

**Untergrundanalyse bezüglich radioaktiver
Kontamination der Delrin-Halter der
COBRA-Detektoren**

**Backgroundanalysis regarding the radioactive contamination
of the Delrin holders of the COBRA detectors**

von

David Schwickert

geboren am

03. Februar 1992

Bachelor-Arbeit im Studiengang Physik

Universität Hamburg

2014

- 1. Gutachter: Dr. Björn Wonsak**
- 2. Gutachterin: Prof. Dr. Caren Hagner**

Zusammenfassung

Mit dem COBRA¹-Experiment versucht man die Existenz des neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfalls nachzuweisen und die Masse der Neutrinos zu bestimmen. Der neutrinolose Doppel-Beta-Zerfall hat eine erwartete Halbwertszeit von mindestens 10^{26} Jahren. Deswegen ist es wichtig den Untergrund zu minimieren und die Ereignisse des radioaktiven Untergrunds in den Messdaten zu identifizieren.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Frage, inwieweit die Oberfläche der Delrin-Halter für die CdZnTe-Detektoren des COBRA-Experiments radioaktiv kontaminiert ist und um welche radioaktiven Isotope es sich dabei handelt.

Um die Realität möglichst genau nachzubilden, wurde zuerst die Geometrie der Halter und der Detektoren mithilfe der Programmiersprache GDML² erstellt. Mit diesem 3D-Modell wurden dann mit dem Simulationsprogramm Venom Monte-Carlo-Simulationen mit Isotopen der natürlichen Uran-Radium-Zerfallsreihe durchgeführt und die Ergebnisse anschließend mit den Messdaten analytisch verglichen. Zuletzt werden die Aktivitäten der beiden radioaktiven Isotope ²¹⁰Bi und ²¹⁰Po, die sich auf der Oberfläche des Delrins befinden, berechnet.

Mit Hilfe dieser Berechnungen wurde für ²¹⁰Bi die Aktivität $A_{\text{Bi}} = (69,9 \pm 0,4) \text{ mBq/m}^2$ und für ²¹⁰Po eine Aktivität von $A_{\text{Po}} = (100,7 \pm 0,05) \text{ mBq/m}^2$ bestimmt.

Abstract

The COBRA-experiment aims to provide evidence for the neutrinoless double beta decay and to determine the mass of the neutrinos. The neutrinoless double beta decay has an expected half-life of more than 10^{26} years. Therefore, it is important to minimize the background and to identify the events of the radioactive background from the measured data.

In this thesis the extent of the surface contamination of the Delrin holder of the CdZnTe detectors with radioactive isotopes is investigated.

In order to reconstruct the experiment in a great detail as possible first the geometry of the holder and detectors were modelled using GDML. With this 3D-model various Monte-Carlo simulations of the natural uranium series were performed using the simulation package venom, and afterwards the results were analytically compared with measured data. At last, the activities of the two radioactive isotopes ²¹⁰Bi and ²¹⁰Po on the surface of the Delrin were calculated.

With these calculations the resulting activity of ²¹⁰Bi is $A_{\text{Bi}} = (69,9 \pm 0,4) \text{ mBq/m}^2$ and the activity of ²¹⁰Po is $A_{\text{Po}} = (100,7 \pm 0,05) \text{ mBq/m}^2$.

¹Cadmium Zinc Telluride 0-Neutrino Double-Beta Research Apparatus

²Geometry Description Markup Language

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Neutrinoophysik	3
2.1	Leptonen	3
2.2	Neutrinos	3
2.2.1	Neutrinooszillation	3
2.3	Helizität und Chiralität	4
3	Radioaktive Strahlung	5
3.1	Alpha-Zerfall	5
3.2	Beta-Zerfall	6
3.3	Gammastrahlung	7
3.4	Energieverlust beim Durchgang durch Materie	7
3.5	Doppel-Beta-Zerfall ($2\nu\beta\beta$)	9
3.6	Neutrinoloser Doppel-Beta-Zerfall ($0\nu\beta\beta$)	12
4	COBRA-Experiment	14
4.1	Demonstratoraufbau	15
4.2	Detektor	16
4.2.1	Halbleiterdetektor	16
4.2.2	CPG-Detektoren	17
4.3	Halter	19
4.4	Messdaten	19
5	Radioaktiver Zerfall	21
5.1	Aktivität	21
5.1.1	Lebensdauer τ	22
5.1.2	Halbwertszeit	22
5.2	Bateman-Gleichung	23
5.2.1	Transientes Gleichgewicht ($\lambda_A < \lambda_B$)	25
5.2.2	Säkulares Gleichgewicht ($\lambda_A \ll \lambda_B$)	25
5.2.3	Fall $\lambda_A \geq \lambda_B$	26
6	Uran-Zerfallsreihe	27
7	Simulation	32
7.1	Geometrie	32
7.1.1	Halter	32
7.2	Durchführung der Simulation	33
7.3	Ergebnisse der Simulation	34

7.3.1	^{210}Bi	35
7.3.2	^{210}Po	38
8	Auswertung	42
8.1	χ^2 -Minimierung	42
8.2	Vergleich von Messdaten und Simulation	43
8.3	Berechnung der Aktivität	45
8.4	Verbesserte Berechnung der Aktivitäten (mithilfe einer Normalverteilung): . . .	48
9	Zusammenfassung und Ausblick	52

1 Einleitung

Neutrinos stellen einen wichtigen Bestandteil aktueller Forschung in der Teilchenphysik dar. Eine besonders wichtige Rolle spielen sie in der Kernphysik, in Teilchenbeschleunigern und in der Kosmologie und Astroteilchenphysik.

In der Astroteilchenphysik geben sie Aufschluss über die Prozesse, die in Sternen und Galaxien stattfinden und über die Entstehung von Supernovae. Als Bestandteil der kosmischen Hintergrundstrahlung werden sie genutzt, um die Entstehung des Universums zu klären. Außerdem entstehen Neutrinos, wenn kosmische Strahlen auf die Erdatmosphäre treffen und helfen so, die kosmische Strahlung zu detektieren und zu analysieren. Bei Teilchenbeschleunigern werden Neutrinos indirekt in Form von fehlendem Transversalimpuls beobachtet.

Mit ihnen lässt sich außerdem die Aktivität von Kernreaktoren und Teilchenbeschleunigern aus einigen Kilometern Entfernung messen und man könnte sie so auch für militärische Zwecke verwenden.

Obwohl Neutrinos einen wichtigen Bestandteil der modernen Teilchenphysik darstellen, ist ihre Ruhemasse nicht genau bekannt. Aufgrund der Neutrino-Oszillationen ließ sich bestimmen, dass Neutrinos eine geringe Ruhemasse besitzen. Die bis heute, durch den Zerfall von ^3H , bestimmte Untergrenze für Elektron-Neutrinos liegt bei $< 2 \text{ eV}/c^2$ [eaPDG10].

Mit Experimenten wie COBRA oder KATRIN³ soll diese Untergrenze auf ca. $< 0,2 \text{ eV}/c^2$ verringert werden.

Eine weitere wichtige Frage des COBRA-Experiments ist, ob Neutrinos Majorana-Teilchen sind. Im Gegensatz zu Dirac-Teilchen sind Majorana-Teilchen identisch mit ihren Antiteilchen. Falls diese Eigenschaft auf das Neutrino zutrifft, wäre es das erste Teilchen dieser Art.

Im zweiten Kapitel werden zunächst die Grundlagen der Neutrinophysik genauer erläutert.

Das dritte Kapitel behandelt die Mechanismen von Alpha- und Beta-Zerfällen, sowie Gammastrahlung. Insbesondere wird der Unterschied zwischen neutrinobegleitetem und neutrinolosem Doppel-Beta-Zerfall herausgestellt.

Im vierten Kapitel wird das COBRA-Experiment zur Entdeckung des neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfalls vorgestellt. Es wird der Aufbau und die Funktionsweise von CPG-Detektoren erklärt und die Vor- und Nachteile des verwendeten Detektormaterials CdZnTe diskutiert, das gleichzeitig als Quelle für die radioaktiven Zerfälle dient. Außerdem werden die bis zu diesem Zeitpunkt gesammelten Messdaten vorgestellt und markante Untergrundereignisse analysiert. Danach folgen weitere theoretische Betrachtungen der Radioaktivität: Zum Beispiel die Herleitung der Formeln für die Aktivität, Lebensdauer und Halbwertszeit, sowie Herleitung und Anwendung der Bateman-Gleichung.

In Kapitel 6 wird die Uran-Zerfallsreihe vorgestellt, die die Isotope ^{210}Bi und ^{210}Po enthält,

³Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment

welche als die Quellen für die beiden, bislang noch nicht vollständig geklärten, Untergrunderscheinungen gehalten werden.

Mithilfe der Ergebnisse aus den vorangegangenen Kapiteln werden in Kapitel 7 die Simulationen zur Nachbildung der radioaktiven Kontamination des Detektoraufbaus mit ^{210}Bi und ^{210}Po durchgeführt. Es wird nochmals genauer auf die Geometrie der Halter eingegangen, die Simulationssoftware vorgestellt und die ersten Ergebnisse der Simulationen präsentiert.

Im achten Kapitel erfolgt die Auswertung der Simulationen in Form eines analytischen Vergleichs mit den Messdaten. Mithilfe eines χ^2 -Tests werden die Aktivitäten der beiden Isotope so genau wie möglich bestimmt. Außerdem werden leichte Unterschiede der Positionen der Detektorkristalle im realen Versuchsaufbau in Betracht gezogen und mithilfe einer Gaußschen Verschmierung in die Simulationsergebnisse eingearbeitet und die Aktivität erneut bestimmt. Zuletzt folgt eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick auf weitere Ansätze zur Verbesserung der Simulationen.

2 Neutrinophysik

2.1 Leptonen

Leptonen, Quarks und Austauschteilchen gehören zu den Elementarteilchen. Im Gegensatz zu den Quarks tragen Leptonen keine Farbladung, sodass sie nur über die schwache Kraft wechselwirken oder im Falle von geladenen Leptonen auch über die elektromagnetische Kraft. Es gibt drei geladene Leptonen: e^- , μ^- , τ^- und drei ungeladene: die Neutrinos; und ihre sechs Antiteilchen. Jedes Lepton hat per Definition die Leptonzahl $L = 1$ und jedes Anti-Lepton $L = -1$. Zusätzlich hat jede Leptonfamilie auch noch ihre eigene Leptonzahl L_e, L_μ, L_τ .

In Tabelle 1 werden die Leptonen mit ihren Ladungen und ihren Massen, beziehungsweise bis heute bekannten Untergrenzen der Massen dargestellt.

Leptonen		
Name	Ladung	Masse
e^-	$-e$	$0.511 \text{ MeV}/c^2$
ν_e	0	$< 2 \text{ eV}/c^2$
μ^-	$-e$	$105.7 \text{ MeV}/c^2$
ν_μ	0	$< 0.19 \text{ MeV}/c^2$
τ^-	$-e$	$1776.82 \pm 0.16 \text{ MeV}/c^2$
ν_τ	0	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$

Tabelle 1: Die Leptonfamilien mit je einem Lepton und einem Lepton-Neutrino, sowie deren Massen. [eaPDG10], [eaPDG12]

2.2 Neutrinos

Neutrinos sind ungeladene Teilchen und Fermionen mit Spin $1/2$. Nach dem Standardmodell der Teilchenphysik besitzen Neutrinos keine Masse und kein magnetisches Moment. Es gibt die drei bereits vorgestellten Neutrinofamilien ν_e , ν_μ und ν_τ , die auch *Flavours*⁴ genannt werden [Sch97].

2.2.1 Neutrinooszillation

Durch Beobachtung von Sonnenneutrinos ließen sich die drei Neutrinosorten bestimmen und feststellen, dass diese sich ineinander umwandeln können. Diesen Prozess nennt man Neutrinooszillation. Jedes Neutrino kann sich über quantenmechanische Prozesse, das heißt wahrscheinlichkeitsabhängig, in andere Neutrinos umwandeln. Die Flavourzustände der Neutrinos sind dabei Linearkombinationen der Masseneigenzustände. Dabei bleibt die Leptonfamilienzahl natürlich nicht erhalten. Die Frequenz mit der diese Umwandlung geschieht ist abhängig von der Masse der Neutrinos.

⁴flavour (engl.): Aroma, Geschmack

Es wurde bereits bewiesen, dass die Neutrinosorten eine Massendifferenz zueinander aufweisen. Dadurch wurde auch indirekt bewiesen, dass mindestens zwei der Neutrino flavours eine Masse besitzen.

2.3 Helizität und Chiralität

Die Helizität H eines Teilchens mit Spin \vec{s} und Impuls \vec{p} beträgt:

$$H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|} \quad (1)$$

Für masselose Teilchen, die sich mit Vakuumlichtgeschwindigkeit bewegen, ist die Helizität immer eindeutig bestimmt, und zwar $H = +1$, falls Spin und Impuls in die selbe Richtung zeigen, oder $H = -1$, falls sie entgegengesetzt sind. Teilchen mit einer Ruhemasse können ihre Helizität wechseln. Die Wahrscheinlichkeit $W(H)$, das ein (Anti-)Lepton die Helizität H hat beträgt:

$$W(H = \pm 1) = \frac{1}{2} \left(1 \pm \alpha \frac{v}{c} \right) \quad \text{mit} \quad \alpha = \begin{cases} -1 & \text{für Leptonen} \\ +1 & \text{für Antileptonen} \end{cases} \quad (2)$$

Dabei bezeichnet v die Geschwindigkeit des Teilchens und c die Lichtgeschwindigkeit.

Für masselose Neutrinos mit $v = c$ gilt: $W(+1) = 0$ und $W(-1) = 1$. Für masselose Antineutrinos mit $v = c$ gilt: $W(+1) = 1$ und $W(-1) = 0$.

Für masselose Teilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen ist Helizität gleichzusetzen mit Chiralität, bzw. „Händigkeit“. Teilchen, die die feste Größe $H = -1$ besitzen sind „linkshändig“ und Teilchen mit festem $H = +1$ „rechtshändig“.

Daher treten im Standardmodell Neutrinos nur linkshändig auf und Anti-Neutrinos nur rechtshändig.

Dies ermöglicht ihnen die Wechselwirkung mit der schwachen Kernkraft. Denn die geladenen W-Bosonen wechselwirken nur mit linkshändigen Leptonen und Quarks und rechtshändigen Anti-Leptonen und Antiquarks. Die Wechselwirkung dieser drei Teilchen, bzw. Anti-Teilchen ermöglicht den β -Zerfall, bei dem Quarks in Neutrinos umgewandelt werden [Sch97].

3 Radioaktive Strahlung

Als Radioaktivität bezeichnet man den Zerfall von Atomkernen und das gleichzeitige Aussenden ionisierender Strahlung. Es gibt drei verschiedene Typen von radioaktiver Strahlung, nämlich α -, β - und γ -Strahlung, wobei die alphabetische Reihenfolge Aufschluss über die Stärke der ionisierenden Wirkung gibt.

3.1 Alpha-Zerfall

Beim Alphazerfall emittiert der Kern eines radioaktiven Isotops ein zweifach ionisiertes Helium-Atom. Dabei verringert sich die Massenzahl A des Mutterkerns um vier. Dieser reine Heliumkern mit $A = 4$ ist das sogenannte Alphateilchen.



Die freigesetzte kinetische Energie Q verteilt sich auf den Tochter- und den Heliumkern im Verhältnis $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$. Der schwere Tochterkern erhält somit weniger kinetische Energie als das leichte Alphateilchen. Da das Verhältnis bei jedem Isotop konstant ist, besitzen die Alphateilchen nur einen einzelnen diskreten Energiewert. Die in einem Detektor gemessene Energie der Alphastrahlung entspricht der kinetischen Energie der ausgesendeten Heliumkerne und ist somit abhängig von eventuellem Energieverlust in Materie, der vor dem Detektor passiert.

Die Summe der Zerfallsprodukte hat immer eine geringere Gesamtmasse, als die der Ausgangsprodukte. Aus dieser Massendifferenz berechnet sich der Q-Wert des Zerfalls. In Gleichung (5) wird der Q-Wert exemplarisch für den Alphazerfall angegeben.

$$m({}^A_Z\text{X}) = m({}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}^{2-}) + m({}^4_2\text{He}^{2+}) + \frac{Q}{c^2} \quad (4)$$

$$Q = [m({}^A_Z\text{X}) - m({}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}^{2-}) - m({}^4_2\text{He}^{2+})]c^2 \quad (5)$$

Die zweifach positiv geladenen Alphateilchen sind die am stärksten ionisierende natürlich vorkommende Strahlung, aber lassen sich aus diesem Grund auch am leichtesten durch Materie abschirmen.

Die Alphateilchen rekombinieren mit den Hüllenelektronen von Atomen oder Molekülen. Um die Elektronen vom Molekül abzutrennen, muss die Ionisationsenergie des Moleküls aufgewandt werden, die der kinetischen Energie des Alphateilchens verloren geht. Der Heliumkern gewinnt zwar dadurch eine Bindungsenergie, aber diese Energie steht nicht mehr als kinetische Energie zur Verfügung. Die Rate dieser Ionisation hängt von der Dichte der Materie ab, die das Alphateilchen durchquert. In Luft beträgt die Reichweite der Alphastrahlung einige Zentimeter. In dichter Materie wie zum Beispiel Wasser oder Eisen nur einige Mikrometer. In diesem Zusammenhang werden für die Begriffe „Ionisation“ und „Dichte“ auch „Stoßionisation“ und

„Ionisationsdichte“ verwendet.

Durch Stöße verlangsamte Heliumatomkerne ohne (vollständige) Rekombination können sich Elektronen aus der Umgebung einfangen und ein vollständiges Heliumatom bilden. Außerdem können sich die verlangsamten Heliumkerne kurzzeitig mit negativ geladenen Atomen zu einfachen Molekülen verbinden. Da Helium aber ein Edelgas ist, sind diese Verbindungen instabil und zerfallen schließlich zu reinem Helium.

3.2 Beta-Zerfall

Bei einem ungünstigen Neutronen-Protonen-Verhältnis im Atomkern können sich diese durch Beta-Zerfall ineinander umwandeln. Grundsätzlich existieren zwei unterschiedliche Reaktionsarten von Beta-Zerfällen, nämlich β^- und β^+ .

Beim β^- -Zerfall wird ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino umgewandelt:



Beim β^+ -Zerfall wird ein Proton in je ein Neutron, Positron und Elektron-Neutrino umgewandelt:



Zusätzlich zum β^+ -Zerfall existiert noch der Elektroneneinfang (EC^5), bei dem sich der Kern ein Elektron aus der Hülle des Atoms „einfängt“.



