

Bewegungen im Raum

Die Grundlage der Beschreibung von Bewegungen bilden Messungen von Länge und Zeit.

Ein absolutes ("festes") Bezugssystem, in dem wir messen, gibt es nicht.

Es kommt immer darauf an, von wo die Bewegung beobachtet wird (und wie Beobachter und Beobachtetes sich zu einander bewegen).



Nicht alles ist wie es "scheint"

Bewegungen im Raum

Die Bewegung eines Körpers kann man sich zusammengesetzt aus zwei Arten der Bewegung vorstellen, der

- Translation: alle Punkte eines Körper bewegen sich parallel mit gleicher Geschwindigkeit zu einander
- Rotation: alle Punkte eines Körper bewegen sich auf konzentrischen Kreisen mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um ein Drehzentrum

<https://youtu.be/AtMhWyP1l00>

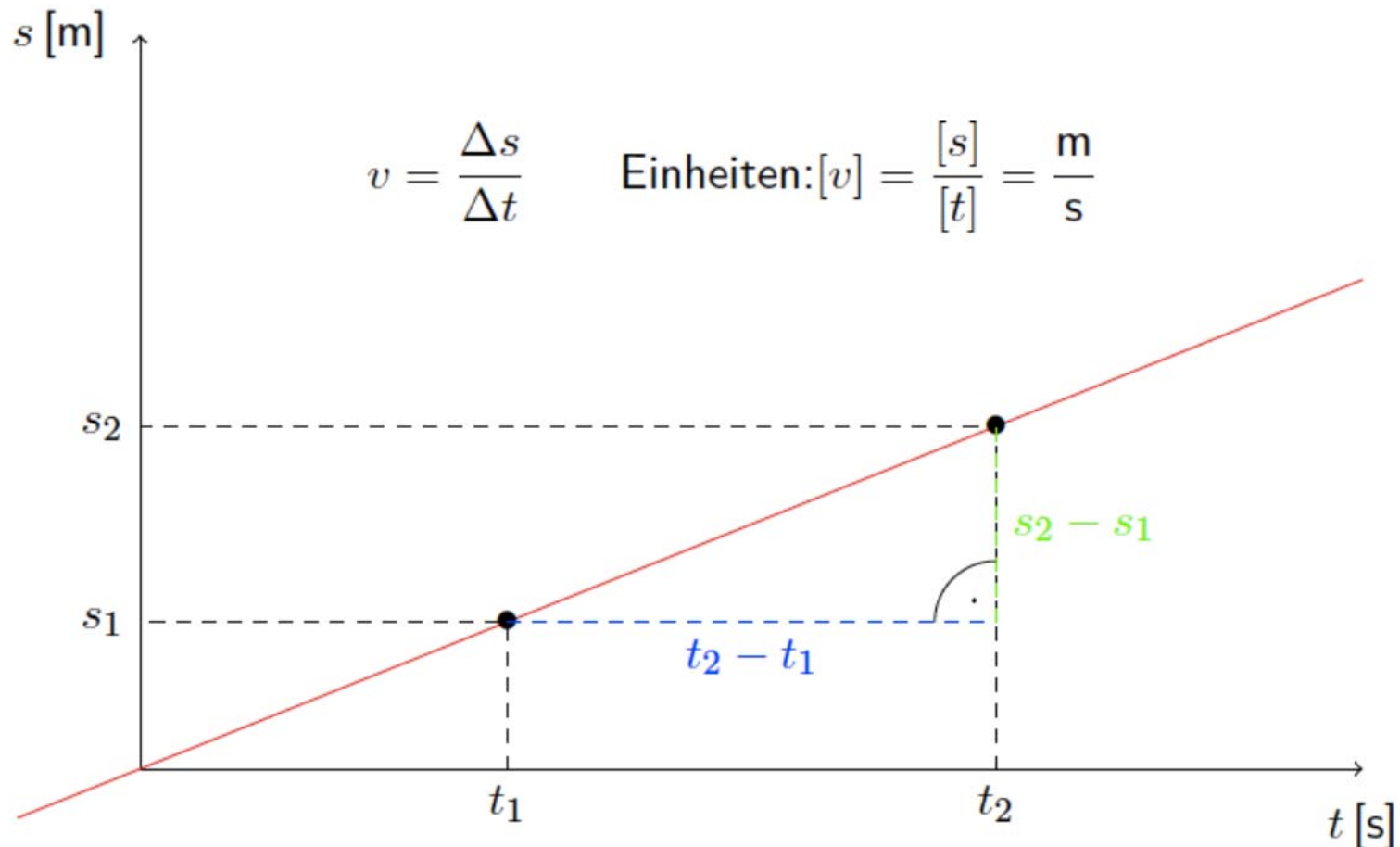
Zunächst betrachten wir nur Massenpunkte. Die sind null-dimensional, haben also keine Ausdehnung (Elektronen könnten als Beispiel dienen).

Starre Körper (Drehmoment, siehe Eisläufer zum Kürabschluss) als nächste Näherung. Verformbare Körper sind komplizierter.



Gleichförmige Bewegung

Die quantitative Darstellung von Bewegung erfolgt typischer Weise in einem Weg-Zeit-Diagramm.



Ungleichförmige Bewegung

Ist die Bewegung ungleichförmig, d.h. v ist nicht mehr konstant, dann hilft eine Grenzwertbetrachtung für die **momentane Geschwindigkeit**:

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=t_0}$$

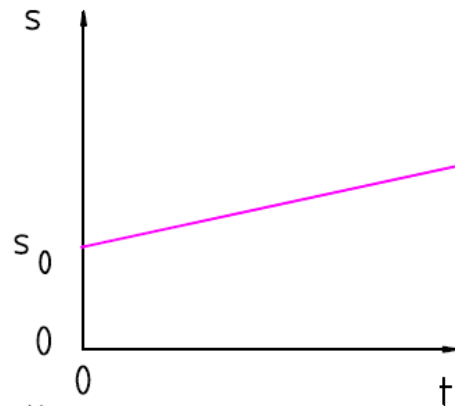
Die Geschwindigkeit ist also die Ableitung der Ortsfunktion, auch als Steigung bezeichnet (obwohl es nicht nach "oben" gehen muss).

Ändert sich die Geschwindigkeit, ist also deren Ableitung, die wir Beschleunigung nennen, nicht null.

