellung gilt nun als Nullmarke für die Messung der Gleichspannung.

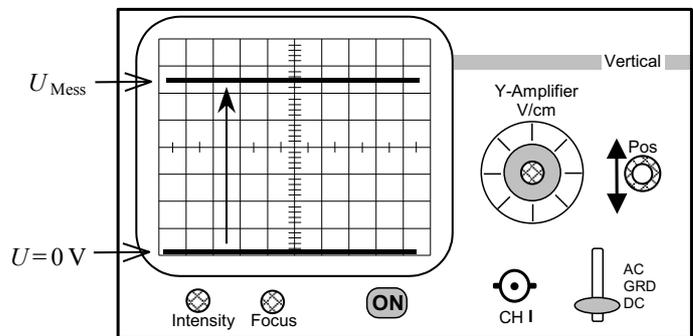


Abb. 6: Oszilloskop zur

Gleichspannungsmessung

- **AC/DC-Schalter** auf Gleichspannung stellen.
  - DC:** Direct Current (für Gleichspannungsmessungen)
  - AC:** Alternating Current (für Wechselspannungsmessungen; Current: für el. Strom)
  - GND:** Ground (Erdung des Eingangssignals; es erfolgt die Anzeige von  $U = 0V$ )

Das Multimeter wird hier für Messung von Gleichstrom verwendet und entsprechend eingestellt. Mit dem Oszilloskop werden die Spannungen gemessen.

1. Es werden gemäß den nachfolgenden Skizzen nacheinander verschiedene Schaltungen mit Ohmschen Widerständen aufgebaut. Die verwendeten Widerstandsgrößen sind dem Aufdruck der Widerstände zu entnehmen und zu protokollieren. Aus diesen Angaben wird der Gesamt Widerstand berechnet ( $R_{\text{gerechnet}}$ ). Für die Protokollierung der Messwerte können Sie die nachfolgend beigegebene Tabelle als Vorlage verwenden. Aus Strom- und Spannungsmessungen ist der Gesamt widerstand  $R_{\text{ges(gemessen)}}$  der jeweiligen Schaltung zu errechnen und die relative Abweichung in Bezug zum gerechneten Gesamt widerstand zu bestimmen.

2. **Schaltung A:** An dieser Spannungsteilerschaltung sollen die Stromstärke und die Spannungen an den Einzelwiderständen gemessen werden. Aus den Spannungsmesswerten wird die Gesamtspannung  $U_{\text{ges}}$  berechnet und mit dieser der Gesamt widerstand  $R_{\text{ges}}$  der Schaltung.

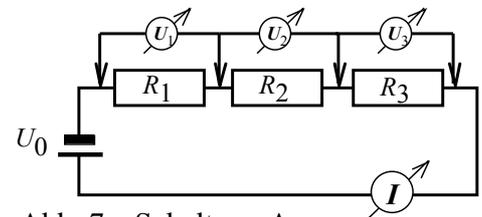


Abb. 7a: Schaltung A

3. **Schaltung B:** Die Schaltung stellt ebenfalls einen Spannungsteiler dar. Hier sind durch Strom- und Spannungsmessungen sowohl der Gesamt widerstand der Schaltung, als auch das Verhältnis der parallel geschalteten Widerstände ( $R_1, R_2$ ) zu dem in Reihe liegenden Widerstand  $R_3$  zu ermitteln. Das Verhältnis der aus dem Aufdruck der Widerstände gerechneten Werte ist mit dem gemessenen Spannungsverhältnis  $U_1/U_3$  zu vergleichen.

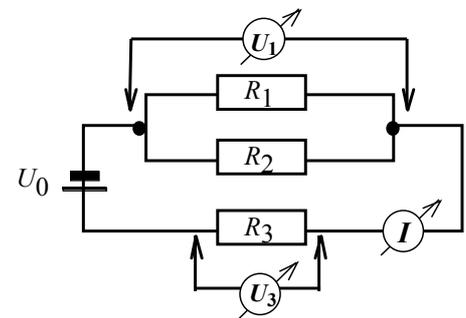


Abb. 7b: Schaltung B

Schaltung	$\frac{U_1}{\text{V}}$	$\frac{U_2}{\text{V}}$	$\frac{U_3}{\text{V}}$	$\frac{U_{\text{ges}}}{\text{V}}$	$\frac{I}{\text{mA}}$	$\frac{R_{\text{ges}}}{\text{k}\Omega}$	$\frac{R_{\text{gerechnet}}}{\text{k}\Omega}$
A							
B		÷					

Beispieltabelle 1: Spannungsmessungen an Schaltkreisen Ohmscher Widerstände

$$\frac{\Delta R}{R_{A,\text{gerechnet}}} = \frac{|R_{A,\text{ges}} - R_{A,\text{gerechnet}}|}{R_{A,\text{gerechnet}}} = \quad \quad \quad \frac{\Delta R}{R_{B,\text{gerechnet}}} = \frac{|R_{B,\text{ges}} - R_{B,\text{gerechnet}}|}{R_{B,\text{gerechnet}}} =$$

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Schaltung A:  $U_1, U_2, U_3, I$ , die Beschriftungen der drei benutzten Widerstände  $R_1, R_2, R_3$ .

Schaltung B:  $U_1, U_3, I$ , die Beschriftungen der drei benutzten Widerstände  $R_1, R_2, R_3$ .

**Ergebnisse:** Schaltung A:  $U_{\text{ges}}$ ,  $R_{\text{gerechnet}}$  verglichen mit  $R_{\text{ges(gemessen)}}$ , relativer Fehler dieses Vergleichs

Schaltung B:  $U_{\text{ges}}$ ,  $R_{\text{gerechnet}}$  verglichen mit  $R_{\text{ges(gemessen)}}$ , relativer Fehler dieses Vergleichs

### Aufgabe 3: Messungen am Nervenmodell

Die verwendete Schaltung dient als Modell für das passive elektrische Verhalten von Nervenzellen. Nervenzellen können mit technischen Kabeln verglichen werden, wobei die Zellmembran der Isolierschicht, der Außenwiderstand (zu vernachlässigen, nicht mit eingezeichnet) dem extrazellulären und der Innenwiderstand dem intrazellulären Widerstand entspricht ( $R_1, R_2, \dots$ , sind die intrazellulären Widerstände pro Membranabschnitt; in Wirklichkeit ist der elektrische Widerstand des Axons  $2,5 \cdot 10^8 \Omega/\text{cm}$ ). Der Schaltkreis ist aus einer Kette von RC-Schaltungen aufgebaut (jede RC-Schaltung entspricht einem kurzen „Membranabschnitt“), die die Zellmembraneigenschaften simulieren, sowie aus den gleichgroßen „Membranwiderständen“  $R_1, R_2, \dots$ , die den intrazellulären Widerstand darstellen. Als Ersatz für die Nervenzellimpulse wird ein Frequenzgenerator mit Rechteckschwingungen verwendet.

Die Generatorfrequenz ist auf  $f = 40,0 \text{ Hz}$  einzustellen.

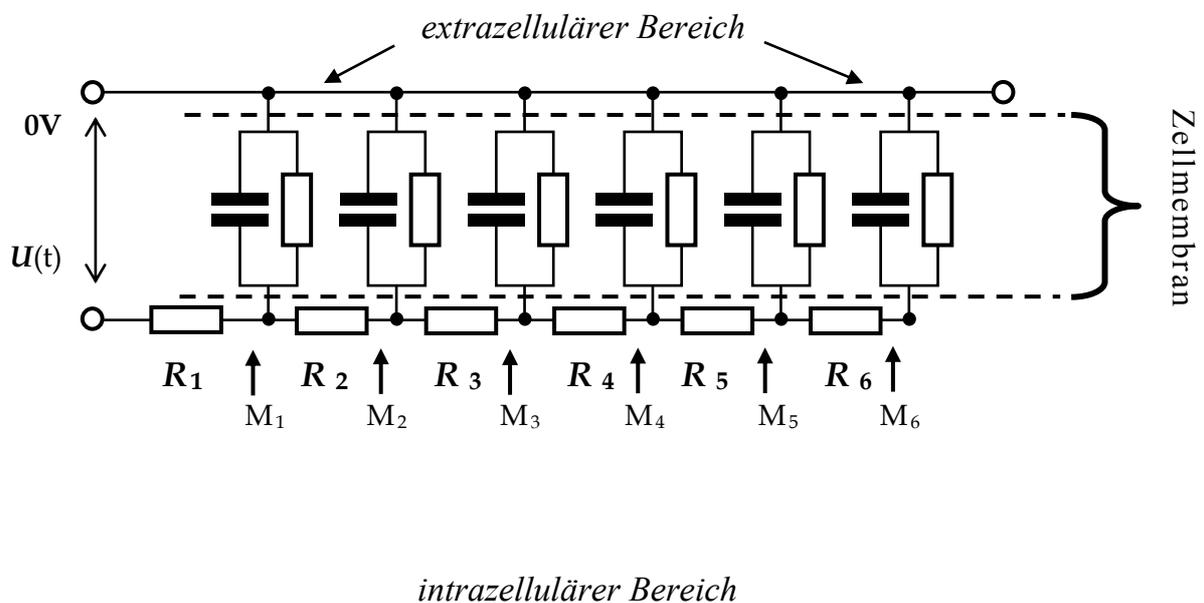


Abb. 9: Modell eines längeren Membranabschnitts

Die Spitzenspannungen (Spannung gegenüber „0V“) werden von  $M_1$  zu  $M_2$  zu  $M_3 \dots$  immer kleiner. Die Membranlängskonstante  $\lambda$  gibt die Entfernung an, nach der noch  $1/e = 37\%$  der ursprünglichen Reizamplitude des Messpunktes  $M_1$  vorhanden sind (bei Nervenzellen einige mm).

$\lambda$  ergibt sich theoretisch aus  $\lambda = \sqrt{\frac{R_m}{R_\ell}}$ , wobei  $R_m$  der Membran- und  $R_\ell$  der Längswiderstand sind.

Die Spannungswerte der Amplituden sind in Abhängigkeit der Membranabschnitte tabellarisch zu protokollieren und anschließend in Koordinatensysteme mit halblogarithmischer und linearer Achsenteilung einzutragen. Dazu sind Ausgleichskurven zu zeichnen. Der Membranabschnitt auf der Abszisse, der dem  $e$ -ten Teil der anfänglichen Spannung am Element  $M_1$  entspricht, ist mittels der Ausgleichskurven zu finden und einzuzeichnen.

Der Abstand von  $M_1$  zum gefundenen Membranabschnitt entspricht der Membranlängskonstanten  $\lambda$ .