Elektroneneinfang kann grundsätzlich immer stattfinden, solange die Masse des Mutterkerns größer als die des Tochterkerns ist. Wenn die Massendifferenz größer als $2m_e$ ist, kann zusätzlich der β^+ -Zerfall vorkommen. Da beide Zerfälle den gleichen Tochterkern erzeugen, stehen sie in Konkurrenz zueinander.

Bei allen drei Zerfallsarten bleibt die Massenzahl A erhalten. Man sieht jedoch, dass sich die Kernladung Z um 1 erhöht (β^-), bzw. verringert (β^+ , EC). Die elektrische Gesamtladung bleibt

⁵EC = electron capture (engl.): Elektroneneinfang

bei beiden Reaktionen erhalten, allerdings verlassen die Elektronen, Neutrinos und ihre Antiteilchen den Kern, sodass das Atom bei β^- - und β^+ -Zerfall nicht mehr neutral ist.

Auch die Gesamtleptonenzahl L und insbesondere die elektronische Leptonenzahl L_e bleiben in beiden Fällen erhalten, da für Elektronen e^- und Elektron-Neutrinos ν_e gilt: $L_e = 1$ und für Positronen e^+ und Elektron-Antineutrinos $\bar{\nu}_e$ gilt: $L_e = -1$.

Im Gegensatz zum Alphazerfall ist das Betazerfallsspektrum kontinuierlich, da sich die freigesetzte Energie auf die drei Zerfallsprodukte verteilt. Während beim Alphazerfall nur ein Winkel von 180° für die beiden Zerfallsprodukte möglich ist, können sich die Winkel bei drei Teilchen beliebig aufteilen. Dadurch verteilt sich auch die Energie ungleichmäßig, ohne den Impulserhaltungssatz zu verletzen.

Da das Neutrino nur schwach mit Materie interagiert, entspricht die Angabe der Energie der Betastrahlung der kinetischen Energie der Elektronen beziehungsweise Positronen.

Ähnlich der Alphastrahlung verursachen die geladenen Elektronen und Positronen Ionisation bei der Durchquerung von Materie. Die Elektronen der β^- -Strahlung dringen dabei deutlich tiefer in Materie ein, als die β^+ -Strahlung. Die Positronen sind kurzlebiger da sie, wenn sie auf Elektronen in den Hüllen der Absorberatome treffen, mit diesen annihilieren und sich gegenseitig auslöschen.

3.3 Gammastrahlung

Nach dem Alpha- oder Betazerfall verbleibt der entstehende Tochterkern meistens in einem angeregten Zustand. Beim Übergang in einen niedrigeren Energiezustand oder den Grundzustand gibt der Kern dann die freiwerdende Energie in Form von Gammastrahlung ab. Es handelt sich dabei um energiereiche Lichtquanten.

Bei Annihilation eines Teilchens mit seinem Antiteilchen kann ebenfalls Gammastrahlung entstehen, deren Energie der Masse und Bewegungsenergie der vernichteten Teilchen entspricht. Insbesondere bei leichten Teilchen wie Elektronen und Positronen mit einer Masse von $511 \text{ keV}/c^2$ und geringer kinetischer Energie entstehen zwei Gammaquanten mit je 511 keV .

3.4 Energieverlust beim Durchgang durch Materie

Geladene Teilchen, wie Alpha- und Betateilchen, verlieren beim Durchgang durch Materie an Energie. Dabei gibt es zwei wesentliche Unterschiede:

1. Elastische Streuung:

Bei der elastischen Streuung stoßen die Alphateilchen elastisch an den Atomen der Materie. Die Summe der kinetischen Energie aller beteiligten Stoßpartner bleibt dabei erhalten.

Da ${}^4\text{He}$ aber eines der leichtesten Elemente im Universum ist, ist der Impulsübertrag bei schweren Stoßpartnern gering und die Alphateilchen behalten fast ihre ganze kinetische Energie. Durch Streuung und Umlenken der Alphateilchen verringert sich aber die Teilchenanzahl und somit die Gesamtleistung der Strahlung in Ausbreitungsrichtung. Der charakteristische Energiewert bleibt dabei gleich.

Betateilchen stoßen elastisch hauptsächlich mit den Hüllenelektronen der Atome.

2. Inelastische Streuung:

Beim inelastischen Stoß bleibt die Summe der kinetischen Energien nicht erhalten. Durch Anregung oder Ionisation kann sich zusätzlich die Innere Energie der Stoßpartner verändern. Zum Beispiel werden bei dem Stoß die Hüllenelektronen des Absorbers auf ein höheres Energieniveau angehoben oder durch Ionisation vom Atom abgetrennt und auf das Alphateilchen übertragen. In beiden Varianten stammt die nötige Anregungs- bzw. Ionisationsenergie vom Alphateilchen, das dadurch an Energie und Impuls verliert.

Auch in diesem Fall wechselwirken die Betateilchen nur mit den Elektronen in der Hülle und bewirken ebenfalls Ionisation oder Anregung der Hüllenelektronen.

Der mittlere differentielle Energieverlust dE eines schnellen geladenen Teilchens pro Wegstrecke dx in Materie durch Ionisation wird durch die Bethe-Bloch-Formel (Gleichung 11) beschrieben [Bet30]:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi \frac{r_e^2 m_e c^2 N_0 Z \rho z^2}{A \beta^2} \left(\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{(1 - \beta^2) I} \right) - \beta^2 \right) \quad (11)$$

r_e klassischer Elektronenradius ($r_e = 2,8 \text{ fm}$)

m_e Elektronenmasse

N_0 Avogadro-Zahl

Z Ordnungszahl des absorbierenden Materials

A Massenzahl des absorbierenden Materials

ρ Dichte des absorbierenden Materials

ze Ladung des ionisierenden Teilchens

βc Geschwindigkeit des ionisierenden Teilchens

I effektives Ionisationspotential des Absorbers

Da die Ladungszahl z des ionisierenden Teilchens mit z^2 in die Formel eingeht, verlieren die zweifach geladenen Alphateilchen deutlich schneller Energie als die einfach geladenen Betateilchen.

Diese Formel beschreibt den Energieverlust von sehr leichten Teilchen wie Elektronen nicht vollständig, da diese zusätzlich durch Bremsstrahlung an Energie verlieren.

Grundsätzlich verlieren sowohl Alpha- als auch Betateilchen Energie durch Bremsstrahlung,

denn Bremsstrahlung in Form von Röntgenstrahlung entsteht immer dann, wenn geladene Teilchen beschleunigt werden.

Da die Teilchen durch die inelastischen Stöße abgebremst werden, beziehungsweise durch elastische und inelastische Streuung häufig ihre Richtung wechseln, geben sie fast ständig Röntgenstrahlen ab. Der Energieverlust $\Delta E_{\alpha,\beta}$ eines α/β -Teilchens entspricht dabei der Energie des ausgesendeten Photons.

$$\Delta E_{\alpha,\beta} = E_{Photon} = h \cdot \nu \quad (12)$$

Die emittierte Leistung P_{Brems} ist dabei proportional zur vierten Potenz der kinetischen Energie des Teilchens und umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Masse:

$$P_{Brems} \sim \frac{E^4}{m^4} \quad (13)$$

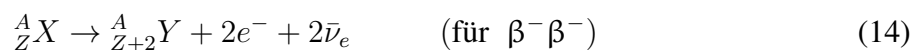
Da ein Alphateilchen rund 7300 mal schwerer als ein Betateilchen (e^\pm) ist, ist der Energieverlust von Alphastrahlung durch Bremsstrahlung pro Zeit bei ungefähr gleicher Energie rund $3 \cdot 10^{15}$ mal geringer als bei der Betastrahlung.

Das heißt, für Alphateilchen ist der Energieverlust vernachlässigbar gering und bei Betateilchen ist es die Hauptursache für den Energieverlust. Aber aufgrund ihrer hohen kinetischen Energie, geringeren Ladung und Masse dringen die Betateilchen trotzdem tiefer in Materie ein als Alphateilchen.

Die ungeladenen Lichtquanten der Gammastrahlung verlieren ihre Energie hauptsächlich durch den Compton- und den Photoeffekt. Bei beiden Effekten handelt es sich um Stoßprozesse von den Photonen mit den Hüllenelektronen der Atome in der durchquerten Materie.

3.5 Doppel-Beta-Zerfall ($2\nu\beta\beta$)

Das besondere am Doppel-Beta-Zerfall ist, dass zwei β -Zerfälle *gleichzeitig* stattfinden.



Dabei sind sowohl $\beta^-\beta^-$ und $\beta^+\beta^+$ (oder Elektroneneinfang) möglich. In diesem Fall bleiben die elektronische und die gesamte Leptonenzahl erhalten.

Der $2\nu\beta\beta$ -Zerfall wurde 1935 zum ersten Mal von Goeppert-Mayer postuliert. Der $2\nu\beta\beta$ -Zerfall ist ein Prozess 2. Ordnung, deswegen kommt er nur sehr selten im Vergleich zum normalen β -Zerfall vor. Er kann nur bei Atomkernen auftreten, bei denen der normale Betazerfall energetisch nicht möglich ist, da sich der Kern beim Beta-Zerfall nicht in einen höherenergetischen Kern umwandeln kann. Stattdessen überspringt er den energetischen verbotenen, virtuellen Zustand durch einen quantenmechanischen Tunneleffekt und wandelt sich so in das Endprodukt mit einem tieferliegenden Energieniveau um. Die genannten Energiezustände beruhen in diesem Fall auf dem Grundzustand der Isotopenkerne, das heißt der reinen Masse der Kerne

abzüglich der Kernbindungsenergie. Diese Bindungsenergie E_{Bindung} lässt sich näherungsweise mit der Bethe-Weizsäcker-Formel (Gleichung 15) beschreiben:

$$E_{\text{Bindung}} = E_{\text{Volumen}} - E_{\text{Oberfläche}} - E_{\text{Coulomb}} - E_{\text{Symmetrie}} + \Delta E_{\text{Paarung}} \quad (15)$$

Von besonderem Interesse ist einerseits der Paarungsenergieterm:

$$\Delta E_{\text{Paarung}} = \begin{cases} + a_P \cdot A^{-1/2} & , \text{ für gg-Kerne} \\ 0 & , \text{ für ug-/gu-Kerne} \\ - a_P \cdot A^{-1/2} & , \text{ für uu-Kerne} \end{cases} \quad (16)$$

mit $a_P = 11,2 \text{ MeV}$.

Und der Symmetrieterm:

$$E_{\text{Symmetrie}} = a_S \frac{(N - Z)^2}{4A} \quad \text{mit } a_S = 93,15 \text{ MeV} \quad (17)$$

Für die Erläuterung der restlichen Terme sei auf „Kapitel 2: Kern- und Teilchenphysik“ [Fä05, S. 14] verwiesen.

Die Paarungsenergie beruht auf der Paarung von je zwei Protonen beziehungsweise jeweils zwei Neutronen im Kern. gg-Kerne, die eine gerade Anzahl an Protonen und Neutronen besitzen, haben eine höhere Bindungsenergie, als ug- oder gu-Kerne. Für uu-Kerne, die jeweils eine ungerade Anzahl Protonen und Neutronen besitzen, ist die Bindungsenergie sogar geringer als bei den ug-/gu-Kernen.

Die Paarung der Nukleonen beruht auf dem Pauli-Prinzip und dem darauf aufbauenden Kernschalenmodell. Da Protonen und Neutronen Fermionen sind und den Spin $1/2$ haben, können immer jeweils zwei von ihnen die untersten Schalen besetzen, beziehungsweise Vielfache von zwei in höheren Schalen, wenn sie sich zusätzlich in einer anderen Quantenzahl, zum Beispiel dem Bahndrehimpuls, unterscheiden.

In Abbildung (1) sieht man, wie sich für gg- und uu-Kerne unterschiedliche Bindungsenergien bei gleichen Massenzahlen ergeben. Die Parabelform entsteht durch den Symmetrie- oder Asymmetrieterm der Bethe-Weizsäcker-Formel. Je stärker die Anzahl von Protonen und Neutronen voneinander abweicht, das heißt je asymmetrischer die Nukleonenverteilung, umso niedriger ist die Bindungsenergie. Für $Z = N$ hingegen gilt absolute Symmetrie und der Symmetrieterm ist gleich null. Dadurch wird ein Maximum der Bindungsenergie ($\hat{=}$ Minimum der Masse) erreicht. Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit von der Differenz ergibt sich eine Parabelform.

Das bedeutet auch, dass isobare Kerne trotz gleicher Massenzahl unterschiedliche Massen besitzen. Dabei gilt, eine höhere Bindungsenergie hat eine geringere Masse des Kerns zur Folge. Die Kernmasse m_{Kern} berechnet sich aus der Summe aller Protonenmassen m_p und Neutronenmassen m_n abzüglich der Bindungsenergie $E_{Bindung}$. Dabei beschreibt die Kernladungszahl Z die Anzahl der Protonen im Kern und $N = A - Z$ die Anzahl der Neutronen.

$$m_{Kern} = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - E_{Bindung}/c^2 \quad (18)$$

Dieser Massenverlust aufgrund der Bindungsenergie wird auch Massendefekt genannt. In Abbildung (1) ist der Massendefekt für Isobare mit der Nukleonenzahl $A = 116$ in Abhängigkeit von der Protonenzahl Z dargestellt.

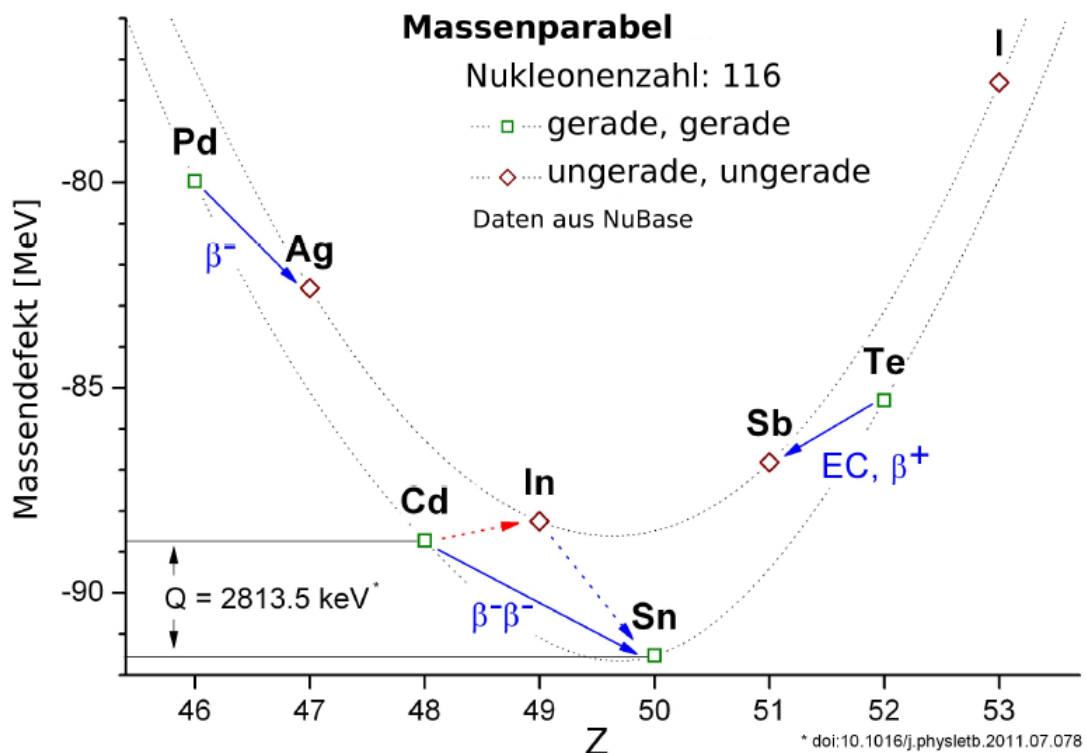


Abbildung 1: Massendefekt für Isobare mit der Nukleonenzahl 116 in Abhängigkeit von der Protonenzahl Z . Erlaubte Übergänge sind mit blauen und verbotene mit roten Pfeilen gekennzeichnet. (Bild: Jan Timm)

Zwischen den beiden gezeigten Parabeln liegt die Parabel der ug/gu-Kerne, die allerdings nicht am $\beta\beta$ -Zerfall beteiligt sind. Außerdem kann der $\beta\beta$ -Zerfall nur bei gg-Kernen auftreten und wandelt einen gg-Kern wieder in einen gg-Kern um.

3.6 Neutrinoloser Doppel-Beta-Zerfall ($0\nu\beta\beta$)

Für den neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfall gilt:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+2} Y + 2e^- \quad (\text{für } \beta^- \beta^-) \quad (19)$$

Der genaue Vorgang lässt sich dabei durch die Racah-Sequenz veranschaulichen:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y' + e^- + \bar{\nu}_e \quad (20)$$

$$\nu_e + {}^A_{Z+1} Y \rightarrow e^- + {}^A_{Z+2} Y \quad (\text{für } \beta^- \beta^-) \quad (21)$$

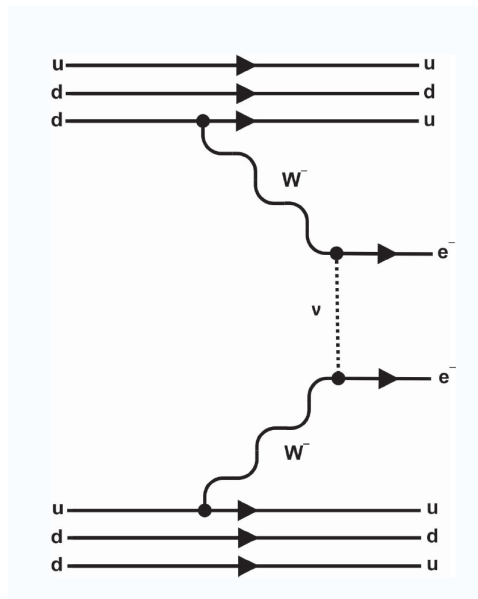


Abbildung 2: Feynman-Diagramm für den neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfall. ([Hei11])

Im Gegensatz zum $2\nu\beta\beta$ -Zerfall werden beim $0\nu\beta\beta$ -Zerfall keine zwei Antineutrinos emittiert, sondern das am 1. Vertex emittierte Antineutrino wird am 2. Vertex als Neutrino wieder absorbiert. Dabei bleibt die Leptonenzahl nicht erhalten, sondern $\Delta L = 2$, was dem bisherigen Standardmodell der Teilchenphysik widerspricht.