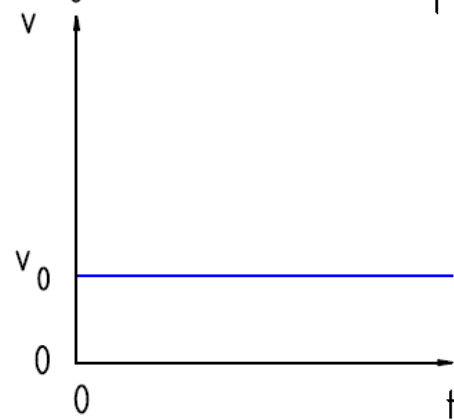
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \neq 0$$

Orte und Ableitungen

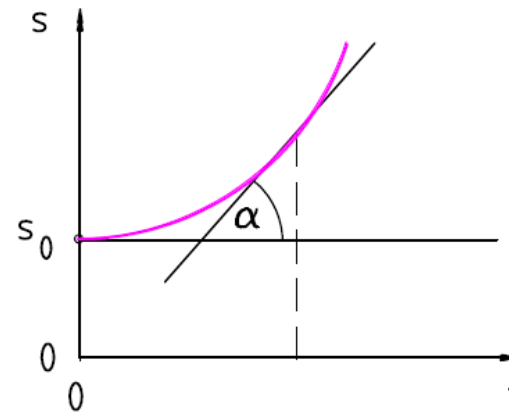
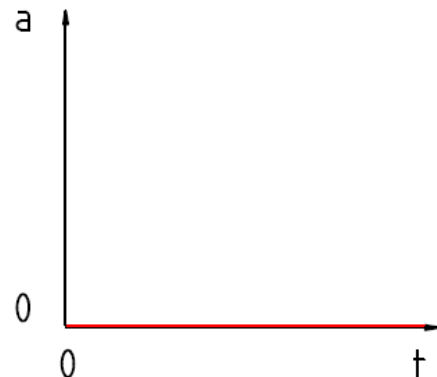
$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t$$



$$v(t) = \frac{ds}{dt} = v_0$$

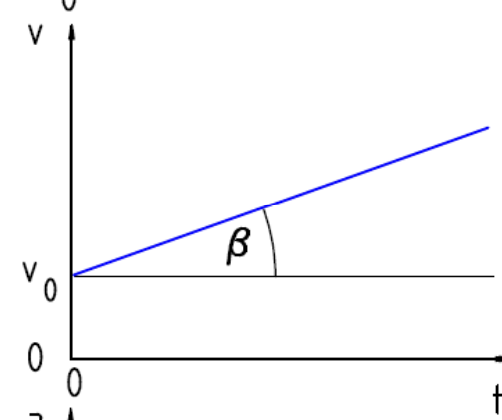


$$a(t) = \frac{dv}{dt} = 0$$

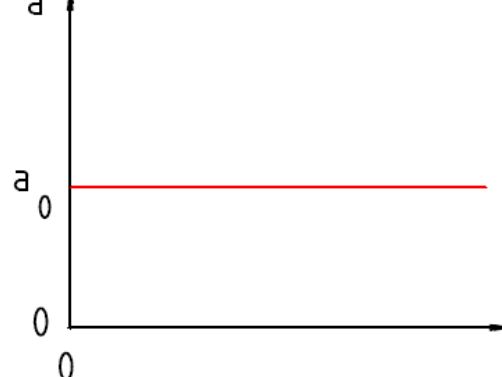


$$s(t) = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a_0 \cdot t^2$$

$$v(t) = \frac{ds}{dt} = v_0 + a_0 \cdot t$$



$$a(t) = \frac{dv}{dt} = a_0$$



Der freie Fall

Ein Beispiel für eine konstante Beschleunigung ist der "**freie Fall**" in der Nähe der Erdoberfläche im Vakuum (was passiert in Wirklichkeit?)

$$a(t) = a_0 = g = 9,81 \frac{m}{s} / s = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$v(t) = v_0 + gt$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$

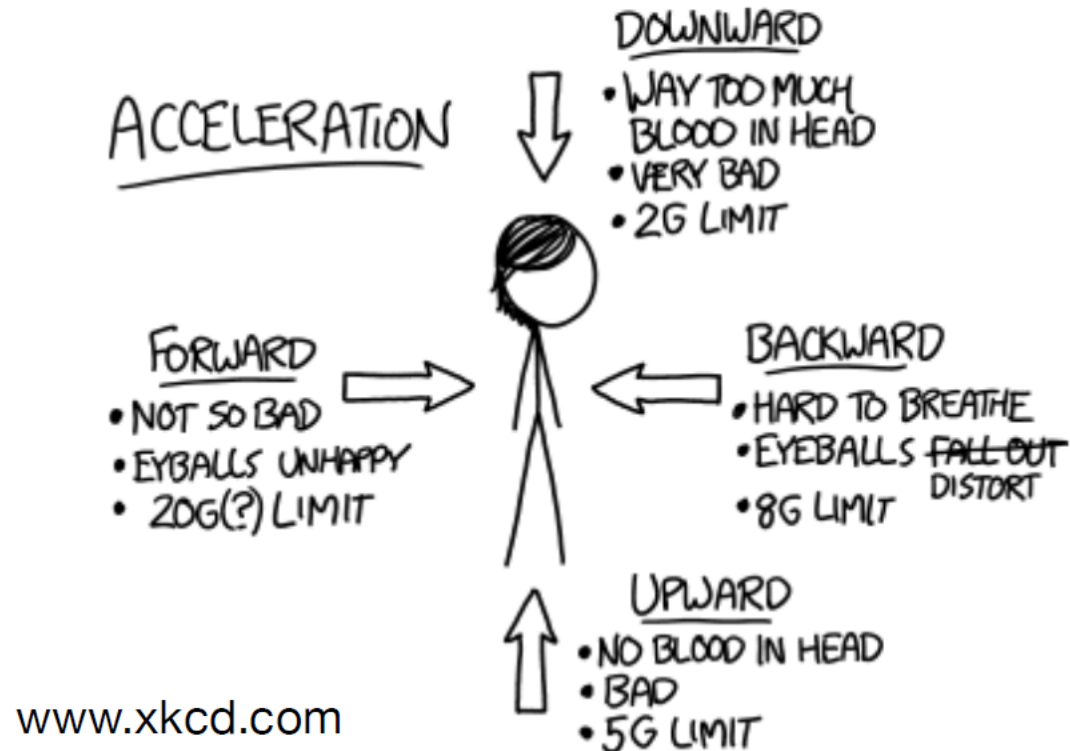


Wir haben hier schon allgemeine Anfangswerte, a_0 , v_0 und s_0 , verwendet. So könnte s_0 die Höhe eines Turmes sein, von dem ein Kind einen Ball mit einer Geschwindigkeit v_0 Richtung Boden wirft.

Ein Adler könnten wir uns auch vorstellen, der plötzlich seine Flugrichtung gen Boden ändert.

