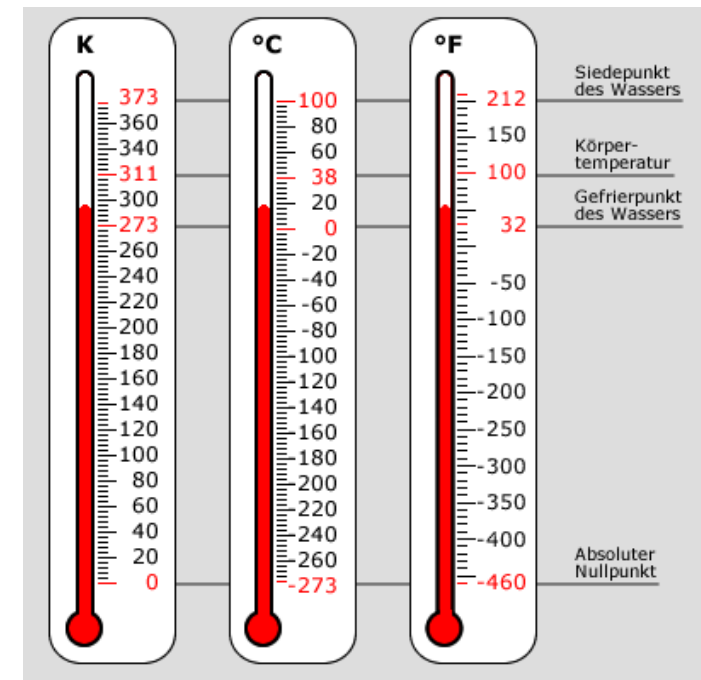


Temperatur

Temperatur scheint eine allgegenwertige Größe zu sein. Allerdings ist Temperatur nicht mit Wärme (einer Energieform) zu verwechseln.

Temperatur beschreibt, ob zwei Körper (oder allgemein zwei Systeme), die in Kontakt gebracht werden, Energie austauschen oder nicht. Haben Sie unterschiedliche Temperatur, werden sie eine gemeinsame Temperatur anstreben.

Temperatur wurde historisch unterschiedlich definiert. Die Einheit der Temperatur ist 1 Kelvin oder kurz 1 K (**nicht** °K). Sie wird über den Tripelpunkt von Wasser festgelegt, **durch Definition** bei $273,16 \text{ K} = 0,01 \text{ °C}$ liegt. Ein Kelvin ist damit $1/273,16$ der Temperatur von reinstem Wasser an seinem Tripelpunkt.

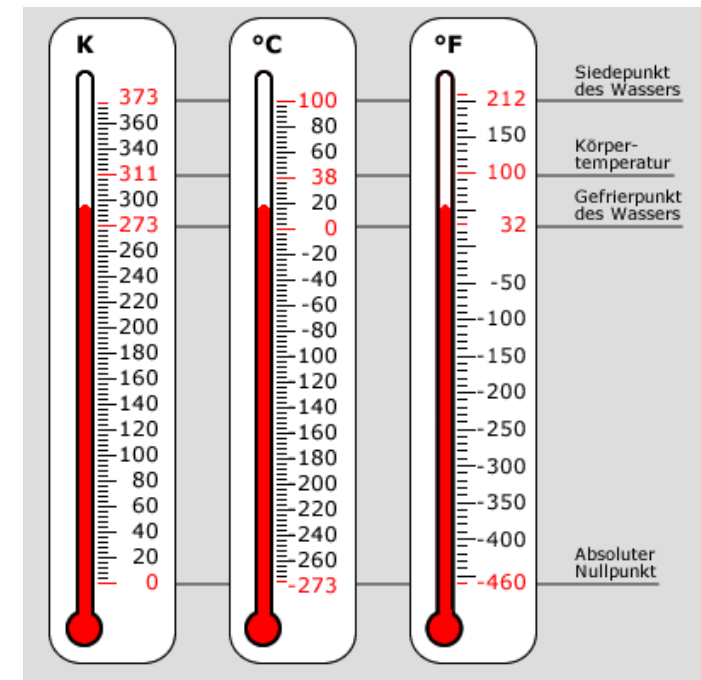


Temperatur

Die vielleicht etwas kompliziert oder merkwürdig erscheinende Definition der Temperatureinheit 1 K basiert auf der Temperaturskala nach Celsius, die Schmelz- und Siedepunkt von Wasser bei Normdruck als Referenzpunkte wählt und die Temperaturdifferenz in 100 Schritte einteilt. Daher wird im Englischen auch von *centigrade* statt °C gesprochen.

Bemerkung: Der Schmelzpunkt von Wasser bei Normdruck liegt bei 273,15 K = 0°C und damit 0,01 K unter dem Tripelpunkt. Die Definition des Kelvin ist aus praktischen Gründen erfolgt. Eine Temperaturdifferenz von 1 K = 1°C. Damit unterscheidet sich eine Temperatur auf der Celsius-Skala nur durch eine Konstante:

$$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{Kelvin}} - 273,15 \text{ K}$$



Temperatur

Um Temperatur messen zu können, wird meist die Eigenschaft von Materie verwendet, sich bei Erhöhung ihrer Temperatur auszudehnen.