Da immer die gleiche Art Zerfälle, d.h. $\beta^- \beta^-$ oder $\beta^+ \beta^+$ auftritt, handelt es sich bei den entstehenden Neutrinos immer um zwei identische Teilchen ($2\bar{\nu}_e$ oder $2\nu_e$). Damit dieser Prozess auftreten kann, muss das Neutrino gleichzeitig sein eigenes Antiteilchen sein. Teilchen mit dieser Eigenschaft werden Majorana-Teilchen genannt. Eine weitere Voraussetzung für Majorana Teilchen ist, dass sie die Ladung null besitzen, da Teilchen und Antiteilchen ansonsten immer entgegengesetzt geladen sind.

Da es sich beim $0\nu\beta\beta$ -Zerfall jeweils um zwei Zweiteilchen-Prozesse handelt, ist die Summe der Energien der $2e^\pm$ diskret und lässt sich somit leicht vom breiten Spektrum des Dreiteilchenproblems des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls unterscheiden. In Abbildung (3) ist das Energiespektrum des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls im Vergleich zum $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls dargestellt.

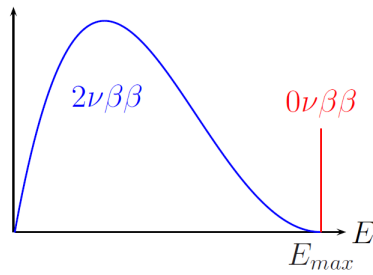


Abbildung 3: Energiespektrum des $2\nu\beta\beta$ und $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls im Vergleich. [Koe10]

Vom Phasenraum her ist der $0\nu\beta\beta$ -Zerfall mit nur zwei Leptonen im Endzustand gegenüber dem $2\nu\beta\beta$ -Zerfall mit vier Leptonen begünstigt. [Sch97]

In Abbildung (2) wird beim β^- -Zerfall am Vertex 1 ein rechtshändiges $\bar{\nu}_R$ emittiert und am Vertex 2 ein linkshändiges ν_L absorbiert.

Eine Möglichkeit wäre, wenn sich die Helizität des emittierten $\bar{\nu}_R$ umkehren kann.

Dies geht nur, wenn das Antineutrino eine Masse $m_{\bar{\nu}} > 0$ besitzt.

Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Teilchen seine Helizität umkehrt beträgt:

$$W = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v}{c}\right) \approx \left(\frac{m_{\nu}}{2E_{\nu}}\right)^2 \quad [\text{Sch97}] \quad (22)$$

Diese Wahrscheinlichkeit geht für sehr leichte Teilchen wie das Neutrino gegen null. Insbesondere bei Teilchen mit einer Ruhemasse identisch mit null, ändert sich die Helizität nicht. Daher ist der $0\nu\beta\beta$ -Zerfall im normalen Standardmodell verboten. Dieser Effekt überwiegt die Minimierung des Phasenraums, sodass $T_{1/2}^{0\nu} \gg T_{1/2}^{2\nu}$.

Die zweite Möglichkeit wäre, dass zusätzlich zum normalen linkshändigen geladenen Leptonenstrom ein kleiner Beitrag eines rechtshändigen geladenen Leptonenstroms existiert, sodass auch ein geringer Anteil rechtshändiger Neutrinos und linkshändiger Antineutrinos an den Vertices entsteht. Dieser Fall ist ebenfalls im Standardmodell verboten.

4 COBRA-Experiment

Mit dem COBRA-Experiment versucht man die Existenz des neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfalls nachzuweisen, herauszufinden, ob das Neutrino ein Majorana-Teilchen ist und darüberhinaus die Majorana-Masse des Neutrinos zu bestimmen. Das Akronym steht für **C**admium **Z**inc **T**elluride **0**-Neutrino **D**ouble-**B**eta **R**esearch **A**pparatus. Dabei handelt es sich um ein geplantes Array⁶ aus Cadmium-Zink-Tellurid (CZT) Detektorwürfeln mit einer Gesamtmasse von 400 kg. Das Detektormaterial dient dabei gleichzeitig als Quelle radioaktiver Zerfälle und als Halbleiterdetektor. Insgesamt enthält das Material neun Isotope, für die der $\beta\beta$ -Zerfall möglich ist. Fünf davon zerfallen über $\beta^-\beta^-$ und vier über $\beta^+\beta^+$ oder mittels Elektroneneinfang (vgl. Tabelle 2).

Besonders interessant sind ^{116}Cd , ^{130}Te und ^{106}Cd , denn höhere Q-Werte bieten einen größeren Phasenraum und damit eine höhere Zerfallswahrscheinlichkeit für den $\beta\beta$ -Zerfall. Des Weiteren liegen die $\beta\beta$ -Spektren von den Isotope mit höheren Q-Werten über dem natürlichen Gamma-Untergrund. Zum Beispiel liegen ^{116}Cd und ^{106}Cd über der höchsten natürlichen vorkommenden Gammalinie von ^{208}Tl mit 2615 keV. Das vielversprechendste Isotop ^{116}Cd mit dem höchsten Q-Wert wird deswegen bis zu 90% angereichert.

Isotop	Zerfallsart	Q-Wert
^{70}Zn	$\beta^-\beta^-$	1001 keV
^{114}Cd	$\beta^-\beta^-$	534 keV
^{116}Cd	$\beta^-\beta^-$	2814 keV
^{128}Te	$\beta^-\beta^-$	868 keV
^{130}Te	$\beta^-\beta^-$	2529 keV
^{106}Cd	$\beta^+\beta^+$	2771 keV
^{64}Zn	β^+/EC	1096 keV
^{120}Te	β^+/EC	1722 keV
^{108}Cd	EC/EC	231 keV

Tabelle 2: Liste der Isotope im CdZnTe-Detektormaterial und deren maximale Zerfallsenergien. [JEZ13b], [JEZ13a]

Da die Detektoren selbst die Quellmasse für das Experiment enthalten, lassen sich leichter große Massen und bessere Nachweiseffizienzen erreichen. Des Weiteren sind sie radioaktiv-rein, wodurch sich eine gute Energieauflösung ergibt. Die CZT-Detektoren bieten die Möglichkeit bei Raumtemperatur betrieben zu werden, denn die Energieauflösung ist bei dieser Temperatur bereits besser als 2% FWHM⁷ bei 2615 keV [Old11].

Eine gute Energieauflösung ΔE ist maßgeblich für eine genaue Bestimmung der Halbwertszeit des Doppel-Beta-Zerfalls. Für die Sensitivität der Halbwertszeit gilt:

$$T_{1/2} \propto a \cdot \epsilon \cdot \sqrt{\frac{M \cdot t}{\Delta E \cdot B}} \quad (23)$$

⁶array (engl.): Anordnung

⁷FWHM = full width at half maximum (engl.): Halbwertsbreite

a bezeichnet die Anreicherung, ϵ steht für die Detektoreffizienz und B für die Untergrund-Rate. Man sieht, dass eine höhere Genauigkeit durch eine hohe Detektormasse M und eine lange Messdauer t erzielt werden kann. Allerdings sind gerade diese beiden Faktoren sehr kostspielig. Daher ist es Pflicht, die anderen Faktoren zu optimieren. Je besser die Energieauflösung ist, umso besser ist auch das Ergebnis der Halbwertszeit $T_{1/2}$ und umso besser kann man die Ereignisse von $2\nu\beta\beta$ - und $0\nu\beta\beta$ -Zerfall unterscheiden. Zweitens muss der Untergrund minimiert werden, um die Sensitivität zu erhöhen.

Um verschieden große Detektoren zu vergleichen, wird die gesammelte Menge an Messdaten in (kg · Tage) angegeben. In den vorliegenden Messdaten vom 4.10.11 bis 17.6.13 wurden fast 100 kg·Tage gesammelt.

4.1 Demonstratoraufbau

Der Aufbau befindet sich am LNGS unter dem Gran Sasso Gebirge in Italien, um ihn vor kosmischer Strahlung abzuschirmen. 1400 m Felsgestein verringern die Rate der kosmische Strahlung um den Faktor 10^6 . Der Uran- und Thoriumgehalt des umgebenden Dolomit-Gesteins ist im Vergleich zu anderen Gesteinssorten sehr gering. [RO13] Zusätzlich wird noch an Abschirmungen aus radioaktiv-reinem Kupfer, Blei und anderen Materialien geforscht, um Neutronen und Myonen weiter abzuschirmen.

Der gesamte Detektor wird modular aus mehreren *Layern*⁸ aufgebaut. Jedes Layer besteht aus 4x4 einzelnen 1 cm³ großen Detektorwürfeln, die in einem Kunststoffhalter fixiert sind. Am LNGS befindet sich bereits ein Demonstratoraufbau mit aktuell vier übereinander liegenden Layern.

Die äußerste Schicht der Abschirmung besteht aus mit Bor dotiertem Polyethylen zur Moderation von Neutronen [?]. Zur Abschirmung von γ -Strahlen ist der Aufbau von Bleiblöcken umgeben. Blei eignet sich dafür besonders gut aufgrund seiner hohen Dichte. Gleichzeitig enthält es aber eine geringe Menge des radioaktiven Isotops ²¹⁰Pb. Deshalb wurde zur Abschirmung des Bleis und anderer radioaktiver Strahlung eine Schicht aus ultra-reinem Kupfer installiert. Das innere Nest wird kontinuierlich mit Stickstoffgas ausgespült, um ²²²Rn zu entfernen und durch den Innendruck draußen zu halten.

Abbildung (4) zeigt den Demonstratoraufbau mit einem Layer.

⁸Layer (engl.): Lage

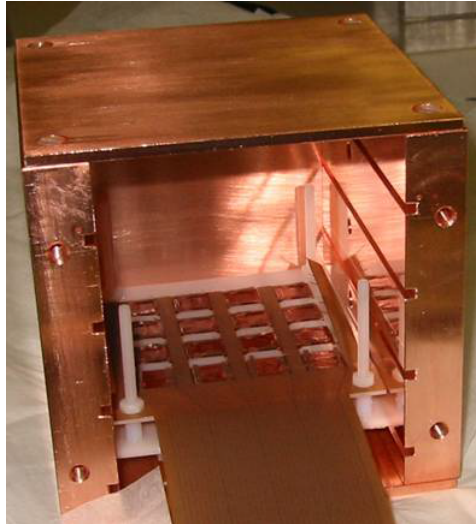


Abbildung 4: Demonstratoraufbau mit einem Layer und Kupfer-Abschirmung. [Old11]

4.2 Detektor

4.2.1 Halbleiterdetektor

Halbleiter haben die Eigenschaft, entweder leitend oder nichtleitend zu sein.

Bei normalleitenden Metallen überschneiden sich Valenz- und Leitungsband, sodass das Leitungsband teilweise gefüllt ist und das Metall leitend ist. Bei Isolatoren gibt es eine Bandlücke zwischen Valenzband und Leitungsband, sodass das Leitungsband leer bleibt. Durch ausreichend hohe Anregungsenergien können Elektronen in das Leitungsband gehoben werden und das Material wird leitend. Gleichzeitig entsteht im Valenzband ein "Loch", wodurch die Leitfähigkeit nochmals erhöht wird.

Bei Halbleitern ist die Bandlücke deutlich schmaler als beim Isolator, sodass einzelne Elektronen durch Wärme- oder Lichtenergie in das Leitungsband angeregt werden können.

Außerdem können durch ionisierende Strahlung Elektronen im Halbleiter freigesetzt werden und ihn leitend machen. Beim Halbleiterdetektor wird über eine Anode und Kathode eine Hochspannung angelegt. Die freigesetzten Elektronen wandern zur Anode und die Löcher zur Kathode. Die Hochspannung erhöht dabei die Geschwindigkeit der Elektronen und verbessert so die zeitliche Auflösung und verringert die Totzeit des Detektors. Wenn die Elektronen zur Anode und die Löcher zur Kathode gelangen, induzieren sie eine Ladung und damit eine Änderung der anliegenden Spannung. Durch das Verhältnis dieser Änderungen lässt sich die Interaktionstiefe z im Detektor bestimmen. Halbleiterdetektoren eignen sich deswegen dazu, ionisierende Strahlung nachzuweisen.

4.2.2 CPG-Detektoren



Abbildung 5: CPG-Detektor aus CdZnTe mit ineinander verschachtelten kammförmigen Anoden. [JEZ13b]

Die Detektorkristalle bestehen aus CdZnTe, das besonders viele Isotope für den Doppel-Beta-Zerfall liefert. CdZnTe hat im Vergleich zu anderen Halbleitern, wie Ge oder Si, eine sehr niedrige Löchermobilität. Das heißt die positiv geladenen Löcher gelangen kaum zur Kathode, sondern rekombinieren vorher. Dadurch wird an der Kathode keine Ladung induziert, die normalerweise über die Änderung der Kathodenspannung ausgelesen würde.

Zur Lösung dieses Problems werden CPG-Detektoren verwendet, die es ermöglichen nur mit Hilfe der Anodenspannung die Interaktionstiefe z zu bestimmen.

Auf der Unterseite (bei $z = 1$) der COBRA-Detektoren befindet sich eine flächendeckende Kathodenfläche und auf der Oberseite ($z = 0$) ein *coplanar grid*⁹ (CPG), zwei ineinander verschachtelte kammförmige Anoden (siehe Abbildung 5) mit unterschiedlichen Spannungen. Die Anode mit der höheren Spannung wird Collecting Anode¹⁰ (CA) genannt, die andere dementsprechend Non-Collecting Anode¹¹ (NCA). Für die einzelnen Spannungen wurden ungefähr folgende Werte gewählt: Kathodenspannung $U_K = -1000$ V, NCA-Spannung $U_{NCA} = -80$ V, CA-Spannung $U_{CA} = 0$ V. Allerdings sind diese Werte bei jedem Detektorkristall unterschiedlich und müssen einzeln kalibriert werden. [EHF09]

Mithilfe des *coplanar grid* lässt sich die Tiefe z des Ereignisortes im Detektor bestimmen. An den meisten Positionen im Detektor ist die Potentialdifferenz zwischen CA und NCA viel geringer als zwischen den Anoden und der Kathode, sodass im gesamten Kristall ein linear ansteigendes Potential vorliegt. Ein Elektron, das im Halbleiter freigesetzt wird, driftet zu den Anoden. Die dabei an den Anoden induzierte Ladung q_A steigt linear an, je dichter das Elektron den Anoden kommt; und zwar für CA und NCA gleichermaßen. Erst kurz vor der Anode erfährt es die Potentialdifferenz von CA und NCA und driftet zur CA. Die induzierte Ladung q_{CA} der CA steigt dabei sprunghaft an, während die induzierte Ladung q_{NCA} der NCA abfällt. Mithilfe

⁹coplanar grid (engl.): koplanares Raster

¹⁰Collecting Anode (engl.): sammelnde Anode

¹¹Collecting Anode (engl.): nicht sammelnde Anode

des Shockley-Ramo-Theorems¹² lässt sich die Änderung Δq der induzierten Ladungen an den beiden Anoden in Abhängigkeit von der Gesamtmenge Q_0 an negativen Ladungen, die durch Ionisation entstanden sind, und der Interaktionstiefe z_0 im Detektor bestimmen [MF13].

$$\begin{aligned}\Delta q_{CA} &= \frac{1}{2}Q_0(z_0 + 1) \\ \Delta q_{NCA} &= \frac{1}{2}Q_0(z_0 - 1)\end{aligned}\tag{24}$$

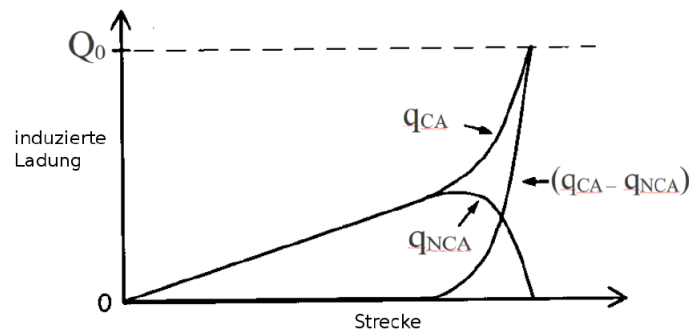


Abbildung 6: Induzierte Ladungen q_{CA} und q_{NCA} in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke.

Abbildung (6) zeigt die induzierten Ladungen q_{CA} und q_{NCA} in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke. Auf der linken Seite befindet sich die Kathode.

Durch Umstellen der beiden Gleichungen (24), lassen sich aus den an den Anoden gemessenen Signalen direkt Q_0 und z_0 berechnen:

$$Q_0 = \Delta q_{CA} - \Delta q_{NCA}\tag{25}$$

$$z_0 = \frac{\Delta q_{CA} + \Delta q_{NCA}}{\Delta q_{CA} - \Delta q_{NCA}}\tag{26}$$

Diese Formeln gelten nur in erster Näherung, denn durch Elektroneneinfang gelangen weniger Elektronen zur Anode, als im Detektor freigesetzt wurden. Falls Elektronen auf eine Störstelle im Kristall treffen werden sie festgehalten und die Wahrscheinlichkeit steigt, dass sie auf ein Loch treffen und rekombinieren. So sind die gemessenen maximalen Amplituden bei weit von der Anode entfernten Ereignissen bis zu 10% niedriger, als bei anodennahen Ereignissen. Dadurch sinkt die Energieauflösung. Zur Lösung dieses Problems wird die NCA geringer gewichtet. Für die genaue Erklärung sei auf den Artikel „Analytical model for event reconstruction in coplanar grid CdZnTe detectors“ von M. Fritts *et al.* [MF13] verwiesen.

¹²Wenn die Kathode das relative Potential 0 und die Anode das Potential 1 hat, beträgt die an der Anode induzierte Ladung $q = -Q_0 \cdot \phi(z)$, mit dem gewichteten elektrischen Potential $\phi(z)$ an der momentanen Tiefe z der freien Ladung Q_0 im Detektor. [He00]

4.3 Halter

Die Halter der COBRA-Detektoren bestehen aus dem Kunststoff Delrin. Delrin ist eigentlich der Markenname des Herstellers DuPont für Polyoxymethylen, kurz POM. Delrin besteht wie fast alle Kunststoffe aus langen organischen Molekülketten, die fest ineinander verschlungen sind und somit einen soliden Polymer bilden. Die Glieder dieser Ketten bestehen aus einer Methylen-Sauerstoffverbindung ($\text{CH}_2\text{-O}$). Die Ketten werden demnach mit $(\text{-CH}_2\text{-O-})_n$ bezeichnet. Delrin ist leicht zu verarbeiten und zeichnet sich durch seine guten mechanischen Eigenschaften aus, wie zum Beispiel hohe Festigkeit, Härte, Steifigkeit, Zähigkeit und gutes Gleit- und Abriebverhalten. Weitere positive Eigenschaften sind Hitze- und Kältebeständigkeit, sowie günstiges dielektrisches Verhalten und chemische Beständigkeit. [Ag05]

Jeder Halter besteht aus drei einzelnen Delrin-Platten, die zusammengeschraubt werden und Aussparungen für 4x4 Detektorwürfel bieten. Außerdem werden auf dem Halter die Anoden festgeschraubt, und die Kathodenleitungen angebracht. Die genauen Abmessungen folgen in Kapitel 7.3.