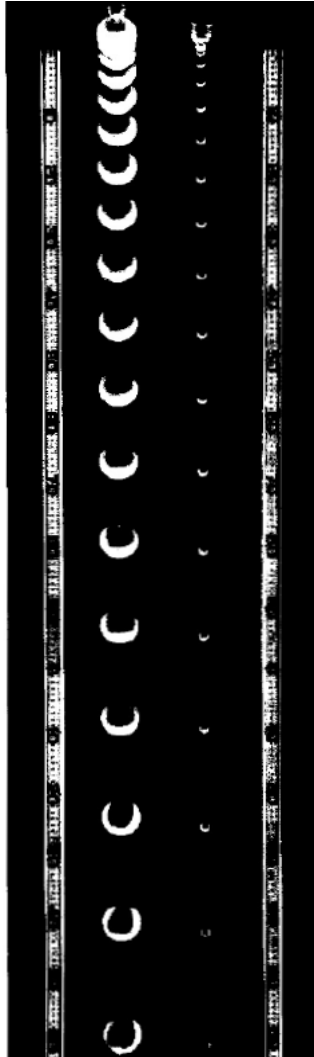
Wie viele G's darf es heute sein?

- **Vektoren** (Wert und Richtung), d.h. neben Zahl und Einheit wird noch eine Richtungsangabe benötigt
- Beschleunigung ist ein gutes Beispiel.
- Beschleunigung bedeutet eine Änderung der Geschwindigkeit
- Aber es ist wichtig zu wissen, ob Sie beschleunigen oder verlangsamen!

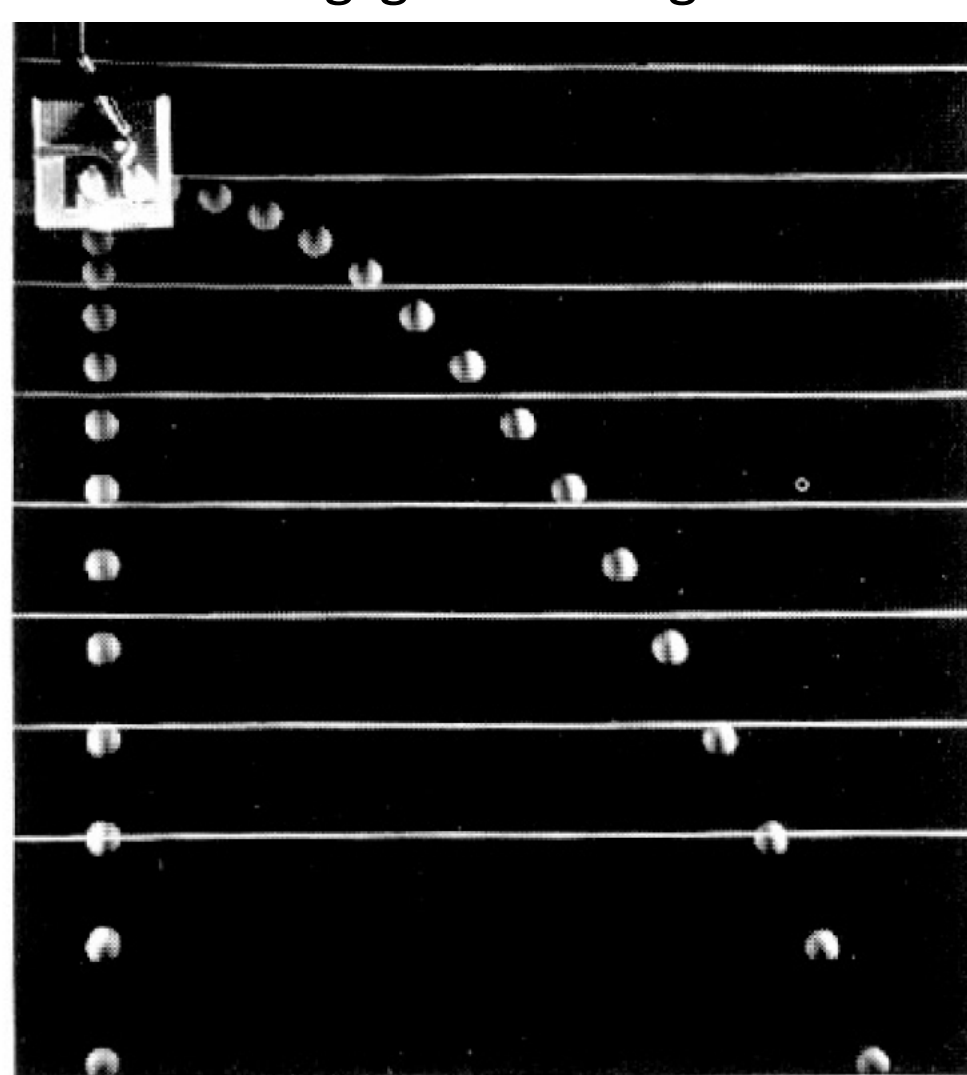


Unabhängigkeit der Bewegungen

großer vs. Kleiner
Tropfen

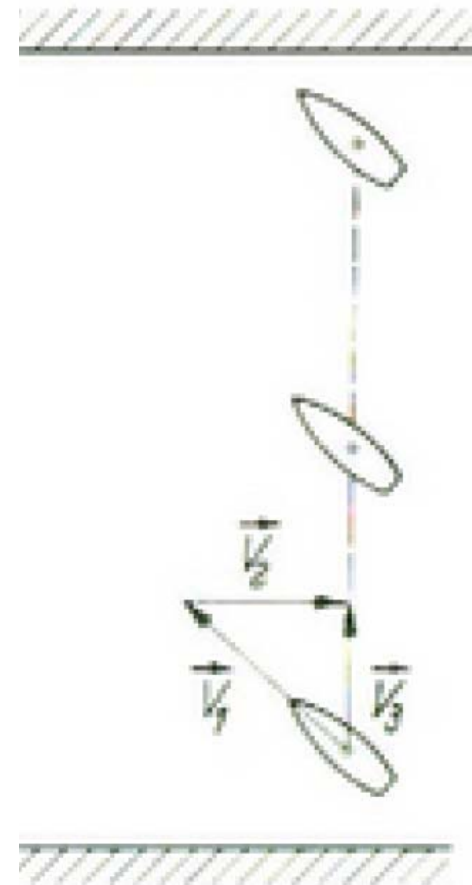
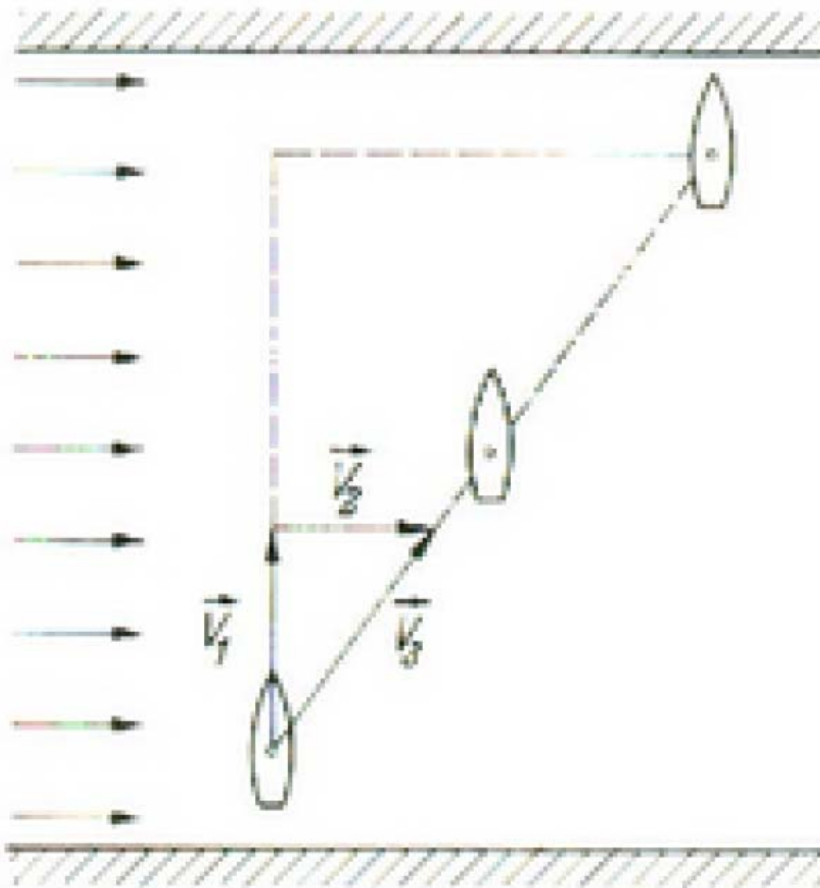