Membranabschnitt	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$
$\frac{U}{V}$						

Tabelle 2: Beispieltabelle zur Spannungsmessung am Modell eines Membranabschnittes

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

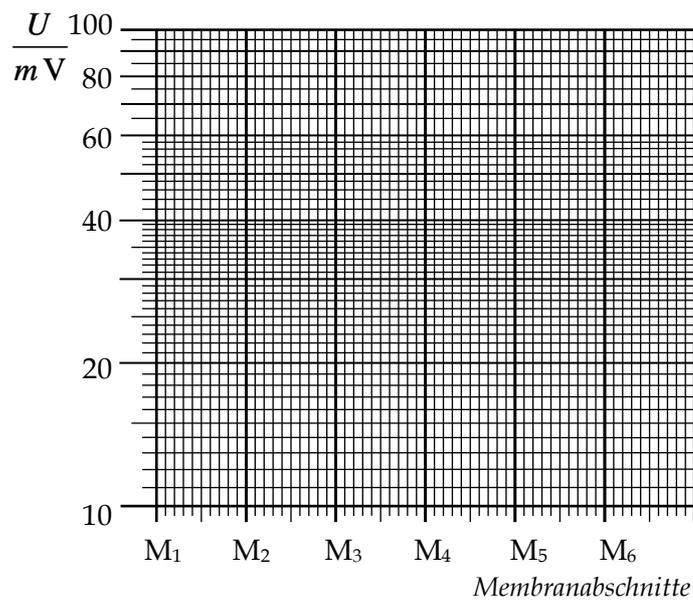
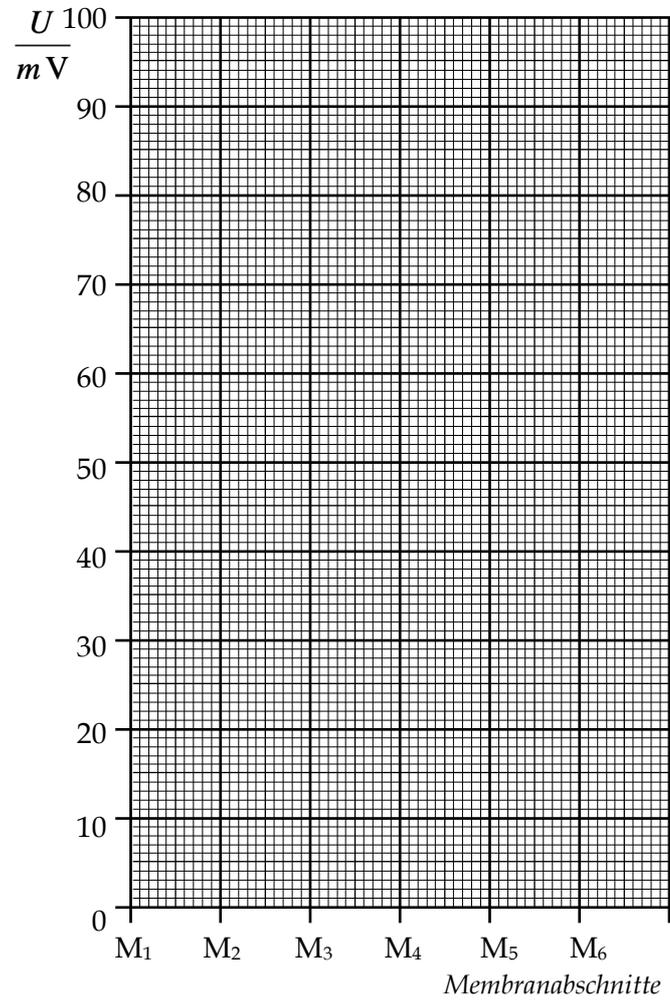
**Messgrößen:**

Die 6 Spannungen  $U_i$  an den Messpunkten  $M_1$  bis  $M_6$ .

**Ergebnisse:** Graph auf linearem und auf halblogarithmischem Papier, Membranlängskonstante  $\lambda$

## Kopiervorlage

Spannungsverlauf bei der Ersatzschaltung des Teilstückes einer Nervenzellmembran





## Wellenoptik

### Lehrziele:

Polarisation, Erzeugung linear polarisierten Lichts. Beugung an Spalt und Gitter, Wellenlängenabhängigkeit des Beugungswinkels

### Polarisation

Bei einer elektromagnetischen Welle wie dem Licht liegen die Vektoren des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  und des magnetischen Feldes  $\vec{H}$  stets senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung und zugleich in Ebenen senkrecht zueinander. Die Wellenlängen des sichtbaren Lichtes liegen im Bereich von etwa 400nm bis 800nm.

Schwingen die  $\vec{E}$ -Vektoren der Wellen eines Lichtbündels in derselben Ebene, so liegt linear polarisiertes Licht vor. Sind die Schwingungsrichtungen eines Lichtbündels in allen Richtungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung verteilt, so ist das Licht unpolarisiert. Lineare Polarisation kann durch Streuung, Reflexion, Doppelbrechung und Dichroismus erzeugt werden. Je nach Grad der Polarisation spricht man von teilweise oder vollständig polarisiertem Licht.

### Beugung

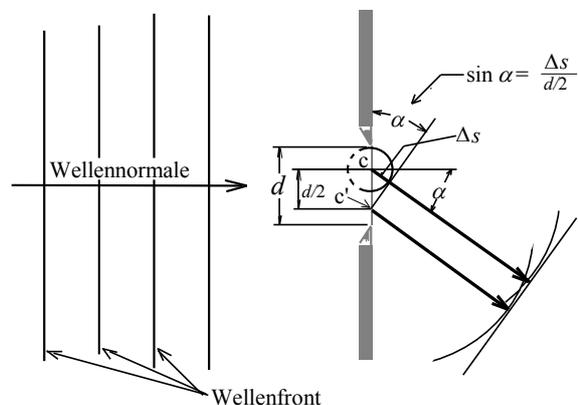
Wenn Blendendurchmesser oder andere Hindernisse klein sind (in der Größenordnung der Lichtwellenlänge oder kleiner), dann ist die Lichtausbreitung nicht mehr nur geradlinig („geometrische“ Optik) sondern es dominieren Beugungseffekte. Huygenssche Elementarwellen, die von der Primärwelle am Hindernis erzeugt werden, breiten sich in alle Richtungen aus und erzeugen damit Licht im geometrischen Schattenraum des Hindernisses, d.h. das Licht wird „um die Ecke gelenkt“. Durch Interferenzen von Huygensschen Elementarwellen erhält man Beugungsmuster.

### Huygenssches Prinzip

Jeder Punkt einer Wellenfront lässt sich als Erregungszentrum einer neuen elementaren Kugelwelle auffassen. Die Umhüllende dieser Elementarwellen von allen Punkten einer Wellenfront ergibt die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt. Mit diesem Prinzip lässt sich der Ausbreitungsvorgang einer Welle analytisch beschreiben.

### Beugung am Spalt

Trifft eine ebene Welle senkrecht auf einen Spalt der Breite  $d$ , so betrachtet man jeden Punkt innerhalb des Spaltes als Ausgangspunkt einer Huygensschen Elementarwelle. Es lässt sich eine Ausbreitungsrichtung  $\alpha$  finden, in der zwischen jedem Paar von Elementarwellen, deren Abstand ihrer Ausgangspunkte innerhalb des Spaltes gerade  $cc'=d/2$  ist, ein Gangunterschied von  $\Delta s = \lambda/2$  besteht.



Auslöschung beim Gangunterschied:

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2}$$

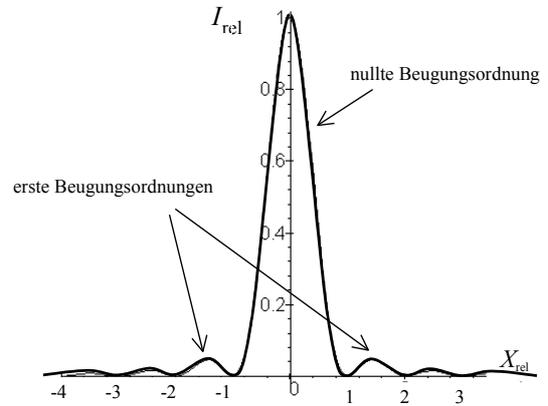
1. Minimum: 
$$\sin \alpha = \frac{\Delta s}{d/2} = \frac{\lambda/2}{d/2} = \frac{\lambda}{d}$$

Beide Elementarwellen werden dann bei Überlagerung, z. B. in der Brennebene einer Linse, ausgelöscht. Solche paarweise Zuordnung ist für alle Punkte des Spaltes eindeutig möglich, so dass also *alle* Elementarwellen in einer von der Wellenlänge  $\lambda$  abhängigen Ausbreitungsrichtung  $\alpha$  ausgelöscht werden können.

Bei Gangunterschieden  $\Delta s$  von ungeraden ganzzahligen Vielfachen von  $\lambda/2$  werden mehrere Minima (zwischen den relativen Maxima) beobachtet. Die Abbildung des Spaltes auf einem Schirm ergibt eine Beugungsfigur, beginnend von der nullten Beugungsordnung mit stark abnehmender Intensität für höhere Beugungsordnungen. Allgemeine Minimumbedingung am Spalt:

$$d \cdot \sin \alpha_{\min} = \lambda \cdot m \quad m = 1, 2, \dots$$

Beugungsordnung  $d$ : Spaltbreite  
 $\alpha$ : Beugungswinkel  
 $\lambda$ : Wellenlänge



Intensitätsverteilung bei der Beugung am Spalt

## Beugung am Gitter

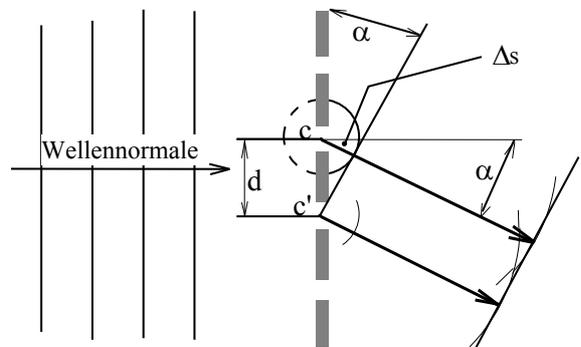
Eine regelmäßige Anordnung von Öffnungen in einem Schirm bildet ein Gitter. Trifft eine ebene Welle auf ein Gitter und betrachtet man nach dem *Huygensschen* Prinzip jede Öffnung als Zentrum für eine elementare Kugelwelle, so tritt gerade unter denjenigen Beugungswinkeln ein Intensitäts**maximum** auf, unter denen zwei am Gitter benachbarte Wellen einen ganzzahligen Gangunterschied der Wellenlänge  $\lambda$  haben.

Allgemeine Maximumbedingung am Gitter:

$$d \cdot \sin \alpha_{\max} = \lambda \cdot m \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Der Abstand zweier Gitterstriche  $d$  heißt Gitterkonstante. Die Intensitätsmaxima werden um so höher und schärfer, je mehr Elementarwellen miteinander interferieren, d.h. je mehr Gitterspalte beleuchtet werden.

Die Abhängigkeit von  $\lambda$  erlaubt eine spektrale „Zerlegung“ von weißem Licht.