4.4 Messdaten

Im Folgenden werden nur die Messdaten von 4.10.2011 bis 17.6.2013 betrachtet, da alle neueren Messwerte noch nicht zur Verfügung standen.

Vom 4.10.11 bis 7.4.12, d.h. 186 Tage, wurde nur mit einem Layer, und für den Zeitraum von 7.4.12 bis 17.6.13, d.h. 436 Tage, mit insgesamt zwei Layern gemessen. Auf ein Layer bezogen entspricht dies einer Messdauer von $1 \cdot 186 \text{ Tage} + 2 \cdot 436 \text{ Tage} = 1058 \text{ Tage}$.

Ab dem 17.6.13 wurden dann zwei weitere Layer installiert.

Die Dichte des verwendeten CdZnTe beträgt $5,78 \text{ g/cm}^3$. Das heißt ein ca. 1 cm^3 großer Kristall wiegt 5.78g. Die vorliegenden Daten entsprechen somit einer gesammelten Menge von ungefähr $1058 \text{ Tage} \cdot (16 \cdot 5,78 \text{ g}) = 97,844 \text{ kg} \cdot \text{Tage}$.

In Abbildung (7) sieht man die detektierte Energie E an der rekonstruierten Interaktionstiefe z im Detektor. Dabei wurden alle einzelnen Kristalle zusammengefasst. Bei $z = 0$ befindet sich die Anode, das heißt die Oberseite des Detektors und bei $z = 1$ die Kathode. Alle Events¹³ außerhalb des Detektorbereichs ($z < 0, z > 1$) lassen sich auf Abweichungen bei der Berechnungen der Rekonstruktion zurückführen.

Bei niedrigen Energien befinden sich die meisten Untergrundereignisse aufgrund des Beta-Zerfalls von ^{113}Cd mit einem Q-Wert von rund 320 keV [JEZ13b].

Wie bei anderen Detektoren mit Sensitivität für ionisierende Strahlung erkennt man markante Gammaspektren über die gesamte Tiefe des Detektors. Die Linie mit $E = 511 \text{ keV}$ entsteht durch die Annihilation von einem Elektron und einem Positron der Masse $511 \text{ keV}/c^2$ zu zwei

¹³event (engl.): Ereignis

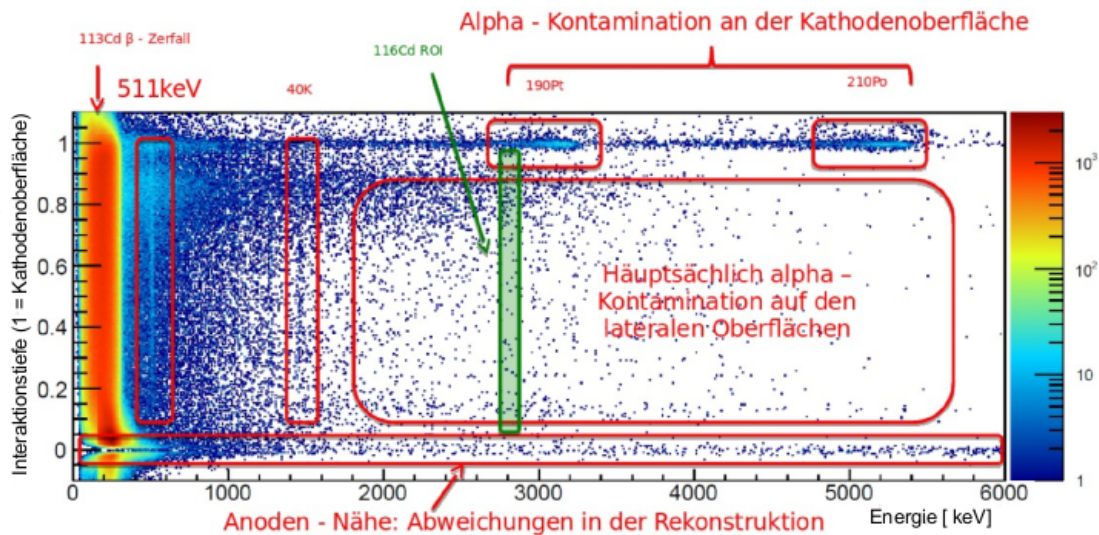


Abbildung 7: Messdaten des COBRA-Demonstratoraufbaus mit einer gesammelten Datenmenge von > 85 kg Tage. (Bild: Nadine Heidrich)

Photonen derselben Energie. Ebenfalls erkennt man Zerfallsspektren von radioaktiven Isotopen wie zum Beispiel die Gammalinie des ^{40}K bei 1461 keV. [Fra09]

Der Peak¹⁴ bei $E = 3249$ keV und $z = 1$ entsteht durch den Alpha-Zerfall von ^{190}Pt an der Kathode. Die Kathode der CPG-Detektoren besteht aus einer Platin-Gold-Legierung und ^{190}Pt hat eine natürliche Häufigkeit von 0,01%. [Ems91]

Bei Energien bis maximal 2814 keV befinden sich hauptsächlich Ereignisse von den Beta-Zerfällen der CdZnTe-Isotope und Beta-Zerfällen von anderen Isotopen des Detektormaterials. Die „Region of Interest“¹⁵ für den neutrinolosen Doppel-Beta-Zerfall von ^{116}Cd liegt dann in Form eines Packs¹⁶ bei 2814 keV, und für die anderen CZT-Isotope entsprechend bei ihren Q-Werten. (vergleiche Tabelle 2)

Besonders interessante Kontaminationen sind der Peak bei rund 5300 keV und die Wolke im Bereich $0.65 < z < 0.95$ und $0 \text{ keV} < E < 4000 \text{ keV}$. Der Peak lässt sich aufgrund des Q-Werts auf den Alphazerfall von ^{210}Po zurückführen. Bei der Wolke handelt es sich vermutlich um den Betazerfall von ^{210}Bi , dem Mutterkern von ^{210}Po . Im Folgenden soll genauer untersucht werden, ob es sich wirklich um diese beiden radioaktiven Isotope auf der Oberfläche des Delrins handelt und anschließend die Aktivität bestimmt werden.

¹⁴peak (engl.): Spitzenwert

¹⁵region of interest (engl.): Region der Interesse

¹⁶pack (engl.): Gruppe (von Ereignissen)

5 Radioaktiver Zerfall

Das folgende Kapitel richtet sich nach „Modern Nuclear Chemistry“ von W. Loveland, D. J. Morrissey und G. T. Seaborg [WLS06, Kapitel 3] und nach [B⁺13] und [Sei10].

5.1 Aktivität

Die Aktivität A eines radioaktiven Elements ist gleichbedeutend mit seiner Zerfallsrate, das heißt die mittlere Anzahl n der Zerfälle pro Zeitintervall Δt .

$$A \hat{=} \frac{\Delta n}{\Delta t} \quad (27)$$

Die übliche Einheit der Aktivität ist das Becquerel Bq.

Da die Teilchenzahl N eines radioaktiven Elements in einer Probe durch den Zerfall ständig abnimmt, ändert sich auch die Zerfallsrate kontinuierlich mit der Zeit. Um einen aktuellen Wert zu bestimmen, wird die momentane Rate durch infinitesimale Zeitintervalle berechnet. Dabei bezeichnet n die Anzahl der Zerfälle und N die Anzahl der noch vorhandenen aktiven Kerne.

$$A = -\frac{dN}{dt} = -\dot{N} \quad (28)$$

Die Zerfallsrate ist im Allgemeinen also nicht zeitlich konstant, solange nicht kontinuierlich genauso viele Teilchen hinzugefügt werden, wie zerfallen. Die Aktivität ist proportional zur Anzahl der vorhandenen Kerne:

$$A \sim N(t) \quad (29)$$

Die entsprechende Proportionalitätskonstante wird Zerfallskonstante λ genannt, und ist spezifisch für jedes Element. Es gilt:

$$A = \lambda \cdot N(t) \quad (30)$$

Kombiniert man Gleichung (28) und (30), folgt:

$$\dot{N} = \frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t) \quad (31)$$

Durch Lösen dieser Differentialgleichung mit den Anfangsbedingungen $N(t = 0) = N_0$ und $t_0 = 0$ erhält man das Zerfallsgesetz für den radioaktiven Zerfall.

$$\begin{aligned}
\frac{dN}{N} &= -\lambda \cdot dt \\
\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} &= - \int_{t_0=0}^t \lambda \cdot dt \\
\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) &= -\lambda \cdot t \\
N(t) &= N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}
\end{aligned} \tag{32}$$

Das Zerfallsgesetz (Gleichung 32) beschreibt nur den Abbau an Kernen durch den reinen Zerfall und keinen Zuwachs oder Abbau durch andere Quellen.

5.1.1 Lebensdauer τ

Die Zerfallskonstante λ beschreibt eine Art Wahrscheinlichkeit für den Zerfall eines Kernes. Zum Beispiel hat das Isotop ^{137}Cs die Zerfallskonstante $\lambda_{\text{Cs}} = 7.307 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Kern in der nächsten Sekunde zerfällt, beträgt dann $7,307 \cdot 10^{-10}$. Der Kehrwert der Zerfallskonstante gibt demnach die mittlere Zeit an, die ein Kern in seinem Zustand verweilt, bevor er zerfällt. Diese mittlere Lebensdauer wird auch Lebensdauer τ genannt.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \tag{33}$$

5.1.2 Halbwertszeit

Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ beschreibt die Zeit, nach der nur noch die Hälfte der aktiven Kerne einer radioaktiven Probe verbleibt. Nach zwei Halbwertszeiten verbleibt somit nur noch 1/4 der Anfangsmenge, und nach m Halbwertszeiten nur noch $(1/2)^m$ der ursprünglichen Menge.

Der Zusammenhang zwischen der Zerfallskonstanten λ und der Halbwertszeit lässt sich leicht herleiten.

Es gilt per Definition: $N(T_{1/2}) = \frac{1}{2}N_0$

Setzt man dieses nun in das Zerfallsgesetz (32) ein, erhält man:

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \tag{34}$$

$$\Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \approx \frac{0.693}{\lambda} \tag{35}$$

5.2 Bateman-Gleichung

Betrachtet man eine komplette Zerfallsreihe, kommen zusätzliche radioaktive Kerne durch den Zerfall der vorherigen Mutterkerne hinzu. In diesem Fall werden nur lineare Zerfallsketten angenommen. Das heißt, jedes Atom zerfällt nur über eine Zerfallsart und somit hat jeder Tochterkern auch nur ein Mutternuklid. In der Realität treten zwar oftmals Verzweigungen bei parallelem Alpha- und Betazerfall auf, allerdings ist normalerweise eine der beiden Zerfallsarten mit einer relativen Häufigkeit von rund 100% prädominant.

Betrachtet man zunächst eine Dreierkette $A \rightarrow B \rightarrow C$, so gilt für die Aktivität von Kern A nach Gleichung (31)

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A \cdot N_A(t) \quad (36)$$

und das Zerfallsgesetz (32) mit den gleichen Anfangsbedingungen $N_A(t = 0) = N_{A,0}$ und $t_0 = 0$.

Kern B erhält eine zusätzliche Quelle aus dem Zerfall von Kernen der Sorte A:

$$\begin{aligned} \frac{dN_B}{dt} &= -\lambda_B \cdot N_B(t) + \lambda_A \cdot N_A(t) \\ &= -\lambda_B \cdot N_B(t) - \frac{dN_A}{dt} \end{aligned} \quad (37)$$

Der Term $-\frac{dN_A}{dt}$ beschreibt einen Zuwachs an B-Kernen durch den Zerfall von A, da $\frac{dN_A}{dt}$ negativ ist.

Da die Lösung für $N_A(t)$ bereits bekannt ist, kann man diese direkt in Gleichung (37) einsetzen und erhält eine inhomogene lineare Differentialgleichung 1. Ordnung:

$$\frac{dN_B}{dt} = -\lambda_B \cdot N_B(t) + \lambda_A \cdot N_{A,0} \cdot e^{-\lambda_A \cdot t} \quad (38)$$

Der übliche Lösungsweg besteht darin, zuerst die homogene Differentialgleichung mit unbestimmten Grenzen zu lösen. In diesem Fall handelt es sich dabei um eine Funktionenschar des bereits bekannten exponentiellen Zerfallsgesetzes für den reinen Zerfall von Stoff B.

$$N_B(t) = c \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \quad (39)$$

Im zweiten Schritt wird die Konstante c als abhängig von der Zeit t gewählt, was als *Variation der Konstanten* bekannt ist, und anschließend die erste Ableitung berechnet.

$$N_B(t) = c(t) \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \quad (40)$$

$$\dot{N}_B(t) = c'(t) \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} - c(t) \cdot \lambda_B \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \quad (41)$$

Durch Einsetzen in das Anfangsproblem (38) erhält man:

$$c'(t) \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} - c(t) \cdot \lambda_B \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} = -\lambda_B \cdot c(t) \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} + \lambda_A \cdot N_{A,0} \cdot e^{-\lambda_A \cdot t} \quad (42)$$

$$c'(t) \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} = \lambda_A \cdot N_{A,0} \cdot e^{-\lambda_A \cdot t} \quad (43)$$

$$c'(t) = \lambda_A \cdot N_{A,0} \cdot e^{(\lambda_B - \lambda_A) \cdot t} \quad (44)$$

Integrieren führt zu $c(t)$:

$$c(t) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot N_{A,0} \cdot e^{(\lambda_B - \lambda_A) \cdot t} + c_2 \quad (45)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (40) erhält man mit der Randbedingung $N_B(t = 0) = N_{B,0}$ die Bateman-Gleichung (46):

$$N_B(t) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot N_{A,0} \cdot (e^{-\lambda_A \cdot t} - e^{-\lambda_B \cdot t}) + N_{B,0} \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \quad (46)$$

und die Gleichung für die Aktivität von Stoff B:

$$A_B = \lambda_B \cdot N_B(t) = \frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot N_{A,0} \cdot (e^{-\lambda_A \cdot t} - e^{-\lambda_B \cdot t}) + A_{B,0} \cdot e^{-\lambda_B \cdot t} \quad (47)$$

Für längere Zefallsketten $(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow \dots \rightarrow (n)$ ergibt sich:

$$N_n = C_1 e^{-\lambda_1 \cdot t} + C_2 e^{-\lambda_2 \cdot t} + \dots + C_n e^{-\lambda_n \cdot t} \quad (48)$$

mit den Termen C_1 bis C_n :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} N_{1,0} \\
 C_2 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)} N_{1,0} \\
 &\vdots \\
 C_n &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} N_{1,0}
 \end{aligned} \tag{49}$$

5.2.1 Transientes Gleichgewicht ($\lambda_A < \lambda_B$)

Für den Fall $\lambda_A < \lambda_B$, das heißt, dass der Mutterkern langlebiger als der Tochterkern ist, stellt sich im Granzfall langer Beobachtungszeiten ein spezielles Verhältnis zwischen der Anzahl der beiden Nuklidsorten ein.

$$\lambda_A < \lambda_B \tag{50}$$

Für $t \rightarrow \infty$ gilt:

$$N_{A,0} \cdot (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \rightarrow N_{A,0} \cdot e^{-\lambda_A t} = N_A(t) \tag{51}$$

$$N_{B,0} \cdot e^{-\lambda_B t} \rightarrow 0 \tag{52}$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow N_B(t) &\approx \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot N_A(t) \\
 \Rightarrow \frac{N_B}{N_A} &= \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} = \text{const}
 \end{aligned} \tag{53}$$

Das Verhältnis der beiden Nuklidsorten bleibt nach ungefähr 4 bis 10 Halbwertszeiten konstant. Das heißt, sie befinden sich im transienten Gleichgewicht. Obwohl die Zerfallsrate des Tochterkerns schneller ist, kann die Tochteraktivität die Aktivität des Mutterkerns sogar überschreiten. Denn während die Mutterkerne zerfallen, nimmt deren Aktivität ab und es entstehen neue Tochterkerne. Diese Tochterkerne zerfallen nicht instantan, sondern erst später, wenn die Mutterkerne weiter abgenommen haben. Im transienten Gleichgewicht sind die Mutterkernen den Tochterkernen immer die gleiche Schrittweite voraus.

5.2.2 Säkulares Gleichgewicht ($\lambda_A \ll \lambda_B$)

Für den Fall $\lambda_A \ll \lambda_B$ lässt sich Gleichung (53) noch weiter nähern:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \approx \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \quad (54)$$

Dies führt dazu, dass für lange Zeiten beide Isotope die gleiche Aktivität haben und sich somit ein dauerhaftes, d.h. säkulares Gleichgewicht einstellt.

$$\Rightarrow N_A \cdot \lambda_A = N_B \cdot \lambda_B \Rightarrow A_A = A_B \quad (55)$$

5.2.3 Fall $\lambda_A \geq \lambda_B$

Für den Fall $\lambda_A = \lambda_B$ gibt es in der Bateman-Gleichung (46) keine Lösung, da durch Null geteilt würde. Stattdessen erhält man bei der Integration der Differentialgleichung (38) die Gleichung:

$$N_B(t) = (\lambda \cdot N_{A,0}t + N_{B,0})e^{-\lambda t} \quad (56)$$

In diesem Fall stellt sich kein Gleichgewicht ein.

Auch für $\lambda_A \gtrsim \lambda_B$ ergibt sich mit der Bateman-Gleichung kein stabiles Gleichgewicht.

6 Uran-Zerfallsreihe

Die natürliche radioaktive Uran-Radium-Zerfallsreihe beginnt mit ^{238}U und endet mit dem stabilen Isotop ^{206}Pb .