keine vs. horizontale
Anfangsgeschwindigkeit



Unabhängigkeit der Bewegungen

Geschwindigkeiten addieren sich vektoriell. Senkrecht zu einander gerichtete Geschwindigkeiten sind daher "unabhängig,, von einander.



Drehbewegungen

Geringe Abweichungen von einer geraden Bahn enthalten notwendiger Weise eine Drehung (Rotation).

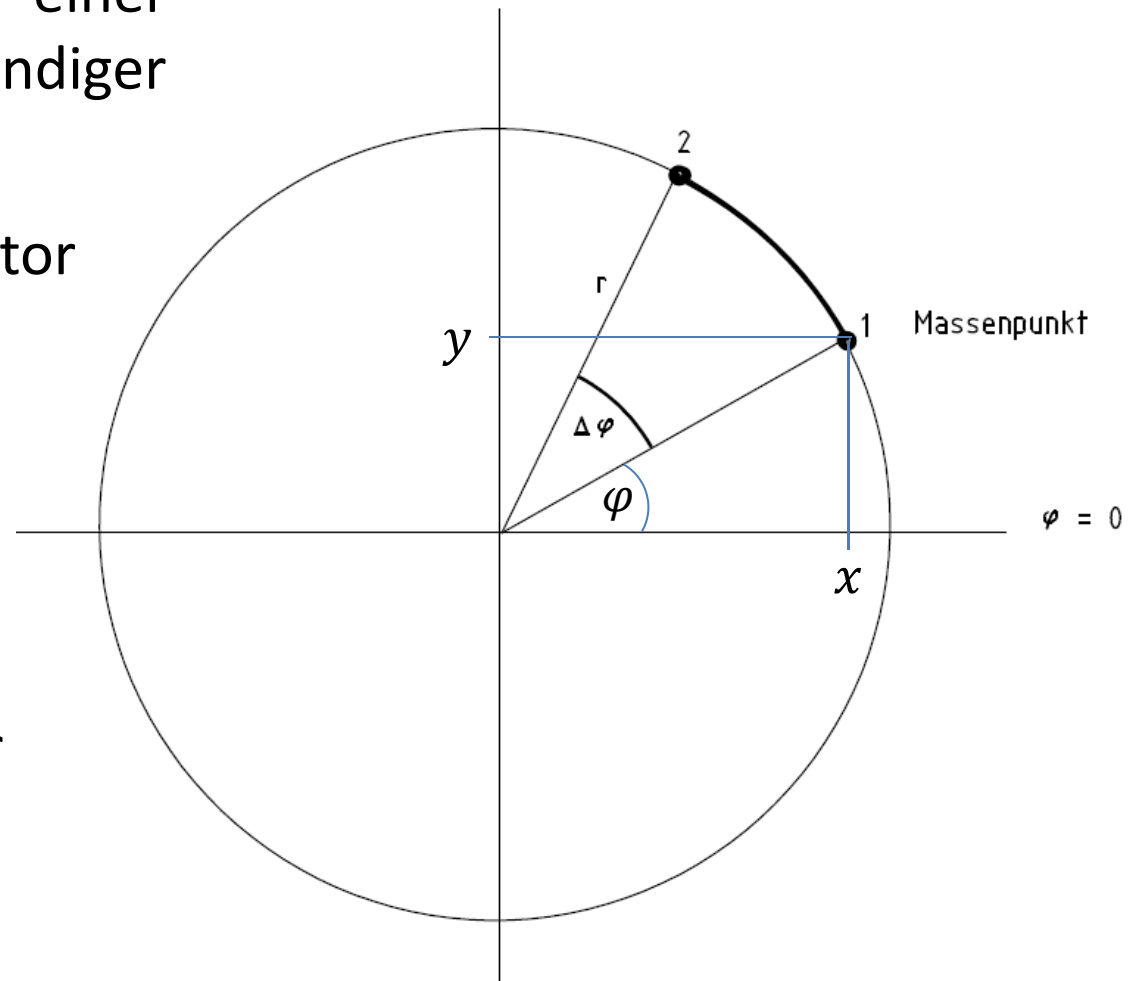
Da die Geschwindigkeit ein Vektor ist, bedeutet eine Richtungsänderung eine Geschwindigkeitsänderung und damit eine Beschleunigung.