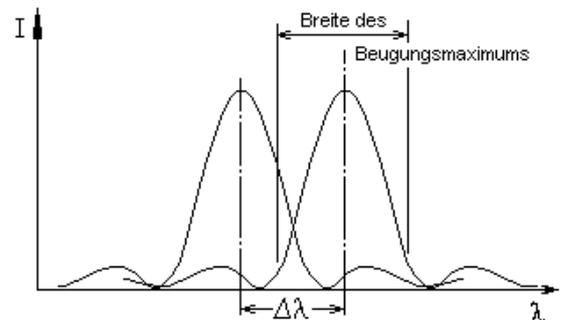
Verstärkung beim Gangunterschied:  $\Delta s = \lambda$

## Auflösungsvermögen eines Gitters

Nach der Gleichung für Beugungsmaxima am Gitter erscheinen die Maxima einer Ordnung  $m > 0$  für verschiedene Wellenlängen getrennt, so dass ein Spektrum gemessen werden kann (Spektren 1., 2., 3., ... Ordnung). Im Spektrum erscheinen größere Wellenlängen stärker gebeugt als kleine, im Gegensatz zur Brechung beim Prisma, bei der die kürzeren Wellenlängen die größte Ablenkung erfahren. Zwei Wellenlängen können getrennt gemessen werden, wenn der Abstand  $\Delta\lambda$  ihrer Intensitätsmaxima größer als die Breite des Beugungsmaximums ist. Das Auflösungsvermögen eines Gitters wird definiert durch  $\lambda/\Delta\lambda$  und beträgt:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m \cdot N$$

$\Delta\lambda$ : Differenz zweier gerade noch unterscheidbarer Wellenlängen  
 $N$ : Anzahl der beleuchteten Spalte



## Versuchsdurchführung

### ACHTUNG

- **Direktes und reflektiertes Laserlicht ist für die Augen gefährlich!**
- **Den Laser nur im Beisein der Assistentin bzw. des Assistenten einschalten!**
- **Den Laser nur in Betrieb nehmen, wenn er auf der Optischen Bank montiert ist!**
- **Den Versuch möglichst im Stehen durchführen, oberhalb der Reflexionsebene!**
- **Stets den Auffangschirm benutzen!**
- **Die zur Vermeidung rückwärtiger Reflexionen bereitliegenden Blenden verwenden!**
- **Armbanduhren und Handschmuck ablegen!**

Ein Verstoß gegen diese Regeln gefährdet Ihre Gesundheit und die der Anwesenden!

#### Zubehör zu 8a

Optische Bank / Helium-Neon-Laser / Gitter mit bekannter Linienzahl pro mm / Drahtgitter mit unbekannter Gitterkonstante / Auffangschirm mit Feineinstellung senkrecht zur optischen Achse / Polarisationsfolie mit Winkelteilung / Sammellinse / Lampe / Spalt.

#### Aufgabe 1: Messung der Polarisationsrichtung von Laserlicht

- Durch Drehen des Analysators nach rechts und links sollen die Minima der Intensität des Laserstrahles gemessen werden. Der gelbe Zeiger gibt die Schwingungsrichtung des durchgehenden elektrischen Feldes  $E$  an. Notieren Sie die Polarisationsrichtung.

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

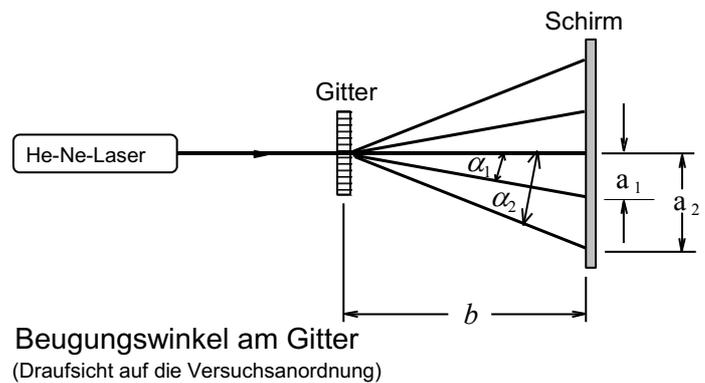
**Messgrößen:**

Zwei Winkel für minimale Intensität,  $\alpha_{min,links}$  ,  $\alpha_{min,rechts}$  .

**Ergebnisse:** Zwei Winkel für maximale Intensität (Polarisationsrichtung) ,  $\alpha_{max,links}$  ,  $\alpha_{max,rechts}$   
Skizze, die die Lage der Winkel verdeutlicht, z.B. Kreis, mit den eingezeichneten Winkeln mit Kennzeichnung der Polarisationssebene.

## Aufgabe 2: Messung der Lichtwellenlänge eines Dioden-Lasers

Mit dem Liniengitter (570 oder 600 Linien je mm) die Abstände  $a_m$  der ersten und zweiten Beugungsordnung ( $m=\{1, 2\}$ ) links und rechts von der nullten Beugungsordnung ausmessen. Wegen der großen Ablenkung muss der Sinus des Ablenkwinkels  $\alpha$  verwendet werden.



Messgrößen:

- Abstand  $b$ ;
- tabellarisch zu protokollieren:

$$a_m \quad \text{und} \quad \sin \alpha_m = \frac{a_m}{\sqrt{a_m^2 + b^2}} \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{d}{m} \cdot \sin \alpha_m \quad d : \text{Gitterkonstante}$$

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**

$$a_m, b, d$$

**Ergebnisse:** Mittelwert von  $\lambda$  und seine Standardabweichung  $\pm \Delta \bar{\lambda}$

## Aufgabe 3: Messung der Gitterkonstanten mit Laserlicht

Versuchsaufbau prinzipiell wie bei Aufgabe 2.

1. Das Drahtgitter besteht aus zwei gekreuzten Liniengittern gleicher Gitterkonstanten. Bis zur vierten Ordnung sollen in x- und y-Richtung die Beugungsmaxima gemessen werden.
2. Der Abstand  $b$  Gitter-Schirm ist möglichst groß zu wählen (ca. 100cm), um relative Ungenauigkeiten beim Messen gering zu halten.

Da die Ablenkwinkel  $\alpha$  klein sind, kann  $\sin \alpha \cong \tan \alpha$  gesetzt werden:  $\sin \alpha_m \cong \tan \alpha_m = \frac{a_m}{b}$

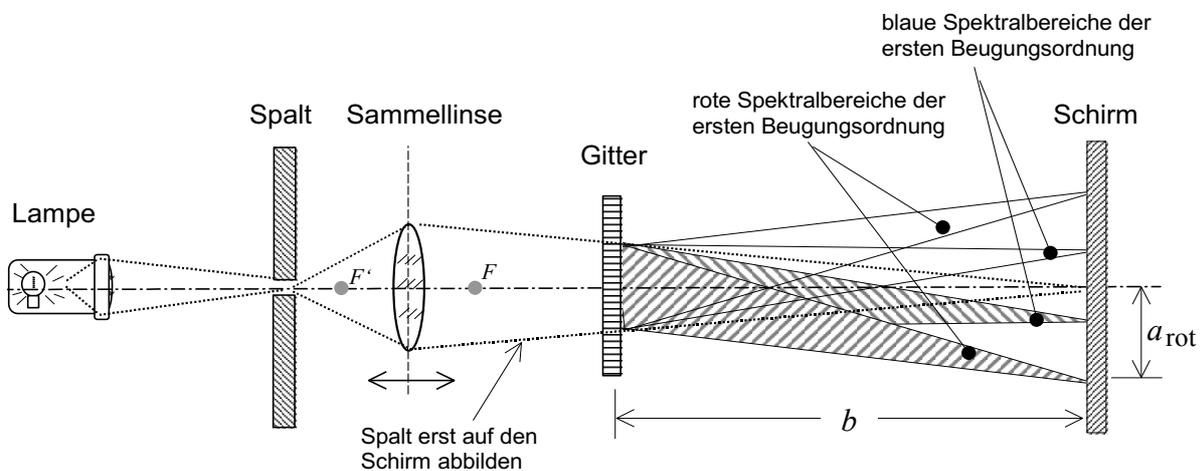
**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**  $b$ ; tabellarisch:  $m, a, \sin \alpha$

**Ergebnis:** Mittelwert der Gitterkonstante  $d$  und Standardabweichung  $\pm \Delta \bar{d}$

## Aufgabe 4: Wellenlängengrenzen einer Glühlampe mit dem Strichgitter messen

1. Mit der Glühlampe ist der verstellbare Spalt optimal zu beleuchten. Dies ist dann der Fall, wenn die Wendel der Lampe auf den Spalt abgebildet wird.
2. Der Spalt soll dann mit der Linse scharf auf den Schirm abgebildet werden.
3. Daraufhin wird das Gitter so weit vor den Schirm gesetzt, dass die 1. Beugungsordnung gut auszumessen ist.
4. Es werden die Grenzen für verschiedene Teile des Spektrums der ersten Beugungsordnung ausgemessen und jeweils der arithmetische Mittelwert zwischen rechter und linker Beugungsordnung gebildet. Wieder wird  $\sin \alpha = a/\sqrt{a^2 + b^2}$  zur Berechnung verwendet. Die Messgrößen werden sinngemäß wie bei Aufgabe 2 protokolliert. Die Wellenlängen  $\lambda$  werden berechnet.



### Kontinuierliches Spektrum einer Glühlampe

(Draufsicht auf die Versuchsanordnung)

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

$$a_m, b, d$$

**Ergebnisse:** Die Wellenlängen der Farben  $\lambda_m$

## Mikroskop

### Lehrziele:

Mikroskop: Strahlengang im Mikroskop, Vergrößerung, numerische Apertur, Auflösungsvermögen

### Vergrößerung

Der SEHWINKEL, unter dem ein Gegenstand betrachtet wird, ist der Winkel, den zwei Grenzstrahlen vom Gegenstand zum hinteren Scheitel der Augenlinse bilden. Alle optischen Instrumente dienen der Veränderung des Sehwinkels. Ein Maß für diese Veränderung ist als Vergrößerung  $v$  definiert:

$$v = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

$\varepsilon$  : Sehwinkel mit Instrument  
 $\varepsilon_0$  : Sehwinkel, unter dem der Gegenstand in der Entfernung  $s_0 = 25\text{cm}$  ohne Instrument erscheint.

### Strahlengang im Mikroskop (siehe auch Erläuterungen zu „Versuch 6“)

Das Mikroskop besteht aus einem Objektiv (Sammellinse kurzer Brennweite) und einem Okular (Sammellinse). Der Gegenstand liegt etwas außerhalb der Brennweite des Objektivs, so dass man ein vergrößertes reelles Zwischenbild erhält. Dieses liegt im Brennpunkt des Okulars (Bild im „Unendlichen“) oder etwas innerhalb der Brennweite (Erzeugung eines virtuellen Bildes).

Abbildungsmaßstab  $\beta$  des Objektivs:

$$\beta_{Obj} = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \cong \frac{t}{f_{Obj}}$$

Vergrößerung  $v$  des Okulars:

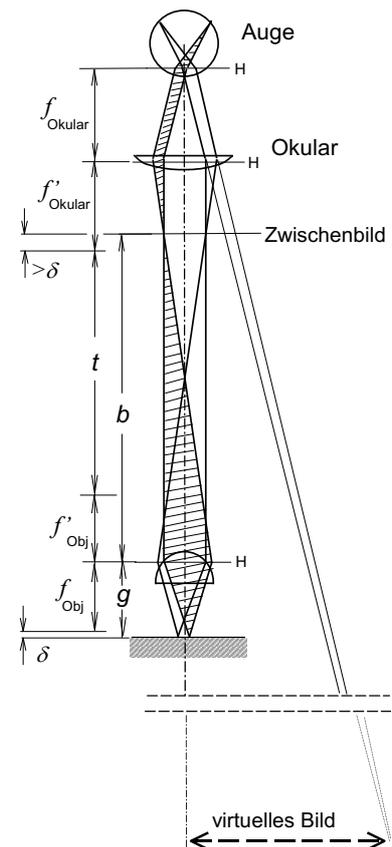
$$v_{Okular} = \frac{s_0}{f_{Okular}}$$

Gesamtvergrößerung  $V$ :

$$V = \beta_{Obj} \cdot v_{Okular} = \frac{t \cdot s_0}{f_{Obj} \cdot f_{Okular}}$$

$B$	= Bildgröße	$G$	= Gegenstandsgröße
$b$	= Bildweite	$g$	= Gegenstandsweite
$t$	= optische Tubuslänge	$f_{Obj}$	= Objektivbrennweite
$s_0$	= Sehweite 25 cm	$f_{Okul}$	= Okularbrennweite

Der Abbildungsmaßstab  $\beta$  als Verhältnis geometrischer Längen darf nicht mit der Vergrößerung  $v$  eines Objektivs verwechselt werden, die als Winkelverhältnis einen „willkürlichen“ Bezugswinkel  $\varepsilon_0$  enthält, der sich für die Betrachtung des Gegenstandes in einem Norm-Abstand ( $s_0$ ) ergibt.