Tabelle 3: Uran-Zerfallsreihe [Wah07]. Zu sehen sind die Isotope der **Uran-Zerfallsreihe** mit den entsprechenden Halbwertszeiten, der Zerfallsart sowie die wichtigsten α -, β - und γ -Energien. * kennzeichnet die Energie, bei der keine anderen Isotope γ s in der Nähe haben. (Tabelle: Jan Timm)

Halbwertszeit	Isotop Zerfall Zweig [%]	α -Zerfall Energie [MeV] (Zweig [%])	β -Zerfall Energie [MeV] (Zweig [%])	γ -Zerfall Energie [keV] (Wahrs. [%])
4,468 · 10 ⁹ y	$^{238}_{92}\text{U}$ 100 ↓ α	α : 4,197 (77) α : 4,147 (23)		γ : 49,55 (0,062)
24,1 d	$^{234}_{90}\text{Th}$ 100 ↓ β		β : 0,199 (72,5) β : 0,104 (17,8) β : 0,060 (7,1)	γ : 92,37 (2,42) γ : 63,28 (4,1) γ : 92,79 (2,39)
1,175 m	$^{234m}_{91}\text{Pa}$ 100 ↓ β		β : 2,29 (98,4) β : 1,53 (0,62) β : 1,25 (0,74)	γ : 766,37 (0,316) γ : 1001,03 (0,839)
2,45 · 10 ⁵ y	$^{234}_{92}\text{U}$ 100 ↓ α	α : 4,775 (72,5) α : 4,723 (27,5)		γ : 53,20 (0,123)
7,538 · 10 ⁴ y	$^{230}_{90}\text{Th}$ 100 ↓ α	α : 4,688 (76,3) α : 4,621 (23,4)		γ : 67,67 (0,38)
1600 y	$^{226}_{88}\text{Ra}$ 100 ↓ α	α : 4,784 (94,5) α : 4,601 (5,55)		γ : 186,10 (3,51)*
3,8235 d	$^{222}_{86}\text{Rn}$ 100 ↓ α	α : 5,490 (99,9) α : 4,987 (0,08)		
3,05 m	$^{218}_{84}\text{Po}$ 0,018 99,98 $\beta \swarrow \searrow \alpha$	α : 6,002 (100)		
~2 s	$^{218}_{85}\text{At}$ $^{214}_{82}\text{Pb}$ 26,8 m $\alpha \searrow \swarrow \beta$		β : 0,73 (40,5)	γ : 295,21 (18,15)
			β : 0,67 (46)	γ : 241,98 (7,12)* γ : 351,92 (35,1)
19,9 m	$^{214}_{83}\text{Bi}$ 0,021 99,979 $\alpha \swarrow \searrow \beta$		β : 3,275 (19,9) β : 1,88 (7,18) β : (17,5) β : (8,26) β : 1,51 (16,9) β : 1,02 (16,9)	γ : 609,32 (44,6)* γ : 768,36 (4,76)* γ : 1120,29 (14,7)* γ : 1238,11 (5,78)* γ : 1764,49 (15,1)* γ : 2204,21 (4,98)*

Fortsetzung, Tabelle (3).: Uran-Zerfallsreihe

Halbwertszeit	Isotop	α -Zerfall	β -Zerfall	γ -Zerfall
Zeit	Zerfall	Energie [MeV]	Energie [MeV]	Energie [keV]
	Zweig [%]	(Zweig [%])	(Zweig [%])	(Wahrs. [%])
1,3 m	${}^{210}_{81}\text{Tl}$ ${}^{214}_{84}\text{Po}$	α : 7,687 (100)		
164,3 μs	$\beta \searrow \swarrow \alpha$			
22,3 y	${}^{210}_{82}\text{Pb}$		β : 0,063 (19)	
	$\sim 100 \downarrow \beta$		β : 0,017 (81)	γ : 46,54 (4,24)
5,013 d	${}^{210}_{83}\text{Bi}$		β : 1,161 (99)	
	$\sim 100 \downarrow \beta$			
138,4 d	${}^{210}_{84}\text{Po}$	α : 5,305 (99)		
	$100 \downarrow \alpha$			
stabil	${}^{206}_{82}\text{Pb}$			

${}^{238}\text{U}$ ist ein sehr langlebiges Isotop mit einer Halbwertszeit von $4,468 \cdot 10^9$ Jahren. Deswegen kommt es auch heutzutage noch im natürlichen Urgestein vor, in dem es bei der Entstehung der Erde eingelagert wurde.

Auch die späteren Zerfallsprodukte ${}^{234}\text{U}$, ${}^{230}\text{Th}$ und ${}^{226}\text{Ra}$ haben hohe Halbwertszeiten von 1600 bis rund 250000 Jahren, siehe Tabelle 3, und kommen vergleichsweise häufig in Gesteinsschichten und Kohleeinlagerungen vor.

Besonders interessant in der Uranreihe ist Radon als einziges gasförmiges Element.

${}^{222}\text{Rn}$ ist mit 90% das in der Natur am häufigsten vorkommende Radon-Isotop. Es entsteht durch den Zerfall von ${}^{226}\text{Ra}$ in der Uran-Radium-Reihe, hat eine Halbwertszeit von rund 3,82 Tagen und zerfällt über Alphazerfall zu ${}^{218}\text{Po}$.

Als Edelgas diffundiert Radon aus dem Gestein und Erdreich und geht in die Luft sowie das Trinkwasser über. In schlecht belüfteten Gebäuden aus Ziegel- oder Natursteinen ist der Radongehalt deutlich höher, als in der restlichen Atmosphäre. Falls sich Spalten oder Poren im Boden befinden, sind diese die Hauptquelle für eine Kontamination, da so radonhaltige Luft aus der Erde in den Raum aufsteigt.

Durch Temperaturunterschiede in den Räumen kann es zu einem Kamineffekt kommen, da wärmere Luft nach oben steigt. Des Weiteren können schnell strömende Winde außerhalb eines Gebäudes einen Unterdruck im Gebäude erzeugen. Dadurch entsteht ein Sog von radonhaltiger Luft aus dem Erdboden. [CWR13]

Zusätzlich zu Rissen im Boden ist auch aufgrund der höheren Dichte von Radon ($9,73 \text{ kg/m}^3$) im Vergleich zu Luft ($1,275 \text{ kg/m}^3$) die Radonkonzentration bei stillstehender Luft in bodennahen Räumen besonders hoch.

Die Menge an Gasatomen kann dabei einen gewissen Grenzwert nicht überschreiten, denn sobald die Sättigungskonzentration erreicht ist, herrscht ein dynamisches Gleichgewicht zwischen

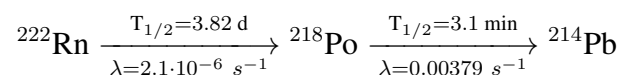
Wand und Innenraum. Das Henry-Gesetz (Gleichung 57) gibt Aufschluss über den Zusammenhang zwischen dem Partialdruck p in der Wand und der vorhandenen Konzentration c im Raum.

$$p = k_H \cdot c \quad (57)$$

Mit dem Partialdruck p von Radon in der Wand, der materialspezifischen (und temperaturabhängigen) Henry-Konstante k_H , und der Konzentration c im Innenraum. Das Henry-Gesetz (Gleichung 57) besagt, dass der Partialdruck direkt proportional zur Konzentration ist. Das bedeutet, bei höherem Partialdruck diffundieren mehr Gasatome aus der Wand, und bei höherer Teilchendichte im Raum werden die Radonatome zurück in die Wand gedrängt, beziehungsweise bleiben in der Wand. Das Verhältnis ist natürlich temperaturabhängig und der Partialdruck ist zusätzlich vom Außendruck abhängig.

Aufgrund des dynamischen Gleichgewichts, und da das Gestein in der Wand nicht mehr die gleiche Radioaktivität hat, wie natürliches Gestein in der Erde, wird die Aktivität des Radons als unabhängig vom Erdgestein und von der ersten Hälfte der Uranreihe angenommen. Außerdem lässt sich der Radongehalt in der Luft sehr viel einfacher messen und somit kontrollieren. In normalen abgeschlossenen Räumen beträgt die Aktivität ungefähr 50 Bq/m^3 , kann aber je nach Lüftung zwischen 1 Bq/m^3 und 1000 Bq/m^3 variieren. Die Aktivität der direkten Bodenluft ist im Allgemeinen etwa 1000 mal höher. [CWR13] [Str05]

^{222}Rn selbst hat eine Halbwertszeit von 3,82 Tagen und zerfällt über verschiedene sehr kurzlebige Zerfallsprodukte (100 μs bis 30 min) schließlich zu ^{210}Pb , welches dann eine Halbwertszeit von 22,3 Jahren hat.



Mithilfe der Bateman-Gleichung (46) kann das Verhältnis der Aktivitäten von Radon und den Tochterkernen ermittelt werden. Dafür wurde für $A_{\text{Rn}}(t = 0)$ eine relative Aktivität von 1 Bq gewählt und die Zeit t in Stunden angegeben.

$$A_{\text{Rn}} = A_{\text{Rn},0} \cdot e^{-\lambda_{\text{Rn}} \cdot t} = 1 \text{ Bq} \cdot e^{\left(\frac{-\ln 2 \cdot t}{3.82 \cdot 24}\right)} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} A_{\text{Po}} &= \frac{\lambda_{\text{Po}}}{\lambda_{\text{Po}} - \lambda_{\text{Rn}}} \cdot A_{\text{Rn},0} \cdot (e^{-\lambda_{\text{Rn}} \cdot t} - e^{-\lambda_{\text{Po}} \cdot t}) \\ &= \frac{37.9}{37.9 - 0.021} \cdot 1 \text{ Bq} \cdot (e^{\left(\frac{-\ln 2 \cdot t}{3.82 \cdot 24}\right)} - e^{\left(\frac{-\ln 2 \cdot t}{3.1/60}\right)}) \end{aligned} \quad (59)$$

In Abbildung (8) ist das Ergebnis dieser Rechnung graphisch dargestellt.

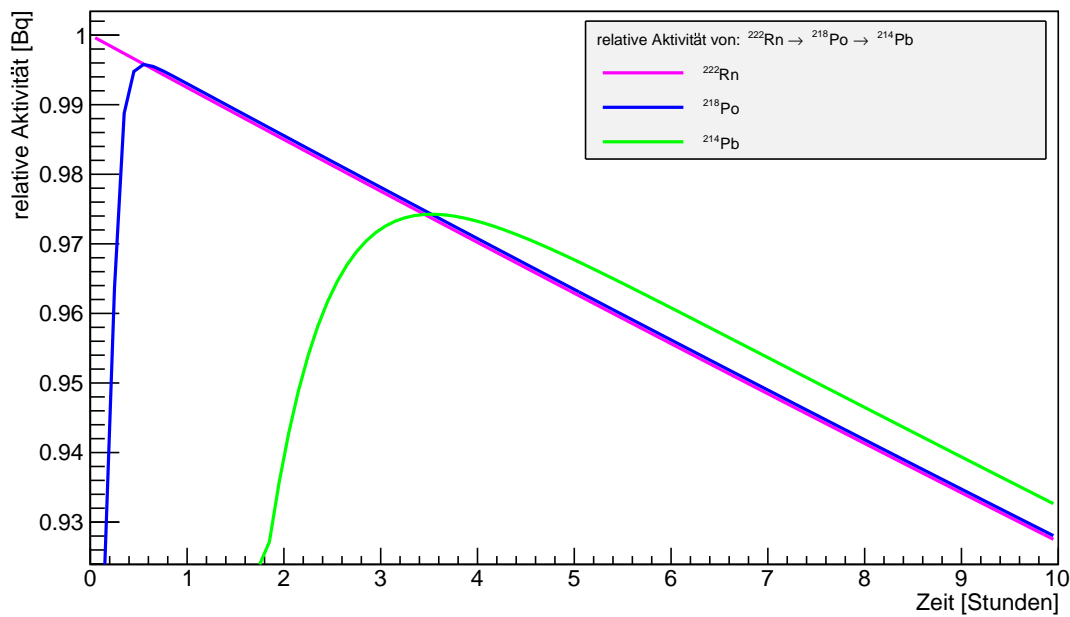


Abbildung 8: Relative Aktivität von $^{222}\text{Rn} \rightarrow ^{218}\text{Po} \rightarrow ^{214}\text{Pb} \rightarrow ^{210}\text{Pb}$ nach t Stunden.

Bei den nächsten Tochterkernen ist das Verhältnis der Aktivitäten zwischen diesen und dem ^{222}Rn ähnlich groß. Und da man sieht, dass die Aktivität von ^{218}Po schon nach kurzer Zeit der des ^{222}Rn entspricht, ist dann auch das Verhältnis von ^{218}Po und dem nächsten Tochterkern ^{214}Pb nach kurzer Zeit fast gleich. Gleiches gilt für alle folgenden kurzlebigen Zerfallsprodukte.

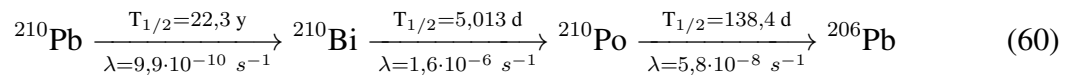
Da sich Radon als Gas frei im Raum ausbreitet, setzen sich die kurzlebigen Tochternuklide zunächst an Staubpartikeln in der Luft fest und zerfallen zu dem langlebigen Isotop ^{210}Pb , meist bevor sie sich auf Oberflächen absetzen können. Die dabei emittierte radioaktive Strahlung wird den Detektor aufgrund von Absorption in dem Stickstoffgas nicht erreichen und ist deswegen nicht in den Messdaten sichtbar.

Das ^{210}Pb selbst wird aufgrund seiner langen Halbwertszeit von 22,3 Jahren akkumuliert und setzt sich dann auf Oberflächen nieder.

In Bezug auf das COBRA-Experiment wird das ^{210}Pb zusätzlich von der Kathode angezogen. Obwohl der Tochterkern nach dem Alphazerfall formell zweifach negativ geladen ist, werden beim Austritt des Alphateilchens zusätzlich Elektronen vom Atomrumpf entfernt, sodass der Tochterkern häufig positiv geladen verbleibt. Dadurch wird er von der negativen Hochspannung der Kathode angezogen.

Aufgrund der relativ kurzen Halbwertszeit der beiden Folgenuklide im Vergleich zur Halbwertszeit von ^{210}Pb befinden sich auch diese im transienten Gleichgewicht mit dem ^{210}Pb .

Abbildung (9) zeigt relativen Aktivitäten von



in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen. Die Rechnung folgt analog zu den Gleichungen (58) und (59).

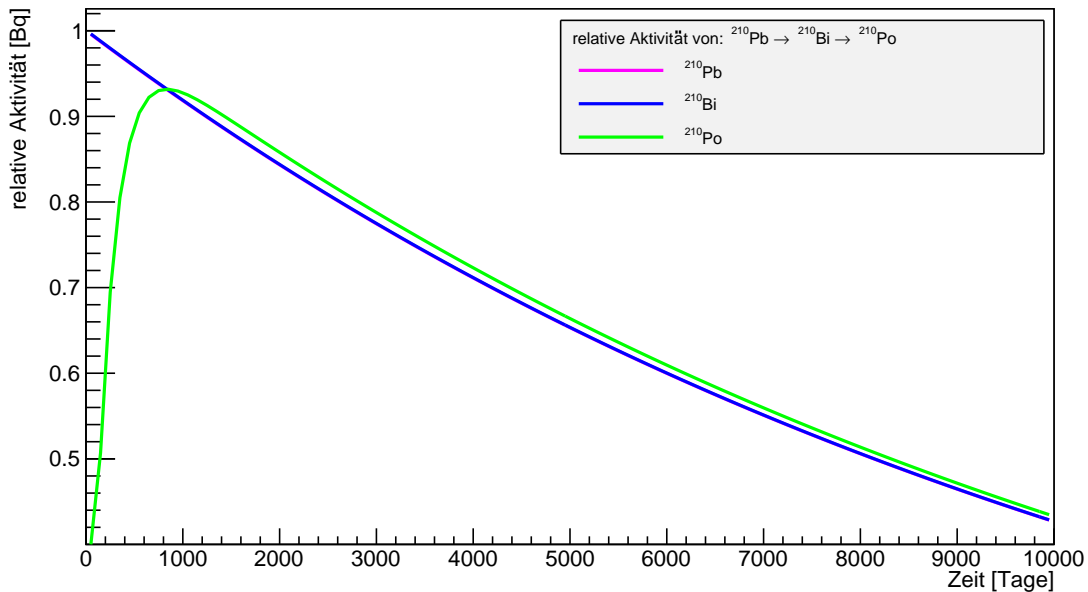


Abbildung 9: Relative Aktivität von ${}^{210}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}\text{Bi} \rightarrow {}^{210}\text{Po} \rightarrow {}^{206}\text{Pb}$ in Abhängigkeit von der Zeit in Tagen. (Die Linien von ${}^{210}\text{Pb}$ und ${}^{210}\text{Bi}$ liegen übereinander.)

Nach langen Messzeiten befinden sich die Aktivitäten von ${}^{210}\text{Bi}$ zu ${}^{210}\text{Po}$ im transienten Gleichgewicht. Zum Beispiel beträgt das Verhältnis nach 2000 Tagen rund 98,36%.

Da sich das ${}^{210}\text{Pb}$ direkt auf den Oberflächen der Halter (und Detektoren) anlagert, würde man die Zerfallsenergien dieser drei Elemente besonders auffällig in den Messdaten erwarten.

${}^{210}\text{Pb}$ ist zu rund 100% ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 0,063 MeV. ${}^{210}\text{Bi}$ hat eine Halbwertszeit von 5,013 Tagen ist zu 99,99987% ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 1,161 MeV. ${}^{210}\text{Po}$ hat eine Halbwertszeit von 138,376 Tagen und emittiert Alphateilchen mit einer Energie von 5,305 MeV.

7 Simulation

7.1 Geometrie

Die Geometrie eines Detektorlayers inklusive der Halterung wird mit der am CERN¹⁷ entwickelten Geometry Description Markup-Language GDML programmiert.

In der Geometrie werden bereits die Materialien bestimmt, nicht aber deren Eigenschaften, wie zum Beispiel Zusammensetzung oder Dichte definiert.

Jeder Holder¹⁸ hält 16 1 cm^3 CdZnTe-Detektoren. Die Detektoren sind in einem 4x4-Raster angeordnet und durchnummeriert, sodass das Simulationsprogramm jeden Detektor in Bezug auf dessen Position einzeln simuliert. Zusätzlich wird jeder Detektor in z-Richtung in 100 dünne Subdetektoren unterteilt, sodass später die Interaktionstiefe z im Detektor auf ein zehntel Millimeter genau bestimmt werden kann. An der Unterseite der Detektoren befindet sich die Kathode, die hier mit $z = 0$ bezeichnet ist, und bei $z = 100$ befindet sich die Anode.

Die Umgebung der Detektoren und Halter wird als Stickstoffgas simuliert.