Führen wir **Zylinderkoordinaten** ein, um uns das Leben einfacher zu machen:

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi$$

$$z = z$$



Ohne "z" heißen sie auch **Polarkoordinaten**

Drehbewegungen

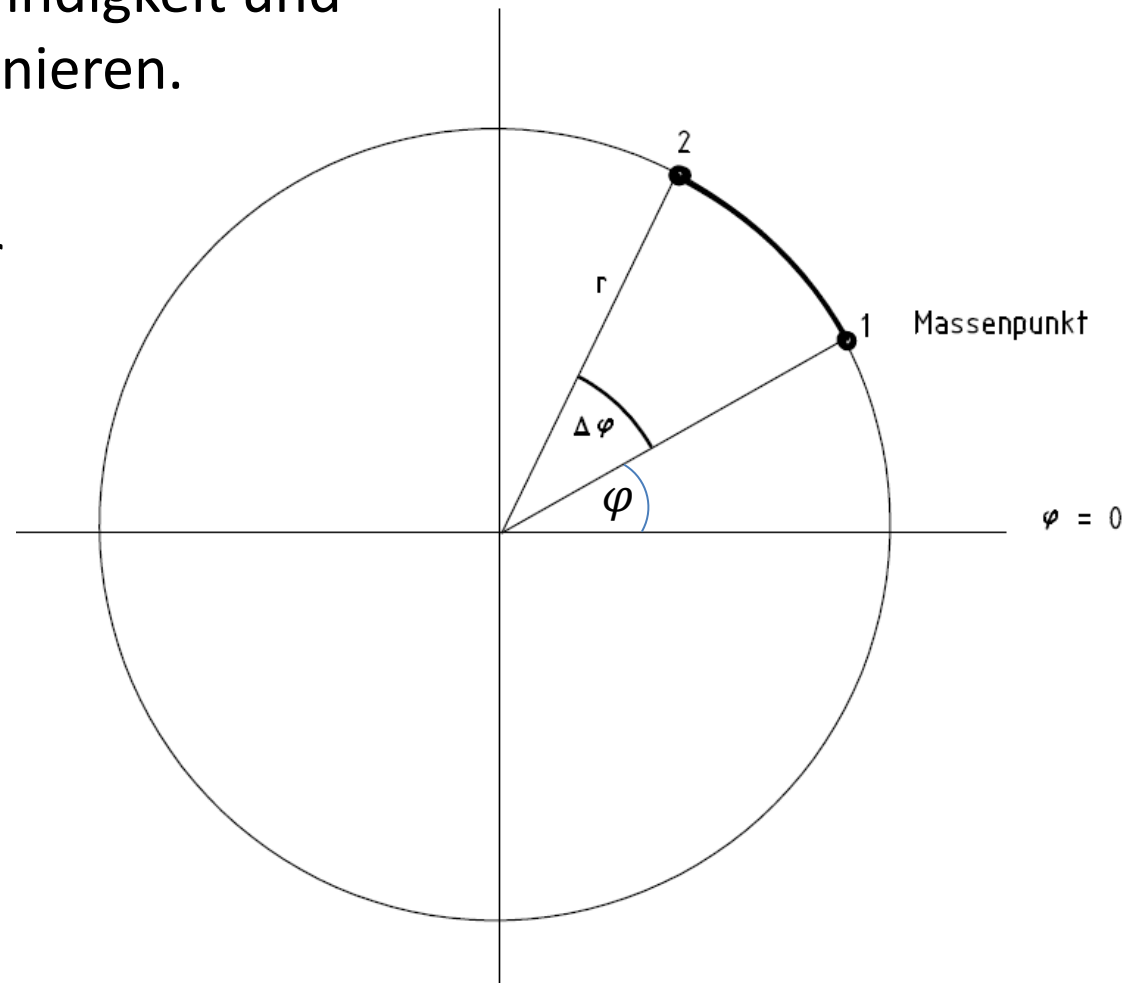
Wir können eine radiale Geschwindigkeit und eine Winkelgeschwindigkeit definieren.

Führen wir Zylinderkoordinaten ein, um uns das Leben einfacher zu machen:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$$



mit sogenannter Bahngeschwindigkeit $v = r \cdot \omega$

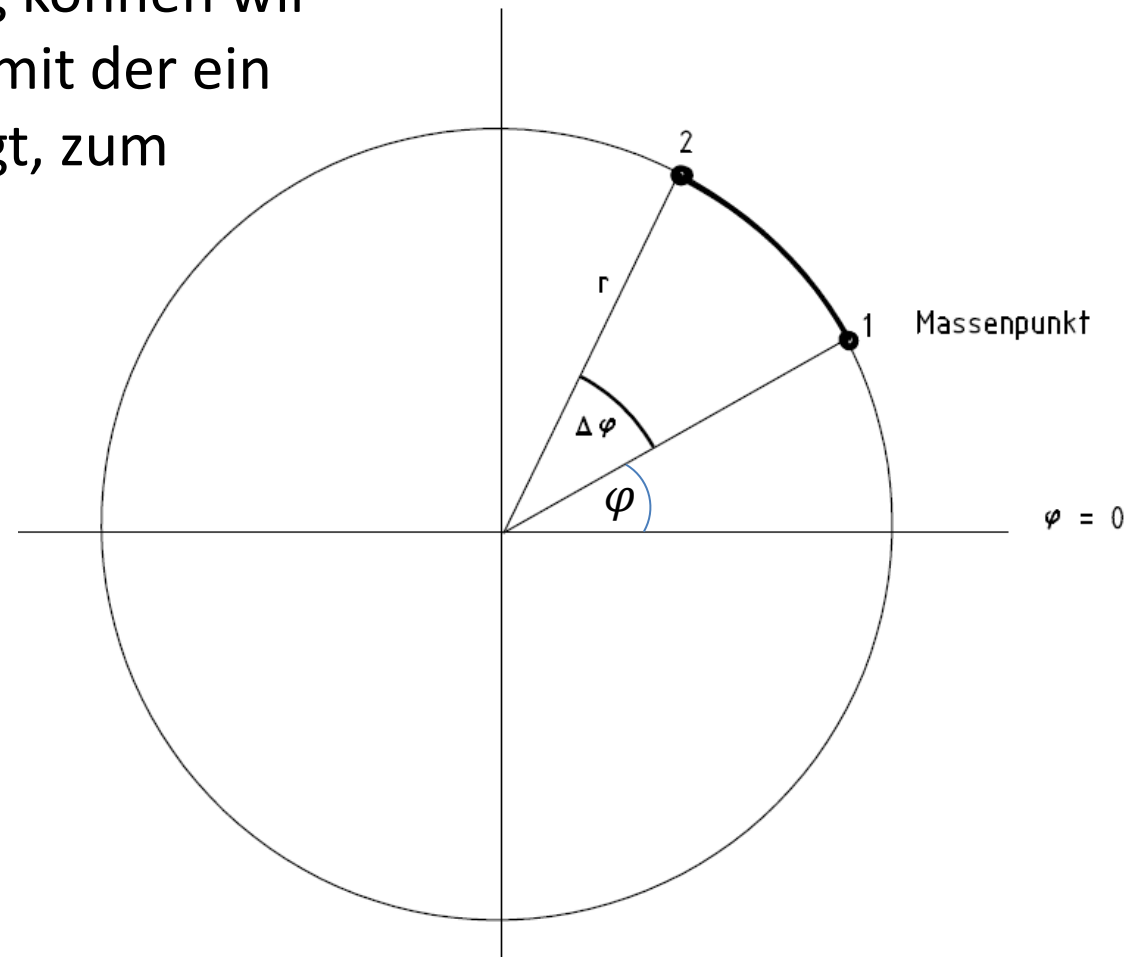
Drehbewegungen

Für eine Kreisförmige Bewegung können wir auch eine Frequenz definieren, mit der ein Objekt sich an uns vorbei bewegt, zum Beispiel ein Spionagesatellit...,