## Auflösungsvermögen des Mikroskops

Die Fähigkeit eines Systems, feine Details abzubilden, nennt man Auflösungsvermögen. In der Optik wird zwischen spektralem Auflösungsvermögen (s. Versuch 9b) und dem örtlichen Auflösungsvermögen eines abbildenden Apparates, z. B. des Mikroskops unterschieden. Beim Mikroskop ist es üblich, den reziproken Wert des (örtlichen) Auflösungsvermögens  $A$  als Auflösungsgrenze  $d_{\min}$  zu definieren:

$$\frac{1}{A} = d_{\min}$$

Es ist  $d_{\min}$  der kleinste Abstand zweier Objektpunkte, die noch getrennt abgebildet werden. Bei vollständiger Korrektur der Abbildungsfehler wird die Auflösungsgrenze allein durch die Beugung an der Öffnung des Objektivs begrenzt. Bei einer Lochblende (kreisförmige Öffnung) erhält man als Beugungsbild eine abwechselnde Folge heller und dunkler konzentrischer Ringe. Das erste Minimum liegt z. B. unter einem Winkel  $\alpha_\ell$ , für den gilt  $r \cdot \sin \alpha_\ell = 0,61 \cdot \lambda$ , wobei  $r$  der Radius der Blende ist. Beim Mikroskop ist das Objektiv die beugende „Lochblende“. Das führt dazu, dass die Bilder zweier nahe beieinander liegender Objektpunkte zwei Scheibchen (zentrale Beugungsmaxima) sind, die einander überlappen können. Die Bilder kann man nur dann noch als getrennt erkennen, wenn der Abstand der Scheibchen mindestens so groß ist, dass das zentrale Beugungsmaximum des einen Objektpunktes in das erste Minimum des zweiten fällt. Aus dieser Forderung ergibt sich der kleinste Abstand zweier Objektpunkte, die noch getrennt wahrgenommen werden können, zu

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha} = \frac{\lambda}{A_0} \Rightarrow A = \frac{n \cdot \sin \alpha}{\lambda}$$

Für kleinere Wellenlängen  $\lambda$  des Lichtes erreicht man also eine kleinere Auflösungsgrenze  $d_{\min}$  bzw. eine größere Auflösung  $A$  (blaue Filterung der Beleuchtung beim Mikroskop).

Die Apertur  $\alpha$  ist der größte halbseitige Öffnungswinkel, der mit dem Objektiv für die Abbildung eines Objektpunktes möglich ist, und damit ein Maß für die Größe der Öffnung ( $\ddot{O} = d/f$ ). Die Brechzahl  $n$  gilt für das Medium zwischen Objekt und Objektiv.

Die Größe  $A_0 = n \cdot \sin \alpha$  wird als *numerische Apertur* bezeichnet. Da die Apertur  $\alpha$  stets kleiner als  $90^\circ$  sein muss, ist auch die numerische Apertur  $A_0$  kleiner als eins - solange in Luft mikroskopiert wird ( $n_{\text{Luft}} = 1$ ). Beim Mikroskopieren mit Ölimmersion kann man für die numerische Apertur einen Wert von etwa  $A_0 = 1,4 \sim 1,5$  erhalten und damit das Auflösungsvermögen steigern (z. B. Zedernöl:  $n_{\ddot{O}1} = 1,51$ ; Monobromnaphthalin:  $n_{\ddot{O}1} = 1,66$ ). Eine hohe Apertur  $\alpha$  ist natürlich auch für die Bildhelligkeit günstig.

Für ein bestimmtes Objektiv ist  $A_0$  eine konstante Größe. Diese Größe wird - neben der Vergrößerung und der optischen Tubuslänge - auf jedem Objektiv als Zahlenwert angegeben.

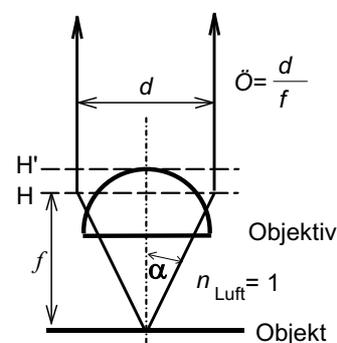
Eine zu hohe Gesamtvergrößerung ist bei gegebener Apertur sinnlos (die natürliche Grenze liegt wegen der Wellennatur des Lichtes bei ca.  $V=2000$ ). Den praktisch nutzbaren Vergrößerungsbereich eines Mikroskops geben die Faustformeln  $V_{\min} = 500 \cdot A_0$  und  $V_{\max} = 1000 \cdot A_0$  an. Danach kann zu einem bestimmten Objektiv ein Okular mit passender Vergrößerung ausgewählt werden.

### Beispiel : Gegeben sei ein Objektiv mit 40/0,65;

daraus folgt für die maximal sinnvolle Vergrößerung  $V_{\max} = 1000 \cdot 0,65 = 650$

und wegen  $V_{\text{gesamt}} = \beta_{\text{Objektiv}} \cdot v_{\text{Okular}}$  für die maximale Okularvergrößerung  $v_{\text{Okular}} = \frac{650}{40} \approx \underline{\underline{16}}$

Im Elektronenmikroskop haben die Elektronen um einige Größenordnungen niedrigere Wellenlängen als Licht ( $\lambda = h/p$ ;  $p$ : Impuls,  $h$ : Plancksches Wirkungsquantum), entsprechend kleiner ist die mögliche Auflösungsgrenze ( $d_{\min} \approx 0,5 \text{ nm}$  bei  $\lambda \approx 0,005 \text{ nm}$ ).



Zur numerischen Apertur

## Einige Bemerkungen zum praktischen Arbeiten mit dem Mikroskop

- Vor der eigentlichen Arbeit mit jeder okularbewehrten Apparatur ist stets eine Einstellung am Okular vorzunehmen (betrifft auch den Versuch 9b). Zum einen kann damit subjektive Fehlsichtigkeit korrigiert, zum anderen aber auch eine bestimmte Bildentfernung eingestellt werden.
- In vielen Fällen ist es günstig, das Auge auf Unendlich zu akkomodieren und dann das Okular so einzustellen, dass ein scharfes Bild entsteht. So kann auch über längere Zeit ermüdungsfrei mikroskopiert werden.

PS: Auf Objektiven mit etwas stärkerer Vergrößerung (und entsprechender Güte) ist - neben der *Vergrößerung*, der optischen *Tubuslänge* und der *numerischen Apertur* - oft auch eine zusätzliche Angabe über die *Dicke* in mm des zu verwendenden Deckglases graviert, für dessen Verwendung die sphärische Korrektur des Objektivs optimiert wurde (Beispiel in der Reihenfolge der genannten Größen: 40 / 170 / 0,65 / 0,17).

## Versuchsdurchführung

### Zubehör

Mikroskop mit drei Objektiven / Okular  $v=10$  mit Maßstab / Objektmaßstab 1mm / Kreuzgitter (das auch in Versuchsteil 8a benutzte) / Objektträgerglas / kleines Deckglas 0,17mm.

### Aufgabe 1: Vertraut machen mit dem Mikroskop

- ◆ Der Umgang mit dem Mikroskop erfordert ein wenig Übung und damit Zeit, die im Versuch zur Verfügung steht. Das gilt auch für die Einstellung des Okulars auf eine Bildentfernung, die der subjektiven Sehfähigkeit entspricht, eine Tätigkeit, in der sich alle Studierenden üben sollen.
- 1. Das Okular so einstellen, dass bei entspannter Betrachtung die Okularskala scharf abgebildet wird. Jede/r Studierende macht sich mit dem Einstellen des Okulars vertraut.
- 2. Identifizieren Sie die gravierten Angaben auf dem am stärksten vergrößernden Objektiv, ordnen Sie ihnen die entsprechende Bedeutung zu und protokollieren Sie die Ergebnisse.
- 3. Welche der folgenden Bildfehler (siehe Versuch 6) meinen Sie bei der Betrachtung eines Gitters mit dem 4-fach (bzw. 5-fach) vergrößernden Objektiv zu erkennen?
  1. Bildfeldkrümmung
  2. Verzeichnung
  3. Chromatische Aberration

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Angaben des vergrößerungsstärksten Objektivs

Nennung der erkannten Bildfehler

### Aufgabe 2: Okularmaßstab für drei Objektive kalibrieren

Damit Sie die unter Aufgabe 2 geforderten Messungen mit der Okularskala durchführen können, müssen Sie zunächst eine Eichung der Skala bei Verwendung mit den drei Objektiven vornehmen. Für die Eichung steht ein Objektmaßstab mit einer Länge von 1mm zur Verfügung.

1. Es ist zweckmäßig, mit dem 4fach bzw. 5fach vergrößernden Objektiv zu beginnen und den Objektmaßstab auf dem Glasträger so vorzujustieren, dass er in der Mitte des Lichtbündels der Beleuchtungseinrichtung liegt. Für die anderen Objektive ist dann nur noch die Bildhöhe nachzuregeln.
2. Für die drei Objektive ist der Eichfaktor ( $1\text{mm} \hat{=} x \text{ Skt}$ ) zu bestimmen.
3. Beim 40fach-Objektiv ist es sinnvoll, als Eichfaktor  $0,1\text{mm} \hat{=} x \text{ Skt}$  zu wählen und dies für vier 0,1mm-Schritte durchzuführen. Daraus ist für dieses Objektiv dann der Mittelwert pro 0,1mm-Schritt zu bilden.

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Die Werte für die Eichung der drei Objektive.

**Ergebnisse:** Eichfaktoren für die drei Objektive

**Aufgabe 3: Gitterkonstante und Dicke eines Haares messen**

1. Die Gitterkonstante des Drahtgitters ist mit dem 10fach vergrößerndem Objektiv zu messen und mit dem im Versuchsteil 8a ermittelten Wert für das gleiche Gitter zu vergleichen.
2. Ein Haar wird zwischen einen Objektträger und ein dünnes Deckglas gelegt und mittels der geeichten Okularskala mit den drei Objektiven ausgemessen. Aus der ermittelten Dicke ist der Mittelwert und seine Standardabweichung zu bilden.