7.1.1 Halter

Die Detektoren werden von zwei je 1 mm dicken Delrinplatten gehalten, die jeweils oben an der Anode und unten an der Kathode bündig mit den Detektoren abschließen. Des Weiteren stehen sie auf einer 2 mm dicken Bodenplatte mit 3 mm x 3 mm breiten Aussparungen unter jedem einzelnen Detektor. Der Abstand zwischen zwei Detektoren beträgt 5 mm und der Rand an je drei Seiten 10 mm und an der hinteren Seite 20 mm, sodass der gesamte Halter 75 mm x 85 mm x 12 mm groß ist. Zwischen den Detektoren und dem Delrin befinden sich seitlich jeweils 0,35 mm breite Spalte.

Beim realen Halter werden die drei Platten von einer Schraube in jeder der vier Ecken zusammengehalten, die hier allerdings vernachlässigt wurden, da sie aufgrund des Abstands zum Detektor und ihren geringen Ausmaßen im Vergleich zum Rest des Holders keinen Einfluss auf die Detektoren haben.

Abbildung (10) zeigt die Visualisierung des programmierten Halters in der Seitenansicht. Man sieht die Detektoren und Subdetektoren in blau und die obere und untere Halterplatte, sowie die Bodenplatte in weiß dargestellt.

Im Folgenden wird die oberste Platte mit „obere Halterplatte“, die zweite Platte mit „untere Halterplatte“ und die unterste Platte mit „Bodenplatte“ benannt.

Die Oberfläche einer der Halterplatten entspricht genau $10091,12 \text{ mm}^2$; und die der Bodenplatte 13486 mm^2 . Das Volumen einer Halterplatte beträgt $4543,16 \text{ mm}^3$ und das der Bodenplatte 12462 mm^3 . Mit einer Dichte von 1411 kg/m^3 für Delrin entspricht das je $6,4104 \text{ g}$ und $17,58 \text{ g}$.

¹⁷Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

¹⁸holder (engl.): Halter

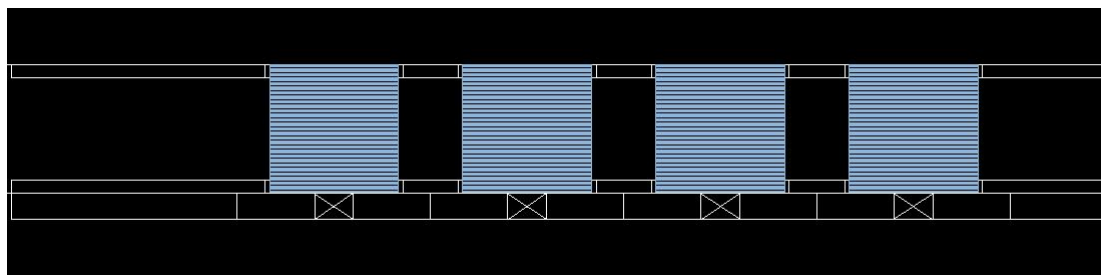


Abbildung 10: Visualisierung des programmierten Halters (Seitenansicht). Man sieht die Detektoren und Subdetektoren in blau und die obere und untere Halterplatte, sowie die Bodenplatte in weiß.

7.2 Durchführung der Simulation

Die Geant4¹⁹-Simulation Venom bietet zwei verschiedene Eventgeneratortypen für die Simulation von Radioaktivität: „/bkggen *Isotopenname*“ und „/chaingen *Kettenname*“ und jeweils drei verschiedene Modi: *intrinsic*²⁰ und *surface*²¹ und *coating*²².

Mit „/chaingen *Kettenname*“ lassen sich komplette Zerfallsreihen, wie zum Beispiel die von ²³⁸U oder ²³²Th, aber auch nur halbe Reihen, wie zum Beispiel ²²²Rn und dessen Folgeprodukte simulieren. Jedes Isotop der Kette hat bereits die richtige Zerfallsenergie und auf ein normiertes Verzweungsverhältnis vordefiniert. Bei Kombinationen von Zerfallsketten lassen sich die relativen Verhältnisse zueinander einstellen. Außerdem lassen sich einzelne Isotope mit einem selbst definierten Verhältnis zu einer Zerfallskette hinzufügen, oder als alleinige Quelle angeben.

Mithilfe von „/bkggen *Isotopenname*“ werden alle Folgeprodukte eines Isotops einschließlich des Isotops selber simuliert.

Mit *intrinsic*, *surface* oder *coating* lassen sich Events im ganzen Volumen, auf der Oberfläche oder nur in einer dünnen Schicht auf der Oberfläche starten.

Für diese Arbeit wurden verschiedene einzelne Isotope und Zerfallsketten auf der gesamten virtuellen Oberfläche des Delrins simuliert.

Da in der Geometrie die Volumen aus einzelnen Teilmengen zusammengesetzt sind, existieren Kontaktstellen, an denen zwei Grenzflächen direkt aneinander liegen, die beim realen Halter nicht existieren. Allerdings sind diese Nahtstellen immer komplett von Delrin umgeben, so dass die radioaktive Strahlung direkt abgeschirmt wird und der Unterschied von Simulation und Realität vernachlässigbar gering bleibt.

Die virtuelle, in der Simulation verwendete Oberfläche einer der Halterplatten ist 10597,52 mm² groß im Vergleich zur realen Oberfläche von 10091,12 mm² und die virtuelle Bodenplatte hat eine Größe von 16006 mm² im Vergleich zu 13486 mm².

¹⁹Geant4 ist ein am CERN entwickeltes Computerprogramm zur Simulation der Durchquerung von Teilchen durch Materie.

²⁰*intrinsic* (engl.): intrinsisch; im Inneren des simulierten Volumens

²¹*surfac* (engl.): Oberfläche

²²*coating* (engl.): Beschichtung; Ereignisse werden in einer dünnen Schicht auf der Oberfläche simuliert

Das Verhältnis zwischen den Oberflächen einer virtuellen Halterplatte und virtuellen Bodenplatte beträgt rund 66,2%. Daher wurde für eine Halterplatte eine relative Aktivität von 0,662 und für die Bodenplatte eine entsprechende relative Aktivität von 1 gewählt.

Insbesondere werden an den beiden Kontaktflächen der Bodenplatte und der aufliegenden Halterplatte Events simuliert. Dies entspricht einer radioaktiven Kontamination des Delrins vor dem Zusammensetzen des Holders.

Wenn eine Kontamination nach dem Zusammenbau, das heißt nur auf der sichtbaren Oberfläche, simuliert werden soll, kann wieder angenommen werden, dass die Teilchen auf den versteckten Flächen von den anliegenden Delrinplatten nahezu vollständig absorbiert werden.

Um eine Kontamination nach dem Zusammenbau zu simulieren, bei denen sich radioaktive Teilchen mit dem Staub aus der Luft nur an Auflageflächen (bzw. inklusive der Seitenflächen) anlagern, müsste das Verhältnis der entsprechenden Oberflächen neu berechnet und der Eventgenerator und die Aktivitäten angepasst werden.

In jedem Fall werden die drei Delrinplatten jeweils einzeln als radioaktive Quellen simuliert, während die anderen Platten immer passiv vorhanden sind und nur eine abschirmende Wirkung haben. Die unterschiedlichen Aktivitäten der jeweiligen Platten aufgrund der unterschiedlich großen Oberflächen können dabei durch eine prozentuale Anzahl an simulierten Events realisiert werden oder durch eine nachträgliche Skalierung der Eventanzahl.

7.3 Ergebnisse der Simulation

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Simulationen der Isotope ^{210}Bi und ^{210}Po vorgestellt. Wie in Kapitel (4.4) vorhergesagt, handelt es sich bei dem Peak bei rund 5300 keV um ^{210}Po und bei der Wolke im Bereich $0.65 < z < 0.95$ und $0 \text{ keV} < E < 4000 \text{ keV}$ am ehesten hauptsächlich um ^{210}Bi -Zerfälle.

Um die Messdaten aus 7 mit den Simulationen zu vergleichen, wurde auch hier die Energie E gegen die Position z im Detektor aufgetragen. Allerdings bezeichnet $z = 0$ hier die Unterseite des Detektors, d.h. die Kathode und $z = 100$ die Anoden.

Die Einteilung der z -Achse in 100 Bins²³ entspricht dabei der Ortsauflösung der 100 Subdetektoren, die in Kapitel definiert wurden.

Für die Bodenplatte wurden je 1100000 Events pro Isotop gestartet, und für jeweils eine der Halterplatten $0,662 \cdot 1100000 = 728200$ Events.

Zusätzlich wurden alle Ereignisse mit Energien kleiner als 0,04 MeV in der Simulation wegge-

²³bin (engl.): Klasse; Einteilung eines Histogramms in gleichmäßige Intervalle

schnitten, da sehr viele Niedrigenergieereignisse bei der Simulation erzeugt werden.

Man beachte die unterschiedlichen Energieskalen für ^{210}Bi und ^{210}Po .

7.3.1 ^{210}Bi

Abbildung (11) zeigt die Simulation von ^{210}Bi auf der Oberfläche der obersten Delrin-Halterplatte. Diese oberste Platte liegt im Bereich $90 < z < 100$. Dies spiegelt sich auch in den Simulationsergebnissen wieder. In diesem Bereich stammen die meisten Ereignisse direkt vom nahen Rand des Delrins. Bei $z < 90$ treffen auch viele Ereignisse von der Unterseite der Platte auf den Detektor, sodass dort besonders viele Events registriert werden.

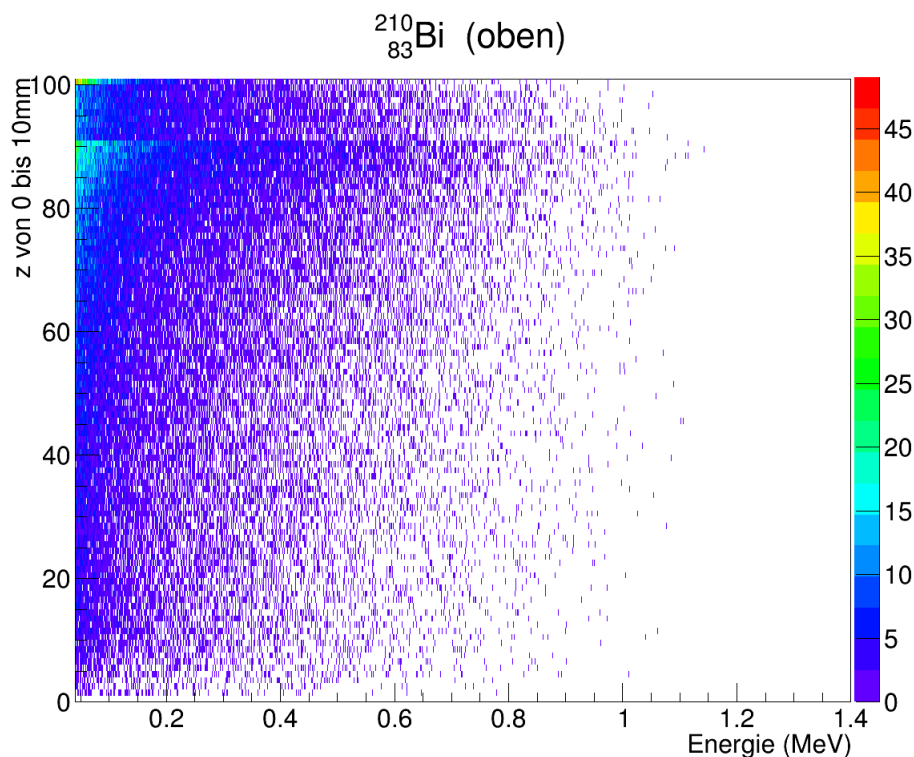


Abbildung 11: Das Isotop ^{210}Bi simuliert auf der Oberfläche der obersten Delrin-Halterplatte. ^{210}Bi ist ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 1,161 MeV.

Abbildung (12) zeigt die untere der beiden Halterplatten, die bündig mit der Unterseite des Detektors abschließt. Aufgrund der Symmetrie der Anordnung der beiden Halterplatten, sieht Abbildung (12) einer gespiegelten Version von Abbildung (11) ähnlich.

Abbildung (13) zeigt die Simulation von ^{210}Bi auf der Oberfläche der Bodenplatte. Im Gegensatz zu den beiden vorherigen Platten, steht diese in direktem Kontakt mit den Detektoren. Aufgrund der größeren Fläche der Bodenplatte ist hier die zuvor definierte relative Aktivität pro Platte größer, was sich in einer höheren Anzahl an registrierten Ereignissen verdeutlicht. Es fällt auf, dass es besonders viele Ereignisse mit $E \gtrsim 0,04 \text{ MeV}$ bei $z = 0$ gibt. Diese stammen von Beta-Teilchen die von der Unterseite (oder den seitlichen Rändern) der Bodenplatte emittiert werden und einmal die komplette Delrinplatte durchqueren müssen, um detektiert zu werden.

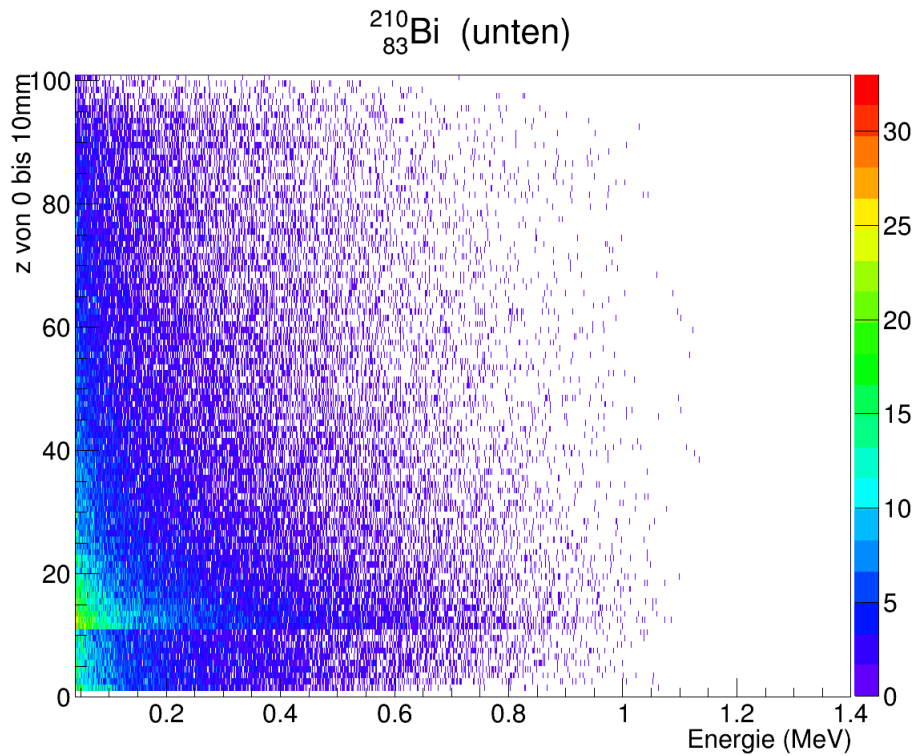


Abbildung 12: Das Isotop ^{210}Bi simuliert auf der Oberfläche der unteren Delrin-Halterplatte. ^{210}Bi ist ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 1,161 MeV.

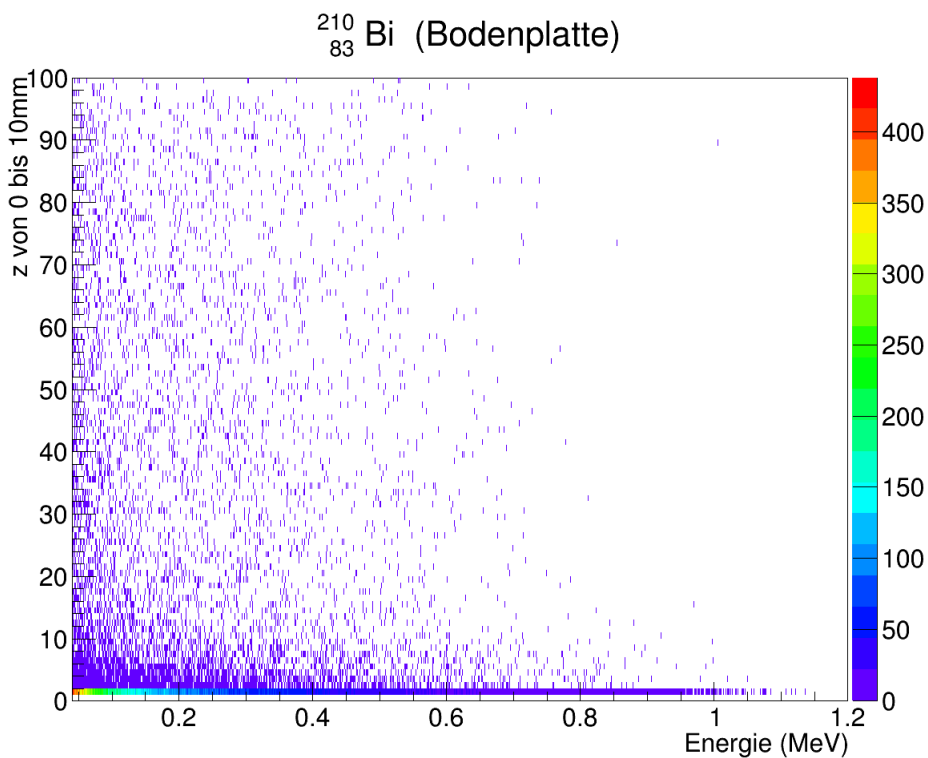


Abbildung 13: Das Isotop ^{210}Bi simuliert auf der Oberfläche der Bodenplatte des Delrin-Halters. ^{210}Bi ist ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 1,161 MeV.