Bei der linearen Ausdehnung eines Stabes wird die Länge des Stabes zu einem Temperaturmaßstab:

$$l(T) = l(T_0) + \Delta l(T_0 + \Delta T) = l_0 + l_0 \alpha \Delta T = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

l_0 ist die Länge des Stabes bei einer Temperatur T_0 und $T = T_0 + \Delta T$.
 α ist der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient.

$$\alpha_{\text{Eisen}}(20^\circ\text{C}) = 1,2 \cdot 10^{-5} / \text{K}.$$

Auch die Volumenausdehnung eines Stoffes taugt für Thermometer:

$$V(T) = V_0 (1 + \gamma \Delta T) \text{ mit } \gamma \cong 3\alpha.$$

$V_0 = V(T_0)$ ist das Volumen bei einer Referenz-/Ausgangstemperatur und γ ist der Raumausdehnungskoeffizient. $\gamma_{\text{Ethanol}} = 1,4 \cdot 10^{-3} / \text{K}$.

Temperatur

Auch Gase dehnen sich aus. Das ideale Gasgesetz beschreibt genau dieses Phänomen:

$$P \cdot V = nRT \Leftrightarrow V(T) = \frac{nR}{P} T = \frac{N}{P} k_B T.$$

P : Gasdruck, V : Gasvolumen, n : Mohlzahl, R : allgemeine Gaskonstante, T : Gastemperatur, N : Gasmolekülanzahl, k_B : Boltzmann-Konstante.

Verdoppeln wir die Temperatur eines idealen Gases, verdoppelt sich das Volumen V_{ideal} . Daraus ergibt sich auch

$$V_{\text{ideal}}(T) = V_0(1 + \gamma \Delta T)$$

mit $\gamma = 1/(273,15^\circ\text{C})$. Gleiches gilt für den Druck eines idealen Gases.

Dass das Volumen des idealen Gases verschwindet bei $T = 0$. Dies kann bei realen Gasen nicht sein, denn jedes Molekül hat ein Volumen!

Temperatur

Die sogenannte Zustandsgleichung realer Gase kann nicht exakt dem idealen Gasgesetz folgen, sie muss modifiziert werden, indem das Eigenvolumen der Gasmoleküle und die Anziehung zwischen ihnen berücksichtigt wird. Dies leistet die van-der-Waals-Gleichung:

$$\left(P + \frac{a}{V_m^2} \right) (V_m - b) = R \cdot T$$

$V_m = V/n$: molares Gasvolumen (das Volumen eines Mols des Gases),
 a/V_m^2 : Kohäsionsdruck durch Anziehung der Moleküle,
 b : Eigenvolumen der Moleküle

Es gibt noch verfeinerte Modelle, aber die van-der-Waals-Gleichung enthält schon die zwei wesentlichen physikalischen Phänomene (a & b).

Kinetische Gastheorie

Betrachten wir ein Gas in einem abgeschlossenen Kasten, dann können wir uns die Gasmoleküle als eine riesige Anzahl sehr kleiner Objekte vorstellen, die sich sehr schnell (tausende km/h) bewegen und ständig miteinander und den Wänden des Kastens kollidieren.

Bei einem Stoß gegen eine Fläche A der Wand kehrt sich die Bewegung eines Gasmoleküls um; seine Impulsänderung innerhalb dieses Stoßprozesses während der Zeit Δt ist dann

$$\Delta p = p_{\text{nachher}} - p_{\text{vorher}} = (-p) - (+p) = -2p$$

Es wirkt eine Kraft $F = \Delta p / \Delta t = m \Delta v / \Delta t = ma$ gemäß Newton und es entsteht ein Druck $P = F / A$ bei jedem Stoß. In diesem Sinne lässt sich berechnen dass der Druck eines idealen Gases sich aus der mittleren kinetischen Energie $\overline{E_{kin}} = m \overline{v}^2 / 2$ der Moleküle ergibt.

Kinetische Gastheorie

$$P \cdot V = \frac{2}{3} N \cdot \overline{E_{kin}} = N \cdot k_B T = nRT$$

Die mittlere kinetische Energie entspricht also in jeder der drei Raumrichtungen entspricht also gerade

$$\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} k_B T$$

In jeder der drei Raumrichtungen hat ein 'ideales' Gasmolekül $k_B T/2$ an mittlerer Energie. Ein solches punktförmiges Molekül hat genau drei Dimensionen zur Verfügung, in denen es sich bewegen kann. Wir sprechen von drei Freiheitsgraden. Jeder Freiheitsgrad enthält also im Mittel eine Energie von $k_B T/2$. Ein reales Gasmolekül aus zwei Atomen hat auch noch die Möglichkeit, senkrecht zur Molekülachse zu rotieren. Molekülschwingungen sind ebenfalls Freiheitsgrade.