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:** Gitterkonstante in Skalenteilen  $d_{\text{Gitter}} / \text{Skt}$  (in Skalenteilen)  
 Dicke des Haares für jedes Objektiv  $d_{\text{Haar}} / \text{Skt}$  (in Skalenteilen)

**Ergebnisse:** Gitterkonstante  $d_{\text{Gitter}} / \text{mm}$   
 Dicke des Haares (Mittelwert)  $d_{\text{Haar}} / \text{mm}$   
 Fehler des Mittelwertes  $\Delta d_{\text{Haar}} / \text{mm}$

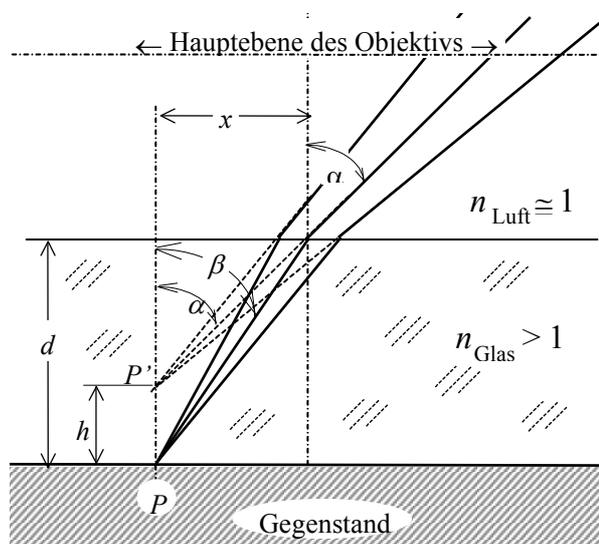
## Aufgabe 4: Brechzahl eines Objektträgers bestimmen

Wird auf einen Gegenstand, auf den das Mikroskop scharf justiert ist, eine ebene Platte der Dicke  $d$  mit der Brechzahl  $n_{\text{Glas}}$  gelegt, so entsteht infolge der Brechung eine Bildhebung eines abgebildeten Punktes  $P$  um die Höhe  $h$ . Aus der Zeichnung ist abzulesen:

$$\tan \alpha = \frac{x}{d-h} \quad \text{und} \quad \tan \beta = \frac{x}{d} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{d}{d-h} \cong \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{Glas}}}{n_{\text{Luft}}} = n_{\text{Glas}}$$

Nur für nicht zu große Öffnungswinkel  $\alpha$  darf der Sinus dem Tangens näherungsweise gleichgesetzt werden!



1. Der Objektmaßstab wird mit dem 10fach vergrößernden Objektiv betrachtet; die Höhe des Tubus wird am Feintrieb abgelesen.
2. Nach Auflegen des Objektträgers auf den Objektmaßstab wird der Tisch so lange mit dem Feintrieb abgesenkt, bis der Maßstab wieder scharf erscheint.
3. Der Hub pro Trommelumdrehung beträgt 0,25mm; eine Skaleneinheit der Trommelteilung beträgt mithin 0,005 mm.
4. Die Dicke  $d$  des Objektträgers wird mit einem Messschieber gemessen.

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

**Messgrößen:** Dicke des Objektträgers:  $d / \text{mm}$  Bildhebung:  $h / \text{mm}$

**Ergebnisse:** Brechzahl des Objektträgers:  $n = \frac{d}{d-h}$



## Radioaktivität

### Lehrziele:

Natürliche und künstliche Radioaktivität, Zerfallsreihen; Aktivität, Zerfallsgesetz, Halbwertszeit, grafische Darstellung;  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ -Strahlung, Detektoren, Reichweite

### Radioaktive Nuklide

Zahlreiche Atomkerne sind nicht stabil, sie emittieren spontan  $\alpha$ -Teilchen (He-Kerne),  $\beta$ -Teilchen (Elektronen oder Positronen),  $\gamma$ -Quanten oder brechen in zwei Spaltfragmente auseinander.

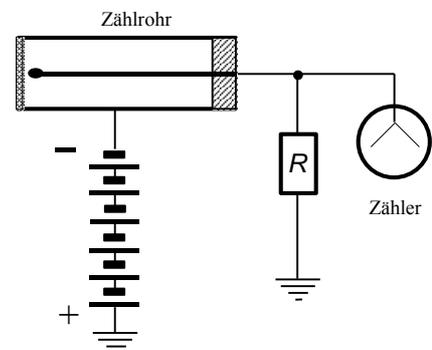
Radioaktive Nuklide haben vielfach Tochterkerne, die ebenfalls radioaktiv sind und wieder zerfallen. So entstehen die Zerfallsreihen, die bis zu einem stabilen Endnuklid reichen. In der Natur kommen drei Zerfallsreihen vor, deren Ausgangskerne die Uranisotope  $^{238}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  bzw. das Thoriumisotop  $^{232}\text{Th}$  sind. Außerhalb dieser Zerfallsreihen gibt es in der Natur nur wenige radioaktive Nuklide.

### Geiger-Müller-Zählrohr

Zwischen einem zylindrischen Metallmantel und einem dünnen Draht in der Zylinderachse wird eine Spannung von einigen hundert Volt gelegt und so ein elektrisches Feld erzeugt.

Gelangt radioaktive Strahlung genügend hoher Energie durch ein Fenster in den mit Gasgemisch gefüllten Innenraum, können die Gasmoleküle ionisiert werden. Die dabei entstehenden Elektronen werden entlang des elektrischen Feldes zum Draht hin beschleunigt.

Durch das starke elektrische Feld in der Umgebung des Zählrohrs erhalten sie so hohe kinetische Energien, dass sie durch Stoßionisation eine Vielzahl anderer Atome ionisieren. Es entsteht so eine Elektronenlawine. Die Elektronen gelangen in so großer Zahl zum Zählrohr, dass der durch die Ladungen hervorgerufene Stromstoß mit einem Zähler nachgewiesen werden kann. Solche Zählrohre können  $\alpha$ -,  $\beta$ -,  $\gamma$ - und Röntgenstrahlung nachweisen.



### Szintillationszähler

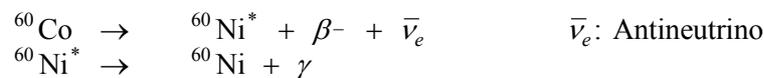
In einem Kristall (z. B.  $\text{NaI}$  mit  $\text{Tl}$ -Dotierung) erzeugen einfallende  $\gamma$ -Quanten Lichtblitze, die mit Hilfe eines Photoelektronenvervielfachers in registrierbare Spannungsimpulse umgewandelt werden. Szintillationszähler dienen dem Nachweis und der Energiebestimmung von  $\gamma$ -Strahlung sowie dem Nachweis elektrisch geladener Teilchen. Sie sind einfach und flexibel einsetzbar.

## Festkörperdetektor

Ionisierende Teilchen erzeugen in einem Halbleiter Elektron-Loch-Paare. An einer in Sperrrichtung geschalteten Diode entsteht dadurch ein kurzer Spannungsstoß, dessen Höhe der Zahl der erzeugten Ladungsträger proportional ist. Festkörperdetektoren haben ein hohes Energieauflösungsvermögen, aber geringes Zählervolumen. Sie werden hauptsächlich für den Nachweis geladener Teilchen verwendet.

## Künstliche Radioaktivität

Künstliche Radioaktivität entsteht durch Bestrahlung von Atomkernen z. B. mit Neutronen im Kernreaktor. Die Atomkerne verändern dabei i. a. ihre Massen- und/oder ihre Ladungszahl und sind nach der Reaktion radioaktiv. So wird z. B. aus einem stabilen Kobaltisotop durch Neutronenbeschuss ein  $\beta^-$ -Strahler ( $^{59}_{27}\text{Co} + n \rightarrow ^{60}_{27}\text{Co}$ ), der sich mit einer Halbwertszeit von ca. 5 Jahren in ein stabiles Nickelisotop umwandelt:



## Zerfallsgesetz

In einem bestimmten Zeitabschnitt  $dt$  zerfallen von einer radioaktiven Substanz  $dN$  Kerne. Dabei ist  $dN$  proportional der Zahl der noch vorhandenen zerfallsfähigen Kerne  $N$ :

$$dN/dt \propto -N.$$

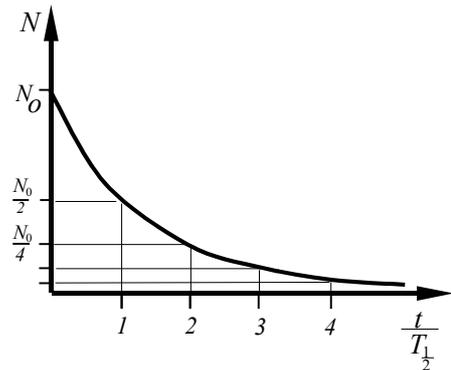
Der Proportionalitätsfaktor  $\lambda$  heißt Zerfallskonstante:

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$$

Nach Integration der Gleichung erhält man das Zerfallsgesetz.

Die Zahl der zur Zeit  $t$  noch vorhandenen radioaktiven Kerne  $N(t)$  ist:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad N_0: \text{Anzahl der zur Zeit } t = 0 \text{ noch nicht zerfallenen Kerne}$$



## Halbwertszeit $T_{1/2}$

Die Halbwertszeit ist die Zeit, nach der die Anzahl der zu einem Zeitpunkt  $t = 0$  vorhandenen Kerne  $N_0$  durch Zerfall auf die Hälfte abgenommen hat:

$$N(T_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} = \frac{N_0}{2} \quad \Rightarrow \quad T_{1/2} \cdot \lambda = \ln 2 = 0,693$$

Die Halbwertszeit ist charakteristisch für ein bestimmtes Radioisotop. Sie kann nicht verändert werden.

## Aktivität A

Die Zahl der je Zeiteinheit zerfallenen Kerne eines Präparates ist die Aktivität  $A = dN/dt$ .

Ihre Einheit ist das Becquerel:

$$[A] = \frac{1}{s} = 1 \text{ Bq} \quad \text{alte Einheit (Curie): } 1 \text{ Ci} \approx 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

Die Aktivität einer Substanz nimmt nach dem Zerfallsgesetz ab. Wegen  $dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$  (s. Zerfallsgesetz) ist  $A = dN/dt = -\lambda \cdot N$ . Nach Integration der Gleichung gilt:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

## Wechselwirkung mit Materie

Geladene Teilchen verlieren ihre Energie beim Durchgang durch Materie hauptsächlich durch drei Prozesse:

1. Anregung der Hüllenelektronen und Ionisation
2. Bremsstrahlung im Coulombfeld von Atomkernen
3. Streuung und Reaktion am Atomkern  
(weniger wichtig für geladene Teilchen, wichtig für die Wechselwirkung mit

Neutronen)

**$\alpha$ -Strahlen** haben eine scharfe Energie im MeV-Bereich und infolge hoher Ionisierungsdichte eine kurze, scharf definierte Reichweite; in Luft einige Zentimeter, in Papier einige Lagen.

**$\beta$ -Strahlen** besitzen ein kontinuierliches Energiespektrum bis zu einigen MeV Maximalenergie. Die Reichweite in Luft beträgt einige Meter.

**$\gamma$ -Strahlen** haben Energien im keV- und MeV-Bereich. Absorption über Photoeffekt, Comptonstreuung und Paarbildung; die Absorptionskurve hat exponentielle Form. Um die Strahlung abzuschirmen bedarf es einer dickeren Bleiabschirmung (ca. 20 cm).

## Dosimetrie

Die auf einen Stoff durch Strahlung übertragene Energie oder die im Stoff erzeugte Ladung ist ein Maß für ihre Wirkung auf den bestrahlten Stoff. Erfasst wird die Wirkung durch verschiedene Dosisangaben, die teilweise eine weitere Normierung auf z. B. die Strahlungsart enthalten.

### Einheiten

**1. Ionendosis  $J$ :** Verhältnis der in Luft erzeugten Ladung  $Q$  eines (!) Vorzeichens zur Masse  $m$  der Luft, in der die Ladungsmenge erzeugt wurde.

**Einheit:** **1Coulomb/kg = 1C/kg** Alte Einheit : 1Röntgen (1R)  
Umrechnung : 1R = 258  $\mu\text{C/kg}$

**2. Energiedosis  $D$ :** Im Stoff absorbierte Energie pro Masseneinheit des Stoffes.

**Einheit:** **1Gray = 1Gy = 1J/kg** Alte Einheit : 1rad  
Umrechnung : 1rad = 0,01 Gy

**3. Äquivalentdosis  $H$ :** Energiedosis, multipliziert mit dem RBW-Faktor  $q$  ( $H = D \cdot q$ )  
(RBW = relative biologische Wirksamkeit,  $[q] = \text{Sv/Gy}$ ).