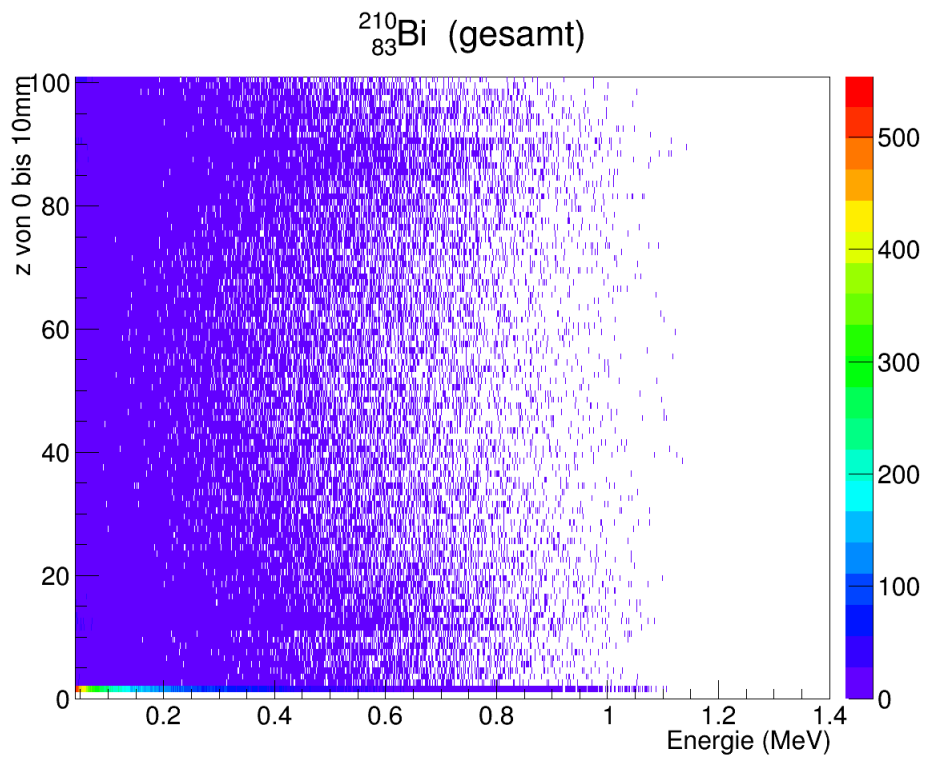


Abbildung 14: Das Isotop ^{210}Bi simuliert auf der gesamten Oberfläche des Delrin-Halters. ^{210}Bi ist ein Beta-Strahler mit einer maximalen Zerfallsenergie von 1,161 MeV.

Abbildung (14) zeigt die Kombination der vorherigen drei Abbildungen (11, 12, 13), d.h. die Simulation von ^{210}Bi auf der gesamten Oberfläche des Delrin-Halters.

7.3.2 ^{210}Po

In den folgenden Abbildungen werden die Ergebnisse der ^{210}Po -Simulationen präsentiert. Analog zum Bi werden der Reihe nach die obere (15) und untere (16) Halterplatte und die Bodenplatte (17) und die Kombination (18) dieser gezeigt.

Man erkennt deutlich, dass ^{210}Po im Gegensatz zu ^{210}Bi ein Alpha-Strahler ist. An den Positionen, an denen sich die Halter und die Detektoren am nächsten sind, ist der Alpha-Peak maximal. Währenddessen an den Orten, wo die Alphateilchen eine weitere Flugstrecke zurücklegen müssen, um zum Detektor zu gelangen, die Energie kontinuierlich abfällt.

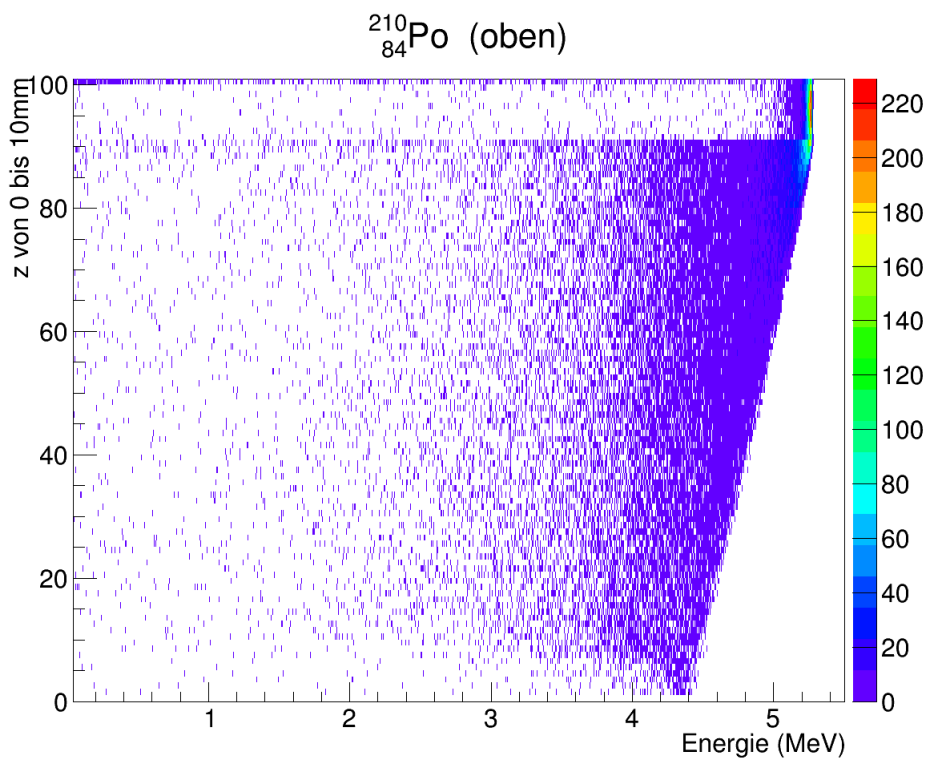


Abbildung 15: Das Isotop ^{210}Po simuliert auf der Oberfläche der oberen Delrin-Halterplatte. ^{210}Po ist ein Alpha-Strahler mit einem Q-Wert von 5,305 MeV.

Durch den Vergleich von Messdaten (Abbildung 7) und Simulation in Abbildung 18 und 19 sieht man, dass der scharfe Peak bei 5,3 MeV in den Messdaten eindeutig durch den Alpha-Zerfall von ^{210}Po in das stabile Isotop ^{206}Pb hervorgerufen wird.

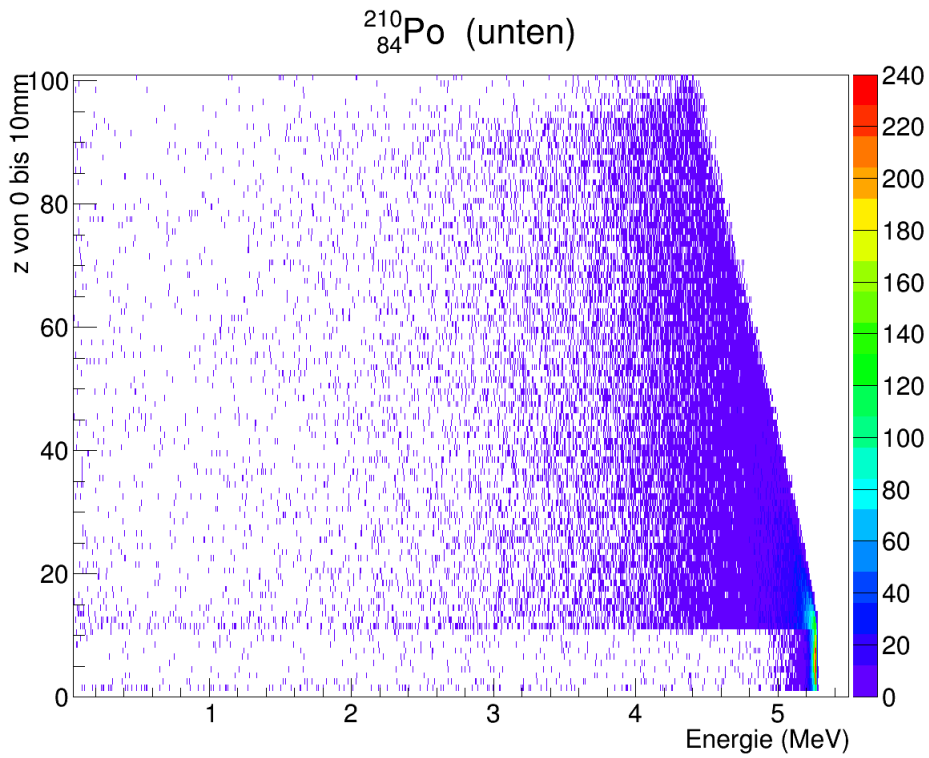


Abbildung 16: ^{210}Po simuliert auf der Oberfläche der unteren Delrin-Halterplatte. ^{210}Po ist ein Alpha-Strahler mit einem Q-Wert von 5,305 MeV.

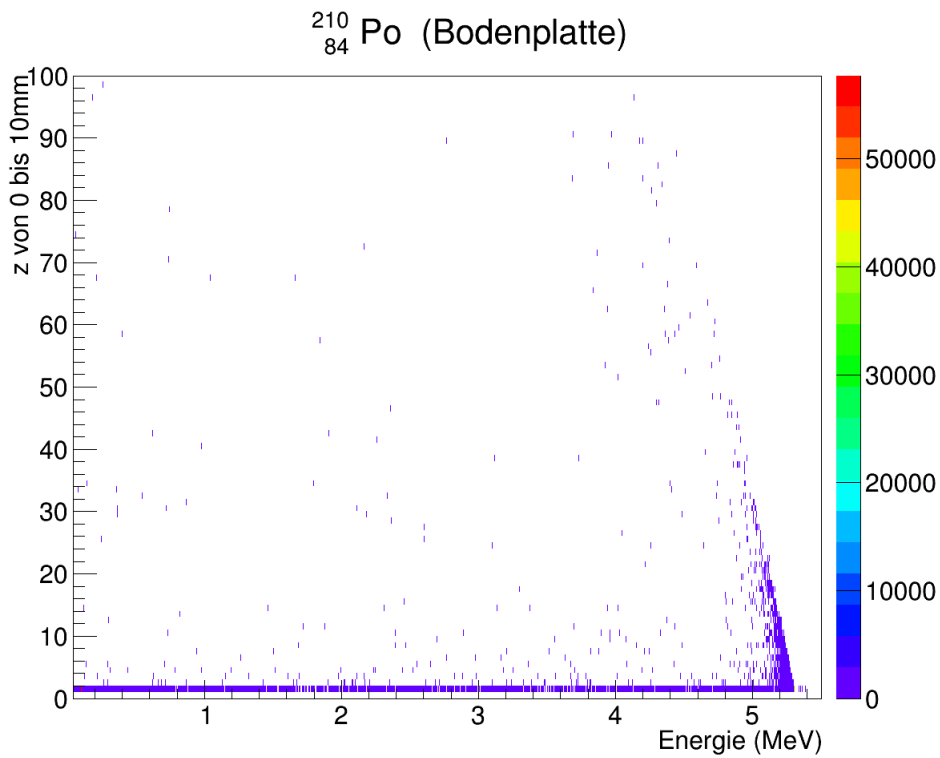


Abbildung 17: ^{210}Po simuliert auf der Oberfläche der Bodenplatte des Delrin-Halters. ^{210}Po ist ein Alpha-Strahler mit einem Q-Wert von 5,305 MeV.

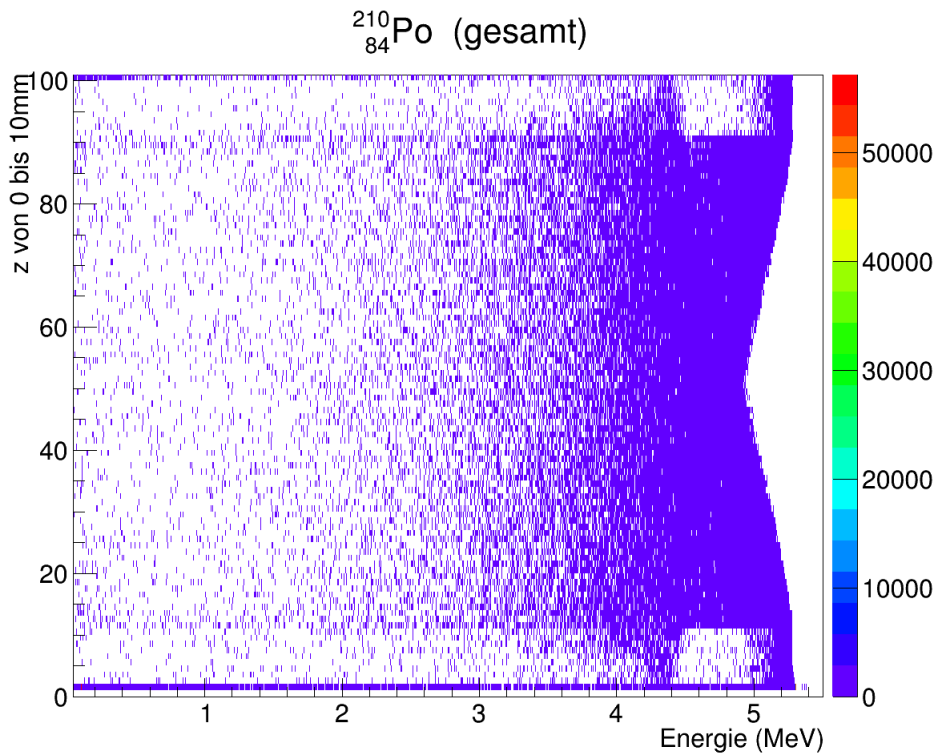


Abbildung 18: ^{210}Po simuliert auf der Oberfläche aller drei Delrinplatten. (Kombination der Abbildungen 15, 16 und 17)

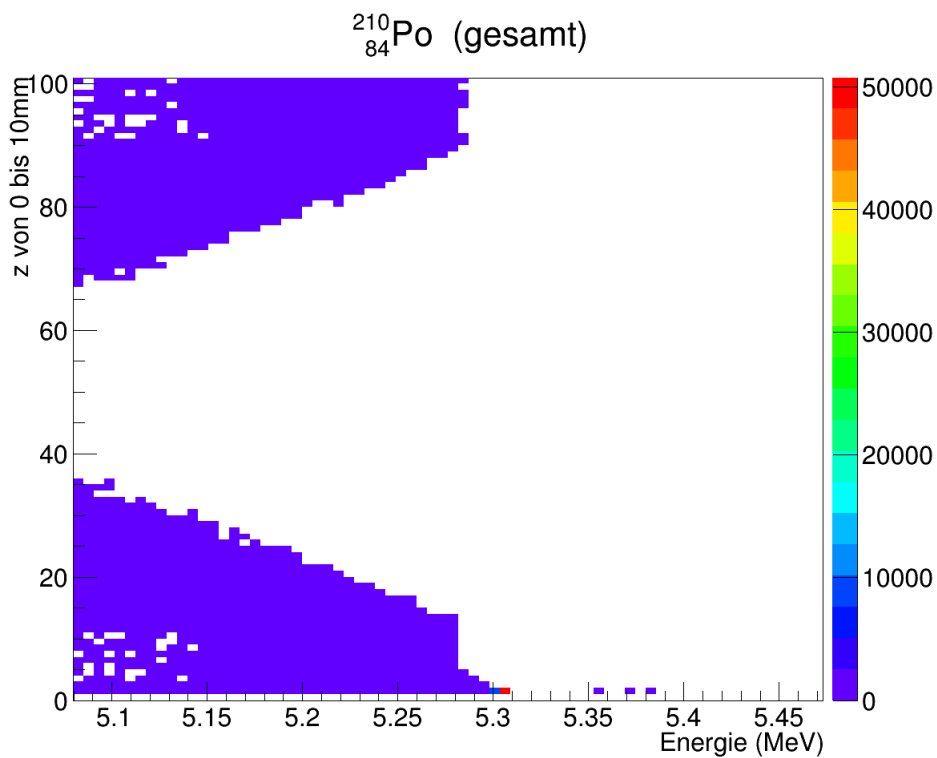


Abbildung 19: Ausschnitt aus Abbildung 18, um den Alpha-Peak bei 5,305 MeV zu verdeutlichen.

In Abbildung 19 erkennt man, dass die Alpha-Peaks der Bodenplatte und der beiden oberen Platten nicht den gleichen Energiewert haben. Dies liegt an dem 0,35 mm breiten Abstand zwi-

schen Holder und Detektor bei den beiden Halterplatten und dem nahtlosen Kontakt zwischen Detektor und Bodenplatte. Wie bereits gesagt ist Alphastrahlung stark ionisierend und hat kurze Reichweiten und verliert deswegen schnell Energie bei der Durchquerung des Stickstoffgases. Nach 0,35 mm ist der Energiewert von 5,305 MeV bereits auf rund 5,280 MeV gesunken. Da der Abstand fast überall genau gleich und nur sehr schmal ist, ist der niedrigere Alphapeak immernoch ziemlich scharf.

In der Simulation lässt sich auch erkennen, das Alphateilchen von den oberen oder unteren horizontalen Flächen je nach Entfernung und Winkel zum Detektor unterschiedlich lange Flugzeiten haben und somit unterschiedlich viel Energieverlust proportional zur zurückgelegten Strecke. Außerdem sieht man eine Häufung von Events mit sehr niedrigen Energien an den z-Positionen, an denen sich die Delrinplatten und damit auch die Maximalpeaks befinden. Dies entsteht dadurch, dass dort die Teilchen einmal komplett das Delrin durchqueren müssen.

Abbildung (20) zeigt nochmal die Simulation von ^{210}Bi und ^{210}Po auf der Oberfläche des kompletten Holders in einem Bild. Dabei wurde angenommen, dass die gleiche Aktivität besitzen.

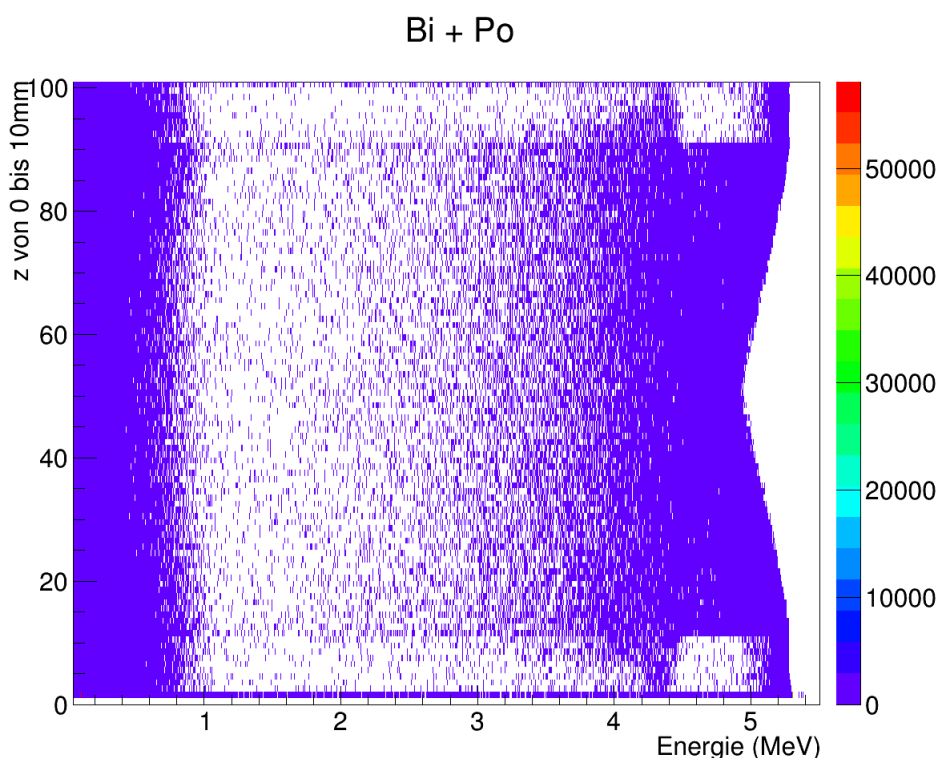


Abbildung 20: ^{210}Bi und ^{210}Po auf allen drei Schichten des Holders kombiniert.