$$v = \frac{\omega}{2\pi}$$

...mit einer Periode

$$T = \frac{1}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$$

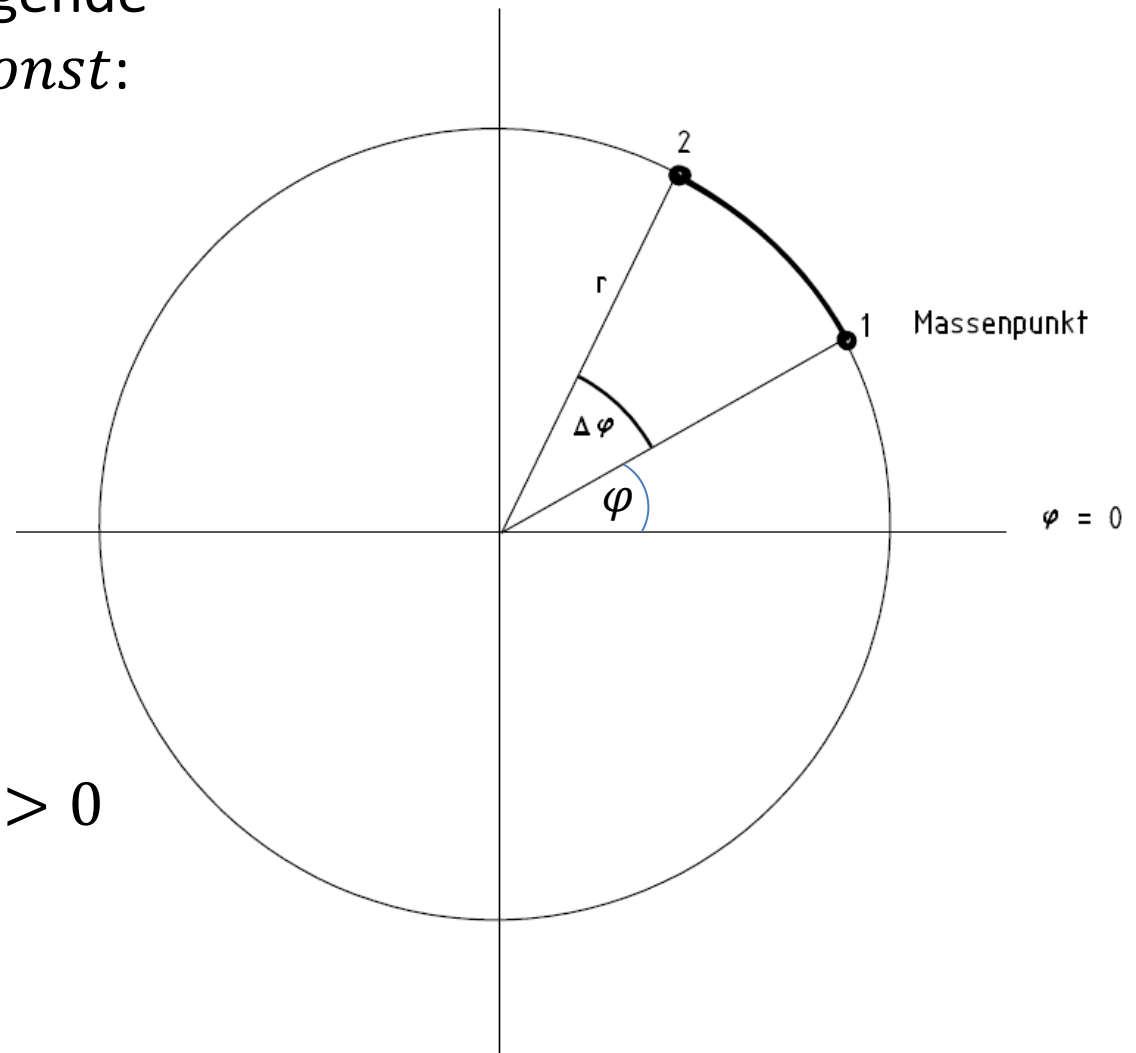


Eine Winkelbeschleunigung wäre $\alpha = \dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$

Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$:

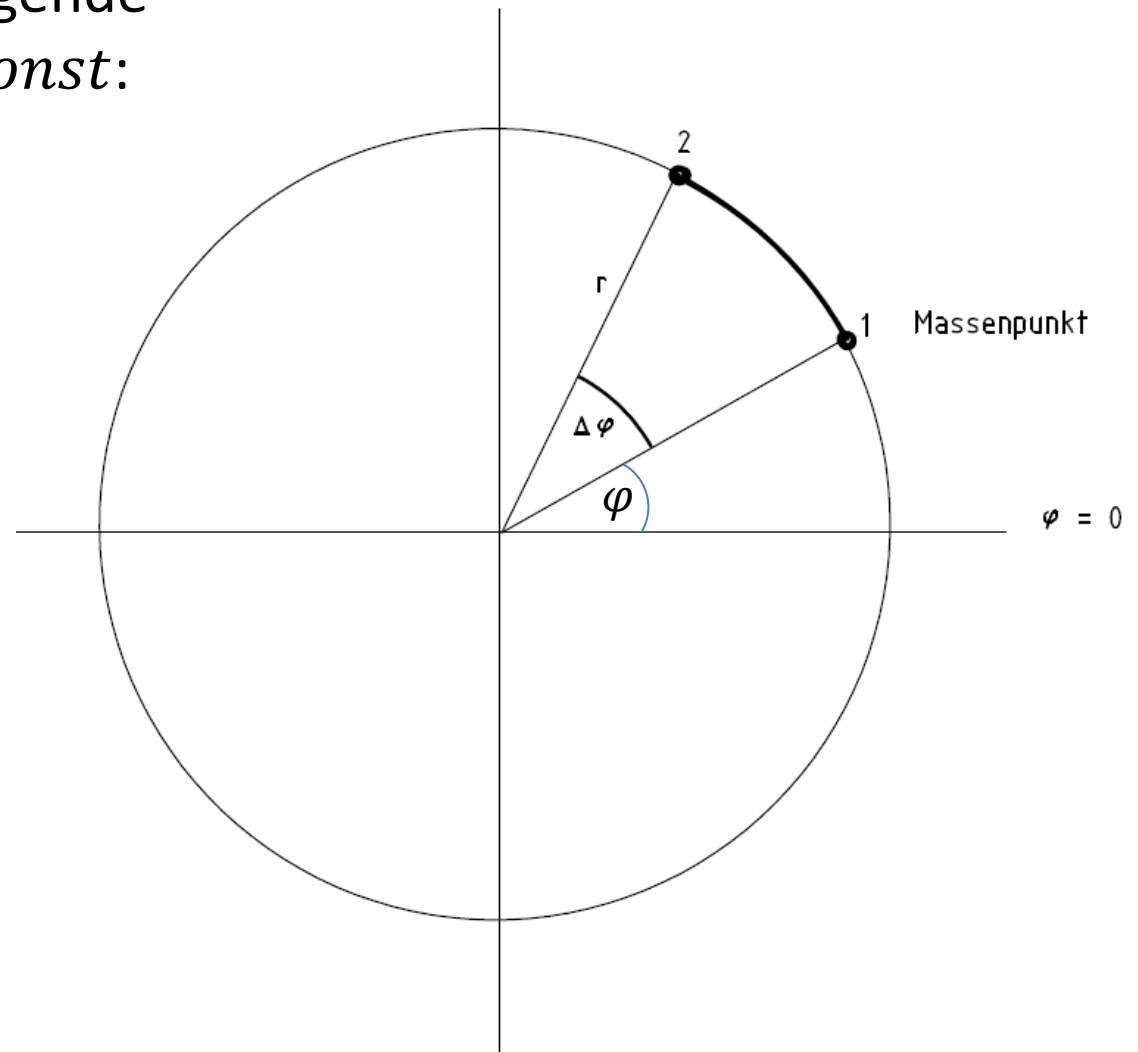
1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$
2. $\dot{r} = 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$
3. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = 0$
4. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$



Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$:

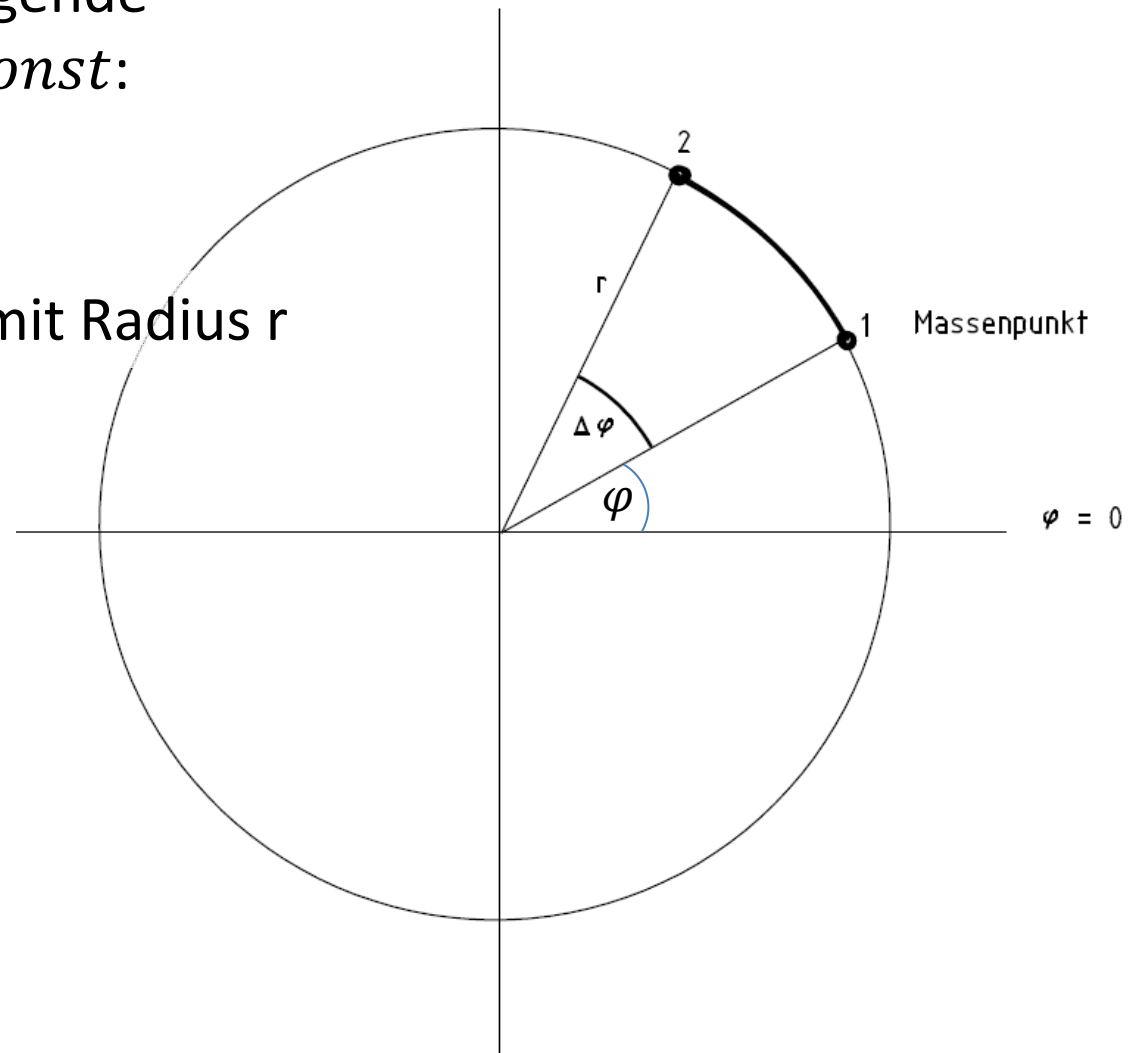
1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$



Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = const$:

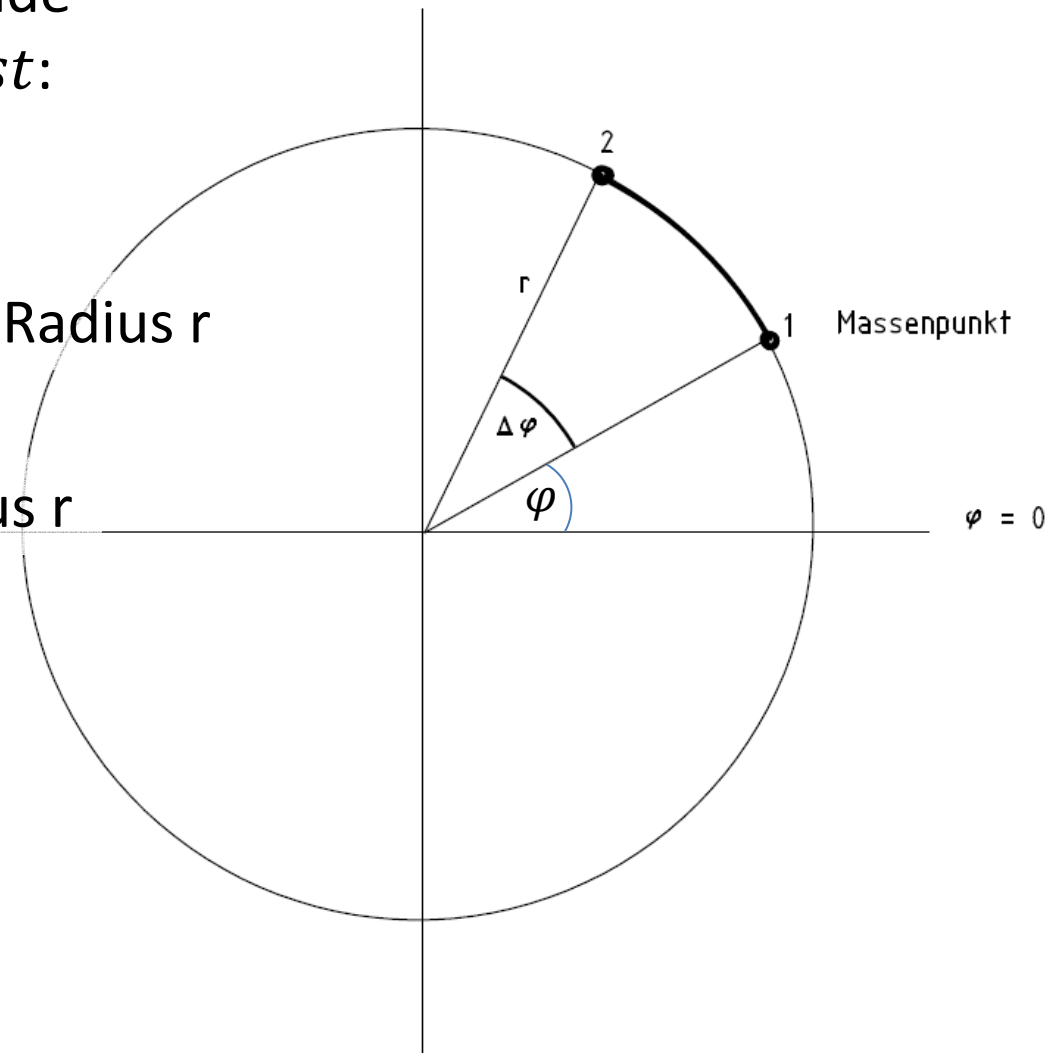
1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$
Kreisbahn in der x-y-Ebene mit Radius r
2. $\dot{r} = 0, \dot{z} = const. > 0$



Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$:

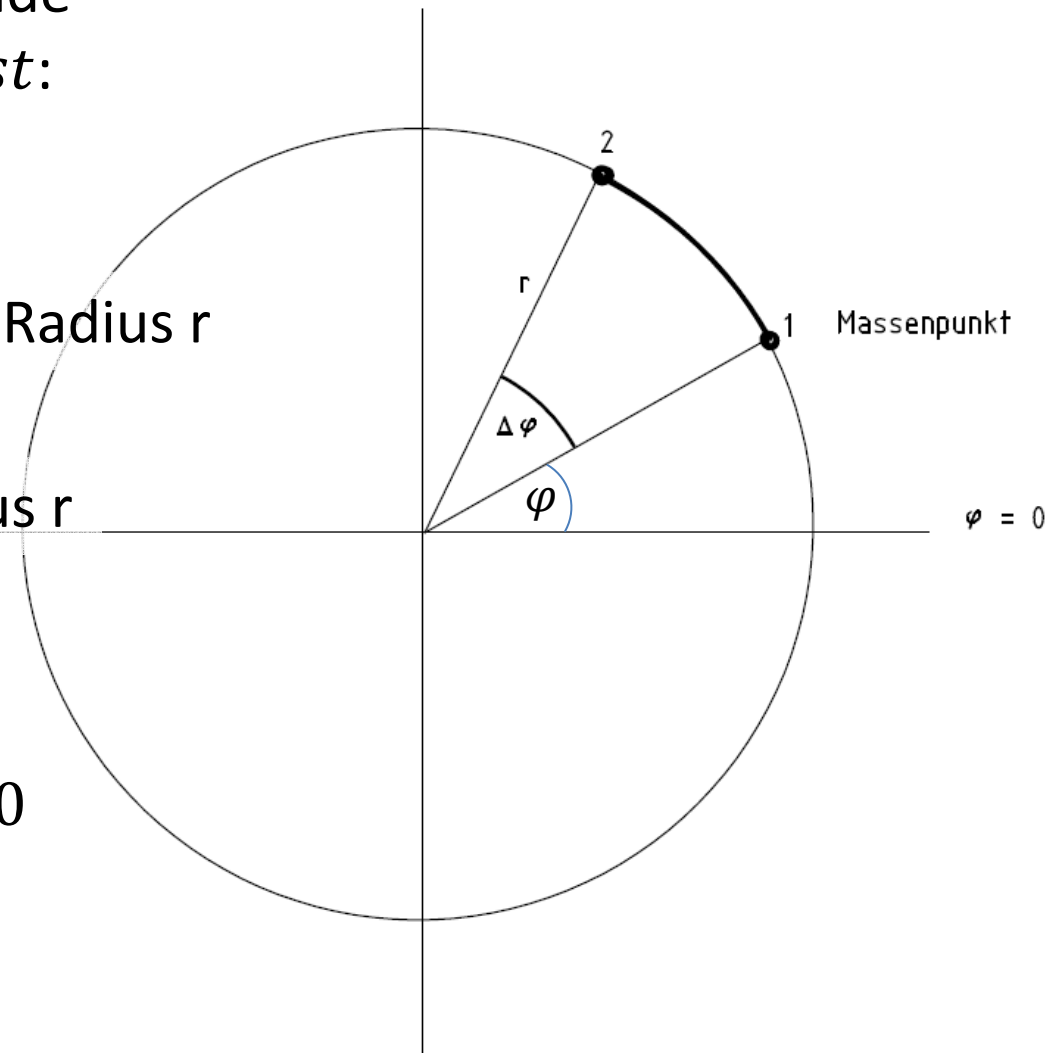
1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$
Kreisbahn in der x-y-Ebene mit Radius r
2. $\dot{r} = 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$
Aufsteigende Wendel mit Radius r
3. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = 0$



Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$:

1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$
Kreisbahn in der x-y-Ebene mit Radius r
2. $\dot{r} = 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$
Aufsteigende Wendel mit Radius r
3. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = 0$
Spiralbahn in der x-y-Ebene
4. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$



Drehbewegungsquiz

Welche Bahnen beschreiben folgende Bedingungen, wenn $\omega = \dot{\varphi} = \text{const}$:

1. $\dot{r} = \dot{z} = 0$
Kreisbahn in der x-y-Ebene mit Radius r
2. $\dot{r} = 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$
Aufsteigende Wendel mit Radius r
3. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = 0$
Spiralbahn in der x-y-Ebene
4. $\dot{r} = \text{const.} > 0, \dot{z} = \text{const.} > 0$
„Wendelbahn“ auf einem Kegelmantel