**Einheit:** **1Sievert = 1Sv = 1J/kg** Alte Einheit : 1rem  
Umrechnung : 1rem = 0,01 Sv

4. **Effektive Dosis  $D_{eff}$**  : Dient auch zur Festlegung von Grenzwerten in der StrSchV.:

$$D_{eff} = \sum_i (H_i \cdot w_i)$$

Summe der Äquivalentdosen kontaminierter Organe oder Gewebe, multipliziert mit dem für die betreffenden Organe oder Gewebe gültigen Wichtungsfaktor  $w$ .

**Einheit** : **1Sievert = 1Sv = 1J/kg** Alte Einheit und Umrechnung wie oben.

5. **Dosisleistung** : Die Gefährlichkeit eines Strahlungsfeldes wird durch die Dosis pro Zeiteinheit, die Dosisleistung angegeben:

Ionendosisleistung = Ionendosis / Zeit

Energiedosisleistung = Energiedosis / Zeit

Äquivalentdosisleistung = Äquivalentdosis / Zeit

**Einige RBW-Faktoren  $[q]$  = Sv/Gy :**

**Einige Wichtungsfaktoren ( $w$ ):**

1	für Röntgenstrahlen, $\gamma$ 's und $\beta$ -Strahlen	0,25	Keimdrüsen
10	für Neutronen und Protonen nicht bekannter Energie	0,12	rotes Knochenmark
20	für $\alpha$ -Strahlen aus Radionukliden und schwere Kerne	0,06	Gehirn, Leber, Magen, ...

## Versuchsdurchführung

**Vorsicht! Radioaktives Material!**  
**Praktikantinnen während der Schwangerschaft und Studierende unter 18 Jahre bitte vor Beginn des Versuchs bei der Praktikumsleitung melden!**

### Zubehör

Optische Bank mit Reitern/ Stoppuhr / Zählrohr / Zählgerät mit Hochspannungsversorgung /  
 Radioaktive Präparate eingebettet in sicheren Haltern/ Bleiabschirmungsaufbewahrung/ Halter mit  
 Aluminiumabsorbieren

### Vorbemerkung:

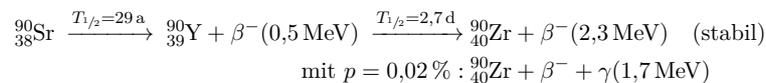
Die hier verwendeten radioaktiven Präparate sind vom Strahlenschutzbeauftragten überprüft.  
 Ihre Aktivität beträgt nur einige Vielfache der Freigrenze:

$\alpha$  – Quelle  ${}^{241}_{95}\text{Am}$ ;  $T_{1/2} = 432,6 \text{ a}$ ,  $E_{\alpha} = 5,4 \text{ MeV}$ ,  $A = 175 \text{ kBq}$

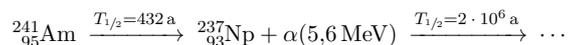
$\beta$  – Quelle  ${}^{90}_{38}\text{Sr}$ ;  $T_{1/2} = 28,5 \text{ a}$ ,  $E_{\beta} = 0,5 \text{ MeV}$ ,  $A = 130 \text{ kBq}$

Die  $\beta$ -Quelle verursacht während einer angenommenen Versuchszeit von 1,5h und einem mittleren Abstand von 50cm eine Äquivalentdosis von  $H = 16 \mu\text{Sv}$ .

Strontium Sr-90



Americium Am-241



Die Präparate gelten bei richtiger Handhabung als ungefährlich. Dennoch haben Sie die ganz allgemein für den Umgang mit jedem radioaktiven Präparat geltenden Regeln zu befolgen:

- Präparate vorsichtig transportieren!
- Abstand vom Präparat halten!
- Nicht in die Öffnung des Präparates hineinsehen!
- Nach Beendigung jeder Messung die Präparate in die Abschirmung legen!
- Nach Beendigung des Versuches die Hände waschen!

Ein Verstoß gegen diese Regeln gilt als mangelhafte Leistung und führt zur Aberkennung des Vortestates!

**Das Glimmerfenster des Zählrohres darf nicht berührt werden,  
 da es leicht zerstört werden kann!**

## Aufgabe 1: Reichweite von $\alpha$ -Strahlen in Luft

1. Die Zählrohrspannung ist am Zählgerät auf den Maximalwert einzustellen.
2. Über 100 Sekunden lang die Impulse (Counts)  $I$ , den Nulleffekt  $I_0$  - d.h. die Umgebungsstrahlung ohne Präparat - messen und notieren. Zählrate  $N_0$  für den Nulleffekt berechnen.
3. Das  $\alpha$ -Präparat am Halter befestigen und direkt an das Fenster des Zählrohres heranführen.
4. In 0,2cm-Schritten 10 Messungen der Impulse  $I$ , mit je 10 Sekunden Messzeit durchführen und die jeweilige Zählrate  $N$  ermitteln. Das Glimmerfenster des Zählrohres entspricht einer Entfernung in Luft von 1,4 Zentimetern. Der Abstand der Quelle zum Glimmerfenster beträgt 0,8 Zentimeter.
5. Zählraten  $N$  in  $s^{-1}$  gegen den korrigierten Abstand  $d$  ( $=d_{\text{mess}}+1,4\text{cm}+0,8\text{cm}$ ) auf halblogarithmischem Netz auftragen. (Die Zählraten  $N$  wegen des großen Wertebereiches auf logarithmischer Achse.)
6. Den gemessenen Nulleffekt  $N_0$  ebenfalls eintragen. Als ungefähres Maß für die Reichweite  $R$  soll der Ort größten Abfalls der Kurve genommen und eingezeichnet werden.
7. Die Energie  $E$  der  $\alpha$ -Teilchen aus der empirischen Beziehung abschätzen:

$$R = 0,32 \frac{\text{cm}}{\text{MeV}^2} \cdot E^{\frac{3}{2}} \quad R : \text{Reichweite in cm} \quad E : \alpha - \text{Energie in eV}$$

### Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:

#### Messgrößen:

Wertetabelle für die Impulse  $I$  in Abhängigkeit vom Abstand  $d_{\text{mess}}$ ; Impulse des Nulleffekts  $I_0$

**Ergebnisse:** Graph mit Reichweite  $R$  und  $N_0$ , Energie  $E_0$

## Aufgabe 2: Reichweite von $\beta^-$ -Strahlung in Aluminium

1. Über 100 Sekunden lang die Impulse  $I$  für den Nulleffekt messen, zugehörige Zählrate  $N_0$  notieren.
2. Präparat (Strontium 90) am Halter befestigen, auf Höhe des Zählrohres justieren (Abstand ca. 4cm) und ohne Aluminiumplättchen die Impulse des Präparates für 60 Sekunden messen, Zählrate bestimmen.
3. Zunächst die Dicke  $d$  eines Aluminiumplättchens bestimmen, direkt vor das Zählrohr hängen (ohne die Distanz des Präparates zum Zählrohr zu verändern) und wiederum  $t = 60\text{s}$  messen.
4. Dann für jedes zusätzliche Aluminiumplättchen die Gesamtdicke und die Zählrate bestimmen.
5. Den Nulleffekt  $N_0$  und die Zählraten  $N$  logarithmisch gegen die Absorberdicke  $d$  (linear) auftragen.

In halblogarithmischer Auftragung der Messwerte ergibt sich so annähernd eine Gerade, die am Ort der experimentellen Höchstreichweite  $R$  in den gemessenen konstanten Untergrund (Nulleffekt) übergeht.

Die Maximalenergie  $E_0$  der  $\beta$ -Teilchen kann abgeschätzt werden aus:

$$r = 0,527 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{MeV}} \cdot E_0 + 0,112 \cdot \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \quad r : \text{spezifische Reichweite im Material in } \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$$

$R$  : Höchstreichweite in cm

wobei  $R$  sich berechnet aus :

$$r = R \cdot \rho \quad \rho = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**

Wertetabelle für die Impulse  $I$  in Abhängigkeit von der Aluminiumdicke  $d$ , Impulse des Nulleffekts  $I_0$

**Ergebnisse:** Graph mit Reichweite  $R$  und  $N_0$ ;  $r$ ; Energie  $E_0$

## Absorptionsspektroskopie, Lambert-Beer'sches Gesetz

### Lehrziele:

Extinktion, Absorption und deren Wellenlängenabhängigkeit, Konzentration, Spektrum, Lambert-Beer'sches Gesetz.

### Spektrometrie

Die quantitative Auswertung spektroskopischer Messdaten, ist ein wichtiges Hilfsmittel in vielen Bereichen der Naturwissenschaften, da mit deren Hilfe u.a. die Reflexions- und Transmissionseigenschaften von Materie quantitativ untersucht werden können. Auch in den sog. „life sciences“ spielt die Spektrometrie eine wichtige Rolle.

Wenn wir z.B. die molekularen Grundlagen biologischer Phänomene im Labor untersuchen, entfernen wir die subzellulären Komponenten (Organellen) aus den Zellen und trennen die vorhandenen Moleküle voneinander, sodass wir das Verhalten bestimmter Moleküle gezielt vermessen können.

Spektroskopische Methoden können aber auch klinisch oder im Feldeinsatz angewendet werden, um die Anwesenheit und Konzentration eines breiten Spektrums von Analyten in Proben wie Blut oder Wasser zu überwachen.

Ein wichtiges Instrument, mit dem Spektrometrie betrieben werden kann, ist ein UV-Vis-Spektrophotometer, das für elektromagnetische Wellen vom ultravioletten bis in den sichtbaren Spektralbereich empfindlich ist. Damit eignet es sich gut für die Untersuchung vieler biologischer Moleküle, da diese häufig im sichtbaren und ultravioletten Spektralbereich Licht effizient absorbieren.

### Physikalische Grundlagen

Beim Durchgang durch Materie erfährt das Licht im Regelfall eine Abschwächung, die sich aus verschiedenen Anteilen zusammensetzt. Diese sind im Einzelnen

- Absorption,
- Reflexion,
- Streuung und
- Beugung.

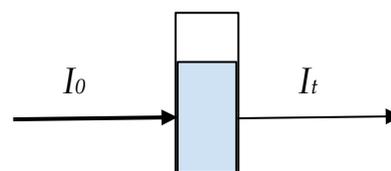
Sofern Streuung und Beugung vernachlässigbar kleine Anteile haben, was für die im Folgenden diskutierten Messungen in guter Näherung gilt, ist also Abschwächung = Absorption+Reflexion.

Die im Experiment gemessene Größe ist häufig die Lichtintensität  $I$ , im Falle der Absorptionsspektroskopie einmal vor der Probe ( $I_0$ ) und einmal nach Durchgang durch die Probe ( $I_t$ ).

Diese beiden Größen verhalten sich gemäß

$$I_t = I_0 * e^{-\alpha x},$$

wobei  $\alpha$  der lineare Absorptionskoeffizient und  $x$  die Länge der durchstrahlten Probe ist.



Dies ist im Prinzip das Lambert-Beer-Gesetz, das die Abschwächung von Licht beim Durchgang von Materie beschreibt. Häufig wird bei Proben in Lösung der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  durch den sog. Extinktionskoeffizienten  $\varepsilon^*$  (Einheit  $l/(cm \cdot mol)$ ) und die Konzentration der zu untersuchenden Substanz  $c$  (Einheit:  $mol/l$ ) ausgedrückt:

$$I_t = I_0 * e^{-\varepsilon^* c x}.$$

Anwendung des negativen dekadischen Logarithmus ergibt die sogenannte Extinktion  $A$  (Engl.: *absorbance*):

$$A = -\log_{10} \left( \frac{I_t}{I_0} \right) = \log_{10} \left( \frac{I_0}{I_t} \right) = \varepsilon c x,$$

wobei  $\varepsilon$  der dekadische molare Extinktionskoeffizient ist, für den  $\varepsilon = 0,434 \cdot \varepsilon^*$  gilt<sup>1</sup>. Da die Extinktion über den Logarithmus der Größen  $I_t$  und  $I_0$  definiert ist, ist sie somit eine Größe ohne Einheit.

Mit diesem einfachen Zusammenhang ist es nun möglich, aus der Menge an in einer Probe absorbierten Lichts entweder bei bekannter Probenkonzentration  $c$  den Extinktionskoeffizienten  $\varepsilon$  oder bei bekanntem  $\varepsilon$  die Konzentration der Probe zu bestimmen. Um dabei aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten, ist es notwendig, einen möglichen Einfluss der Probenküvette zu vermeiden. Dies kann in der Regel durch eine Referenzmessung mit einer leeren Küvette erreicht werden.

Die oben beschriebenen Zusammenhänge und Größen sind für fast alle Substanzen in der Regel stark von der Wellenlänge des Lichts abhängig, häufig kommen noch weitere Abhängigkeiten wie z.B. vom Lösungsmittel oder der Temperatur hinzu. Misst man also die Größe  $A$  in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$ , erhält man ein sog. Absorptionsspektrum, das sehr charakteristisch für die jeweilige Substanz ist. Häufig werden dann die Extinktionskoeffizienten für besonders prägnante Wellenlängen (für die z.B.  $A$  maximal wird) angegeben.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, dass das Lambert-Beer-Gesetz nicht uneingeschränkt gültig ist, sondern nur unter gewissen Voraussetzungen zur Bestimmung von Konzentrationen gelösten Substanzen angewendet werden kann.

<sup>1</sup> Dieser Zusammenhang ergibt sich aus der Definition der Extinktion über den dekadischen Logarithmus.

## Übungen

- 1.) Es wurden drei separate Experimente durchgeführt, bei denen die Extinktion von Lösungen von ATP, NADH und NAD<sup>+</sup> bei Wellenlängen von 220 bis 360 nm in Küvetten mit einem Lichtweg von 1 cm gemessen wurde. Die Ergebnisse sind in Abbildung 1 dargestellt.

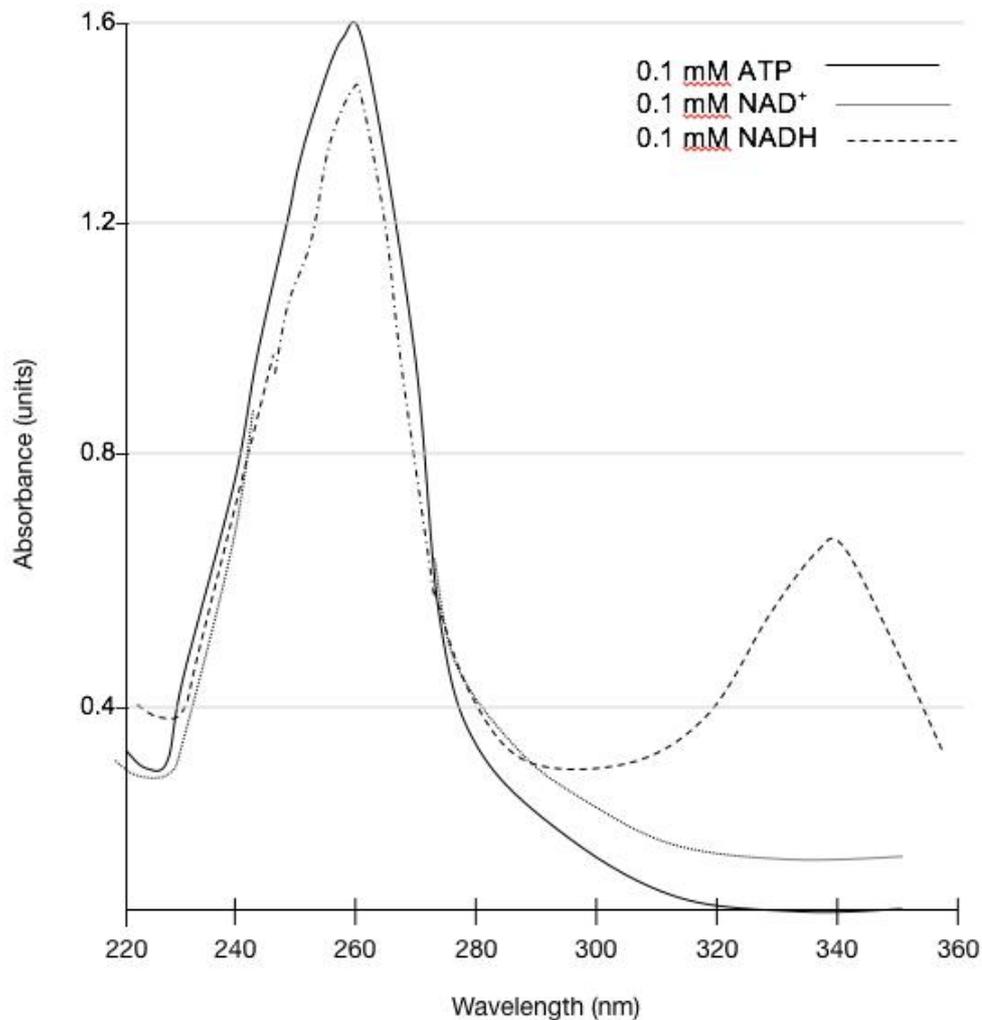


Abbildung 1: Absorptionsspektren für ATP, NAD<sup>+</sup> und NADH bei einer Konzentration von 0,1 mmol/l.

Verwenden Sie Abbildung 1 und das Beer-Lambert-Gesetz, um den molaren Absorptionskoeffizienten von ATP, NAD<sup>+</sup> und NADH zu berechnen (denken Sie daran, die Wellenlänge ( $\lambda$ ) anzugeben, bei der dies zutrifft).

ATP:

NAD<sup>+</sup>:

NADH:

- 2.) Bestimmen Sie anhand der zuvor berechneten Absorptionskoeffizienten die molare Konzentration von ATP und NADH anhand des in Abbildung 2 gezeigten Absorptionsspektrums einer Mischung dieser beiden Substanzen.

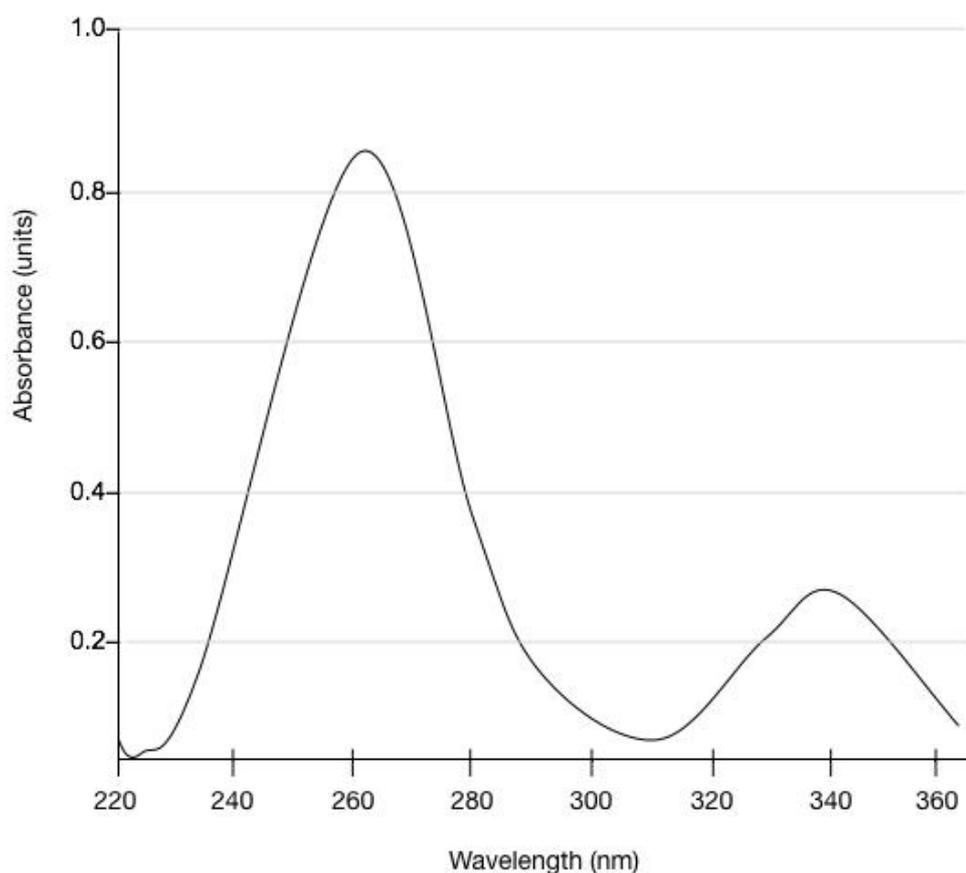


Abbildung 2: Ein Absorptionsspektrum einer Mischung aus ATP und NADH unter Verwendung eines Lichtpfads von 1 cm.

## Hinweise zum Versuch

In diesem Versuch werden Sie das Absorptionsspektrum einer Probe eines Häm-haltigen Proteins messen und untersuchen, unter welchen Bedingungen das Lambert-Beer-Gesetz gilt. Anhand dieser Informationen wird eine Kalibrierkurve unter Verwendung bekannter Konzentrationen erstellt. Zum Schluss bestimmen Sie die Konzentration von zwei Proben, die eine unbekannte Menge des Häm-haltigen Proteins enthalten. Häm ist ein Kofaktor, der aufgrund seiner Fähigkeit, Oxidations- bzw. Reduktionsreaktionen einzugehen, in vielen verschiedenen Proteinen verwendet wird. Eine der bekanntesten Verwendungen von Häm ist der sauerstoffbindende Kofaktor in Hämoglobin, das sauerstofftragende Protein, das in roten Blutkörperchen vorkommt. Aufgrund seiner chemischen

Struktur absorbiert Häm stark Licht im sichtbaren Bereich des Spektrums, meistens im blau-grünen Bereich, weshalb es eine rote Farbe hat.

Die Konzentration von Hämoglobin im Blut wird häufig in einer klinischen Umgebung als diagnostisches Instrument verwendet. Anämie ist ein Begriff, der zur Beschreibung des Zustands eines Patienten verwendet wird, dessen Fähigkeit, Blut zu transportieren, herabgesetzt ist und das Ergebnis eines Mangels an roten Blutkörperchen oder eines Mangels an Hämoglobin ist. Die Anzahl der roten Blutkörperchen kann durch Zählen unter einem Mikroskop quantifiziert werden, die Menge des Hämoglobins kann jedoch spektroskopisch quantifiziert werden. Bei einem gesunden Erwachsenen liegen die erwarteten Werte für Hämoglobin bei Männern zwischen 13,5-17,5 g/dl und bei Frauen zwischen 12,0-16,0 g/dL. Werte von weniger als 13-14 g/dl bei Männern und 12-13 g/dL bei Frauen weisen auf Anämie hin und lösen weitere Tests zur Diagnose der Ursache aus.

Im ersten Teil dieses Praktikums messen Sie die Extinktion einer Anzahl von Proben mit bekannter Hämkonzentration und erstellen daraus eine Kalibrierungskurve.

Ein nützliches Video, das Ihnen die Verwendung des GoVisPro-Spektrometers zeigt, finden Sie hier: <https://vnr.st/v252/>

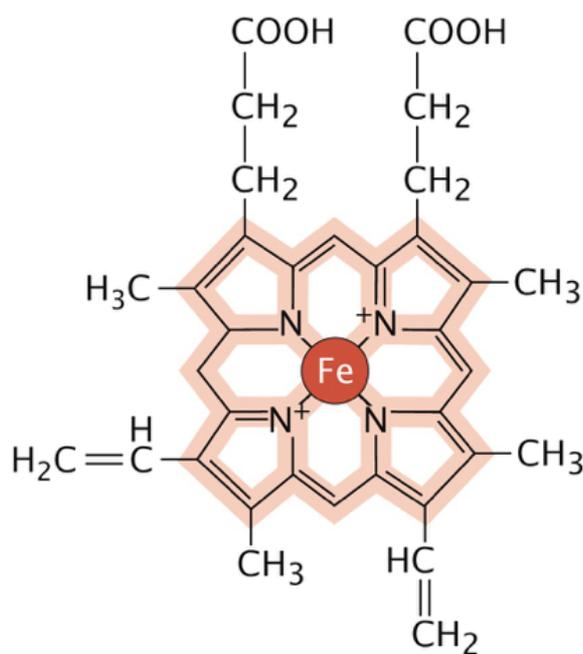


Figure 4.6a Physical Biology of the Cell, 2ed. (© Garland Science 2013)

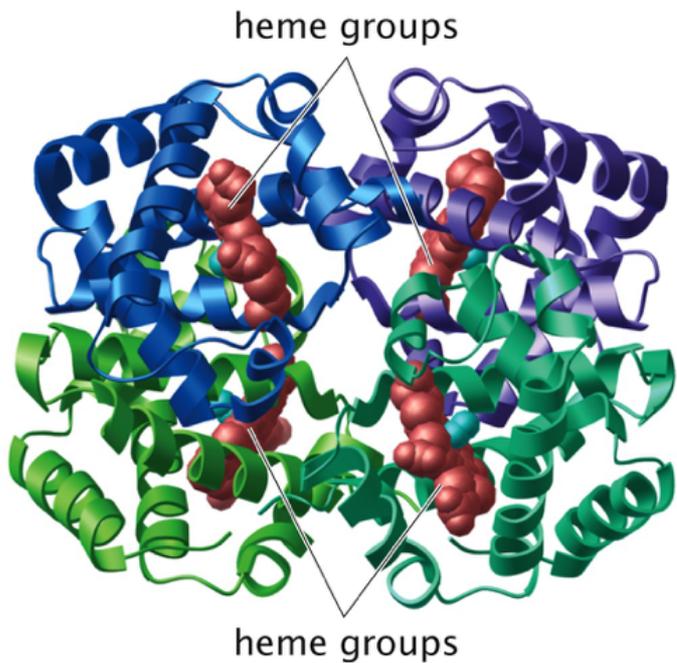


Figure 4.6b Physical Biology of the Cell, 2ed. (© Garland Science 2013)

Abbildung 3: (LINKS) chemische Struktur von Häm, wobei das konjugierte Bindungssystem hervorgehoben wird, über das Elektronen delokalisiert werden, was zu den charakteristischen Absorptionseigenschaften von sichtbarem Licht führt. (RECHTS) ein Sekundärstruktur-Cartoon, der die Struktur des Hämoglobins zeigt. Hämoglobin ist ein  $\alpha_2\beta_2$ -Tetramer, das ein an jedes Monomer gebundenes Häm enthält. Die Proteinmonomere sind in blau, violett, hellgrün und dunkelgrün dargestellt und der Häm ist als raumfüllendes Modell rot dargestellt. (Abbildung aus Physical Biology of the Cell, Garland Science).

## Versuchsdurchführung

### Zubehör zu 9b

Spektrophotometer SpectroVis Plus/ iPad oder eigenes Anzeigegerät/ eine leere Küvette/ 5 Küvetten mit bekannter Konzentration/ zwei Küvetten mit unbekannter Konzentration

### Aufgabe 1: Kalibrierung des Spektrophotometers

1) Schalten Sie Ihr Spektrophotometer mit dem Netzschalter an der Seite ein. Die Bluetooth-LED oben sollte blinken. Starten Sie auf Ihrem iPad die SpectralAnalysis App. Klicken Sie im Startbildschirm der App, am unteren Bildschirmrand auf „Koppeln Sie ein Spektrometer“. Es öffnet sich ein Fenster. Tippen Sie bei dem Gerät mit der richtigen Nummer auf „Verbindung herstellen“. Die richtige Nummer Ihres Spektrometers steht auf dem Gerät unten links. Verlassen Sie das Fenster indem Sie auf „erledigt“ tippen.

2) Wählen Sie nun die Experimentoption „Absorptionsgrad“ (gemeint ist hier eigentlich das deutsche Wort Extinktion), mit dem Unterpunkt „über der Konzentration (Beer'sches Gesetz)“. Die Spektrometerlampe beginnt sich aufzuwärmen. Warten Sie, bis dies abgeschlossen ist.

3) Wenn die Lampe aufgewärmt ist, müssen Sie das Spektrometer kalibrieren. Setzen Sie dazu eine leere Küvette in das Spektrometer ein.

**HINWEIS 1:** Die Küvetten haben zwei "klare" und zwei "raue" Seiten. Vermeiden Sie es, die freien Seiten mit den Fingern zu berühren, da Fingerflecken das Licht streuen und falsche Werte liefern. Halten Sie die Küvette stattdessen an den rauen Seiten und am besten nur am oberen Ende fest.

**HINWEIS 2:** Stellen Sie sicher, dass Sie die Küvette in der richtigen Ausrichtung in das Spektrometer einsetzen. Die durchsichtigen Seiten sollten mit dem Pfeil auf der linken Seite des Küvettenhalters ausgerichtet sein.

Klicken Sie jetzt auf „Kalibrierung abschließen“. Das Spektrometer misst das Signal der leeren Küvette, um es von den Probensignalen abzuziehen, die Sie in den nachfolgenden Schritten messen.

4) Nun bestimmen Sie die Wellenlänge der höchsten Extinktion, bei der die Häm-Proteinkonzentration zu messen ist, das  $\lambda_{\max}$ .

Die Software fordert Sie wie folgt auf. Nehmen Sie die leere Küvette heraus und setzen Sie jetzt eine Ihrer Küvetten mit bekannter Konzentration ein. Die Software zeichnet die Extinktion Ihrer Probe über einen breiten Wellenlängenbereich auf. Jetzt können Sie auf die Grafik tippen und die Linie verschieben, um den höchsten Punkt des Peaks zu wählen, der bei 400 bis 420 nm liegt. Notieren Sie sich den Wert von Ihrem  $\lambda_{\max}$ . Wenn Sie Ihre Wellenlänge ausgewählt haben, tippen Sie auf "Fertig".

5) Nun können Sie die Extinktionswerte Ihrer bekannten Proben messen, um die Kalibrierungskurve zu erstellen. Die Software zeigt diese Werte an und zeichnet sie für Sie auf. Sie sollten sie jedoch auch in Ihrem Laborbuch notieren, um sie später in Ihrem Bericht aufzuzeichnen.

Im neuen Fenster der Software sehen Sie eine Grafik (in der Ihre Daten angezeigt werden). Daneben befindet sich eine Tabelle, in der Ihre Konzentrations- und Extinktionswerte aufgezeichnet werden. Unten rechts im Fenster wird der Echtzeitmesswert vom Spektrometer angezeigt. Zuerst müssen Sie sicherstellen, dass Sie Daten in den richtigen Einheiten aufzeichnen. Tippen Sie in der Tabelle auf die drei Pünktchen im Feld „Konzentration“ oben in der Tabelle. Wählen Sie in dem Drop down Menu „Spaltenoptionen“ und Ändern Sie die Einheit hier in mg/ml.

6) Nun können Sie Daten aufnehmen. Jede Küvette, die eine bekannte Probe enthält, wird nacheinander in das Spektrometer gestellt, nachdem alle Proben einmal gemessen wurden, wiederholen Sie den Vorgang noch zwei weitere Male. Warten Sie, bis sich der Messwert stabilisiert hat, und klicken Sie oben auf dem Bildschirm als erstes auf „erfassen“ und dann im Weiteren auf „merken“. Für jede Messung werden Sie aufgefordert, die Konzentration der Probe einzugeben. Stellen Sie sicher, dass Sie diese Werte auch in einer Tabelle in Ihrem Heft notieren. Wenn Sie alle bekannten Proben drei Mal gemessen haben, klicken Sie oben in der Grafik auf „Stop“, um den Vorgang abzuschließen. Die Software zeichnet schon während des Messens, automatisch eine Grafik Ihrer Daten. Sie können eine Ausgleichskurve anpassen, die am besten dazu passt, indem Sie auf das Icon „grafische Optionen“ in der unteren linken Ecke des Diagramms klicken und im Drop Down Menu „Näherungsgleichung anwenden“ wählen. Die Extinktion sollte linear mit der Konzentration variieren, daher sollten Sie eine lineare Anpassung wählen, also eine Ausgleichsgerade. Beenden Sie mit „Anwenden“.  
Notieren Sie sich die Gleichung dieser Ausgleichsgeraden.

**TIPP:**

Sollte es bei einer der drei Messungen einer identischen Konzentration einen stark abweichenden Wert geben, ist es möglich diesen aus der Berechnung der Ausgleichsgeraden auszuschließen, indem man den Wert der Konzentration auf „0“ setzt. Die Güte der Ausgleichsgeraden wird durch den Wert „r“ angegeben und wird besser, je näher er dem Wert „1“ kommt. Ein solcher Eingriff in die Messdaten ist im Protokoll zu vermerken!

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**

Je drei Extinktionswerte für die fünf bekannten Konzentrationen des Häm-Proteins.

**Ergebnisse:** Graph mit allen 15 Werten auf Millimeterpapier mit der Hand gezeichnet. Ausgleichsgerade im Graphen. Geradengleichung in der Form  $y=mx+b$ .

## Aufgabe 2: Messung der unbekannt Konzentrationen

Lesen Sie nun die Absorptionen Ihrer zwei unbekannt Konzentrationen von Patient A (männlich) und Patient B (weiblich) wie in Aufgabe 1 jeweils drei Mal ab.

**Auswertung:** Verwenden Sie die beiden Werte und die von Ihnen erstellte Kalibrierungskurve, also Ihre Ausgleichsgerade, um die Konzentration des Häm-Proteins in jeder der beiden Proben zu bestimmen.

Die beiden Patientenproben wurden zur Messung in diesem Experiment 5000-fach verdünnt. Berechnen Sie die Konzentration des Hämproteins in den unverdünnten Proben. Sind die Patienten anämisch?

**Zusammenfassung der zu messenden Werte und zu produzierenden Ergebnisse:**

**Messgrößen:**

Je drei Extinktionswerte für die zwei unbekannt Konzentrationen des Häm-Proteins.

**Ergebnisse:** Konzentrationen der zwei unbekannt Proben mit der Umrechnung auf den tatsächlichen Konzentrationswert im Blut der Patienten und dem Schluss, ob die Patienten anämisch sind oder nicht..