8 Auswertung

Da in der Simulation nur die Ereignisse mit ihren Energien, z-Positionen, Detektornummern und anderen Daten festgelegt werden, nicht aber deren zeitliche Auflösung, müssen die Simulationen mit den gesammelten Messwerten verglichen werden, um die Aktivität der Kontamination zu bestimmen.

Wie in Kapitel 4.4 ausgerechnet, entsprechen die vorliegenden Messdaten einer Messdauer von 1058 Tagen, normiert auf ein Layer. Mithilfe der Formel

$$A = \frac{N}{T} \quad (61)$$

lässt sich die Aktivität A aus der Anzahl N der detektierten Ereignisse und der Messdauer T bestimmen.

8.1 χ^2 -Minimierung

Da die Anzahl der simulierten Ereignisse von der Anzahl der Ereignisse in den gesammelten Messdaten unabhängig ist, wird ein Skalierungsfaktor k eingeführt, um die Aktivität zu bestimmen.

Mit der Anzahl N_{Simu} der detektierten Ereignisse in der Simulation und N_{Mess} in den Messdaten gilt:

$$N_{Mess} \hat{=} k \cdot N_{Simu} \quad (62)$$

Das „entspricht“-Zeichen steht dafür, dass k nicht so gewählt wird, dass Gleichheit besteht, sondern so, dass das χ^2 von N_{Mess} und $k \cdot N_{Simu}$ minimal wird.

Der χ^2 -Test wird verwendet, um zu überprüfen, wie gut zwei mathematische Verteilungen übereinstimmen, oder ob eine Reihe von Messdaten einer vorgegebenen Verteilung folgt.

In diesem Fall wird geprüft, wie gut die um den Faktor k skalierten, simulierten Werte $k \cdot N_{simu}$ der vorgegebenen Verteilung der gemessenen Ereignisse N_{mess} folgen. Dabei wird k numerisch so gewählt, dass die Summe minimal ist.

Zusätzlich wird durch die erwartete Häufigkeit N_{mess} normiert.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(N_{mess} - k \cdot N_{simu})^2}{N_{mess}} \quad (63)$$

Mit χ^2/ndf bezeichnet man die Abweichung geteilt durch die Anzahl der Freiheitsgrade (ndf²⁴). Eine genaue Übereinstimmung der beiden Verteilungen liegt vor, wenn das χ^2 , bzw. χ^2/ndf gegen null geht.

²⁴ndf = number of degrees of freedom (engl.): Anzahl der Freiheitsgrade

Für die Anzahl der Freiheitsgrade ndf gilt: $ndf = n - m - 1$ mit dem Endwert n der Summe, d.h. der Anzahl der Bins, die miteinander verglichen werden und der Anzahl m der Parameter, die aus den Daten berechnet werden. Für den Bereich $0.65 \leq z \leq 0.95$ gilt $n = 31$ und es gibt einen Parameter k . Das heißt, $ndf = 31 - 1 - 1 = 29$.

8.2 Vergleich von Messdaten und Simulation

Um die Aktivität der Polonium- und Bismut-Kontamination zu bestimmen wurde ein besonders prominenter Bereich, die in den Messdaten (7) sichtbare Wolke zwischen $0,65 < z < 0,95$ und $0,04 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$ ausgewählt, in welchem die Häufigkeit der Ereignisse der Simulation mit der, der Messwerte verglichen werden soll.

Der ^{210}Po Peak befindet sich weder in diesem Energie- noch im z -Bereich. Für ^{210}Po wird in Abbildung (26) ein separater Bereich gewählt.

In den Abbildungen (21) bis (24) wurde sowohl für die Simulation, als auch für die Messwerte ein Cut²⁵ für $0,65 < z < 0,95$ und verschiedene Energiecuts zwischen 0.04 MeV und 4 MeV gebildet. Dargestellt ist jeweils die Anzahl der Ereignisse pro (kg Tage) gegenüber der Interaktionstiefe z . Außerdem wurde in allen folgenden Abbildungen das jeweilige k so gewählt, das der χ^2/ndf -Wert minimal ist.

In Abbildung (21) wurde der gesamte Bereich der Wolke von 0.04 MeV bis 4 MeV gewählt. Die Untergrenze von 0.04 MeV wurde für alle Simulationen benutzt, um Niedrigenergieereignisse auszublenden.

In Abbildung 22 liegt der untere Energiecut bei 0,320 MeV. Diese Grenze wurde so gewählt, das fast alle Ereignisse des β^- -Zerfalls von ^{113}Cd weggeschnitten wurden, sodass man annehmen kann, dass innerhalb des Cut-Bereichs nur die zu untersuchende Kontamination vorliegt. Es zeigt sich, dass in diesem Energiebereich die Simulation viel besser mit den Messdaten übereinstimmt.

Die Abbildungen 23 und 24 zeigen zusammen Abbildung 22, allerdings in zwei Bereiche aufgeteilt. Die Grenze dieser Aufteilung liegt bei 2 MeV.

²⁵cut (engl.): Schnitt; bezeichnet das Wegschneiden von unerwünschten Bereichen aus Messdaten oder einer graphischen Darstellung

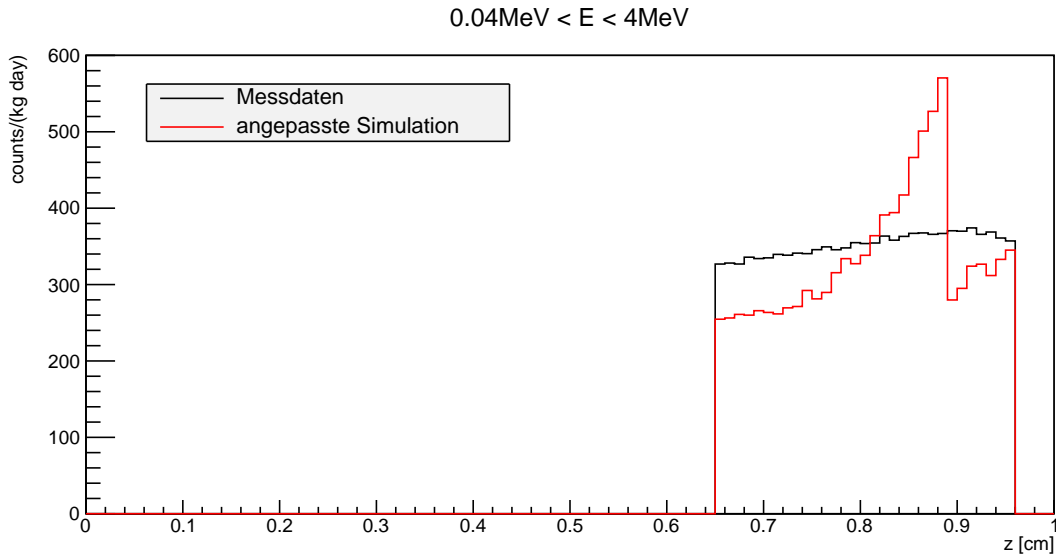


Abbildung 21: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,04 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$.

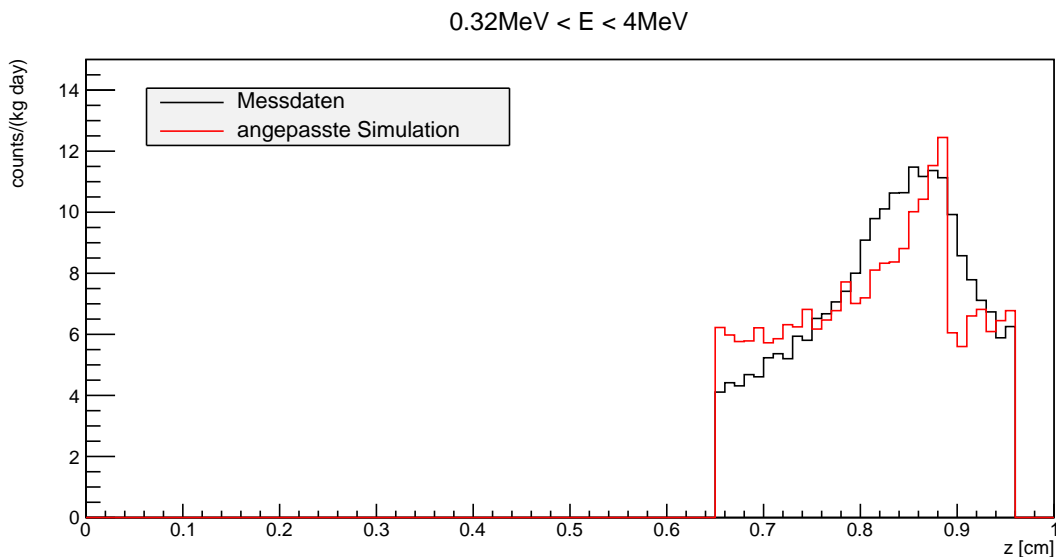


Abbildung 22: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$.

Im Folgenden wird nur der Energiebereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$ aus Abbildung 22 verwendet, da dieser Abbildung 23 und 24 kombiniert und nicht den ^{113}Cd Untergrund besitzt. Bei den Messwerten verbleiben in diesem Bereich noch 22799 der insgesamt rund 3080000 Ereignisse. Die Aktivität in den Messdaten A_{mess} für den ausgewählten Bereich beträgt:

$$A_{mess} = \frac{N_{mess}}{T} = \frac{22799}{(1058 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s)} = 2,494 \cdot 10^{-4} \text{ Bq pro Lage} \quad (64)$$

Auf die Gesamtoberfläche eines Halters von $336,682 \text{ cm}^2$, beziehungsweise ein Gewicht von $30,401 \text{ g}$ bezogen, entspricht dies einer relativen Aktivität von $7,408 \text{ mBq/m}^2$, bzw. $8,204 \text{ Bq/kg}$ im ausgewählten Bereich.

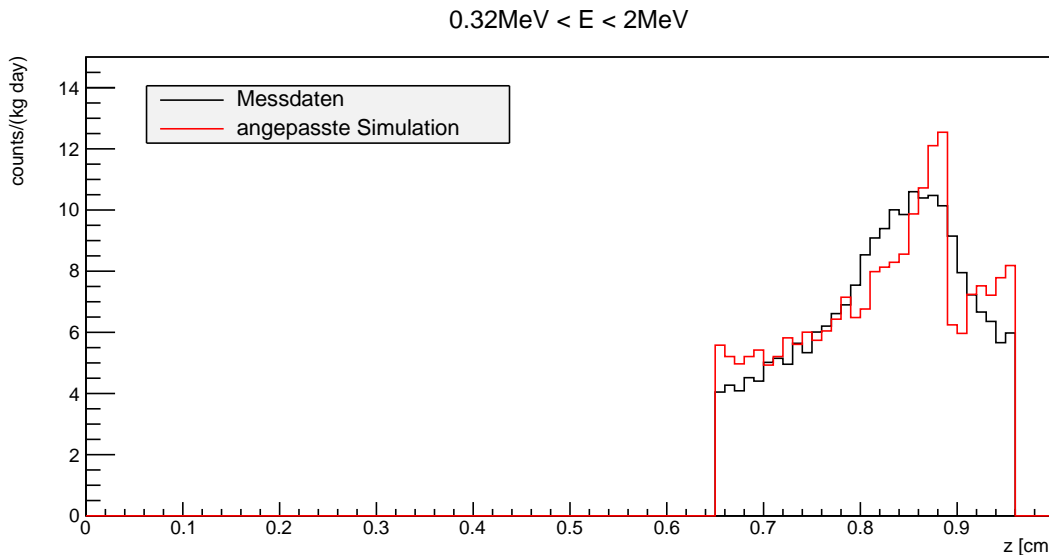


Abbildung 23: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 2 \text{ MeV}$.

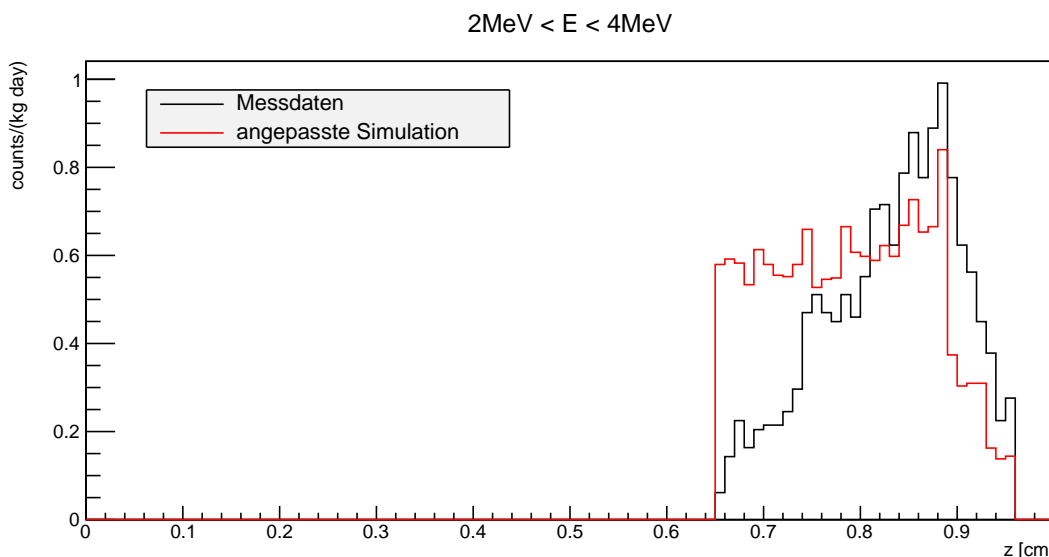


Abbildung 24: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $2 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$.

8.3 Berechnung der Aktivität

Da die Events auf der Oberfläche simuliert wurden und man davon ausgehen kann, dass sich die tatsächliche Kontamination auf der Oberfläche befindet, wird die Aktivität in Bq/m^2 angegeben. Um Vergleichswerte mit anderen Publikationen zu liefern, wird zusätzlich die spezifische Aktivität auf die Masse des Delrins bezogen und in Bq/kg angegeben. (In Halbleiter- oder anderen Detektoren zur Messung ionisierender Strahlung werden die Proben meistens nur gewogen, insbesondere, wenn es schwierig ist, ihre Oberfläche zu vermessen.)

Aus Gleichung (62) $N_{\text{Mess}} \hat{=} k \cdot N_{\text{Simu}}$ und Gleichung (61) $A = \frac{N}{T}$ folgt das Verhältnis der

gemessenen Aktivität A_{Mess} und der simulierten Aktivität A_{Simu} im ausgewählten Bereich:

$$A_{Mess} \hat{=} k \cdot A_{Simu} \quad (65)$$

Da es sich bei N_{Mess} und insbesondere N_{Simu} nur um die Events im Cut-Bereich handelt, würde die berechnete Aktivität nur auf diesen Bereich bezogen sein. Um die gesamte Aktivität der Kontamination zu erhalten, muss das Verhältnis zwischen den simulierten Ereignissen im Bereich und der Gesamtzahl der Ereignisse beachtet werden. Bei der Simulation wurden für ^{210}Bi $N_{Simu,gesamt,Bi} = 210535$, für ^{210}Po $N_{Simu,gesamt,Po} = 274037$ und für die Gesamtsumme $N_{Simu,gesamt} = 484572$ Ereignisse mit Energien über 0,04 MeV gezählt. Bei insgesamt rund 5110000 simulierten Ereignissen bedeutet dies außerdem, dass nur knapp 10% davon eine Energie über 0,04 MeV besitzen und den Detektor erreicht haben.

$$A_{Simu,gesamt} = A_{Simu,cut} \cdot \frac{N_{Simu,gesamt}}{N_{Simu,cut}} \quad (66)$$

Insgesamt entspricht die gesamte Aktivität der Simulation:

$$A_{Simu,gesamt} \hat{=} \frac{A_{Mess}}{k} \cdot \frac{N_{Simu,gesamt}}{N_{Simu,cut}} \quad (67)$$

Im vorliegenden Fall gilt $N_{Simu,cut} = 21984$, $N_{Simu,gesamt} = 484572$ und $k = 1$. Für die relative Aktivität ergibt sich mit den obigen Werten:

$$A_{Simu,gesamt} \hat{=} \frac{7,408 \text{ mBq/m}^2}{1} \cdot \frac{484572}{21984} = (163,3 \pm 0,9) \text{ mBq/m}^2 \quad (68)$$

Für die relative Aktivität pro Masse erhält man dementsprechend $(181 \pm 1) \text{ mBq/kg}$.

Die Fehler wurden mithilfe des relativen statistischen Fehlers $\frac{\sqrt{N}}{N}$ für $N_{Simu,cut}$ und $N_{Simu,gesamt}$ berechnet.

Bislang wurde die Aktivität gemeinsam für ^{210}Bi und ^{210}Po berechnet. Aufgrund des in Kapitel 5.2 berechneten Verhältnisses der Aktivitäten, kann man annehmen, dass Bi und Po ungefähr die Hälfte dieser Aktivität besitzen. Um zu prüfen, ob dies mit den Messdaten übereinstimmt, wurden beide Aktivitäten auch einzeln mit einem eigenen χ^2 -Test berechnet. Für die Aktivität von ^{210}Bi wurde dabei erneut der Energiebereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$ genutzt, da dieser den Untergrund abschneidet und hauptsächlich ^{210}Bi Ereignisse enthält. In Abbildung (25) wird der Vergleich zwischen Messdaten und den skalierten Simulationswerten für ^{210}Bi dargestellt. Aus der Minimierung des χ^2 in Abbildung 25 erhält man: $k = 1,4$, $N_{Simu,cut,Bi} = 15931$ und $N_{Simu,ges,Bi} = 210535$.

Die damit berechnete Aktivität von ^{210}Bi beträgt: $A_{Bi} = (97,9 \pm 0,6) \text{ mBq/m}^2$, beziehungsweise $(108,4 \pm 0,6) \text{ mBq/kg}$.

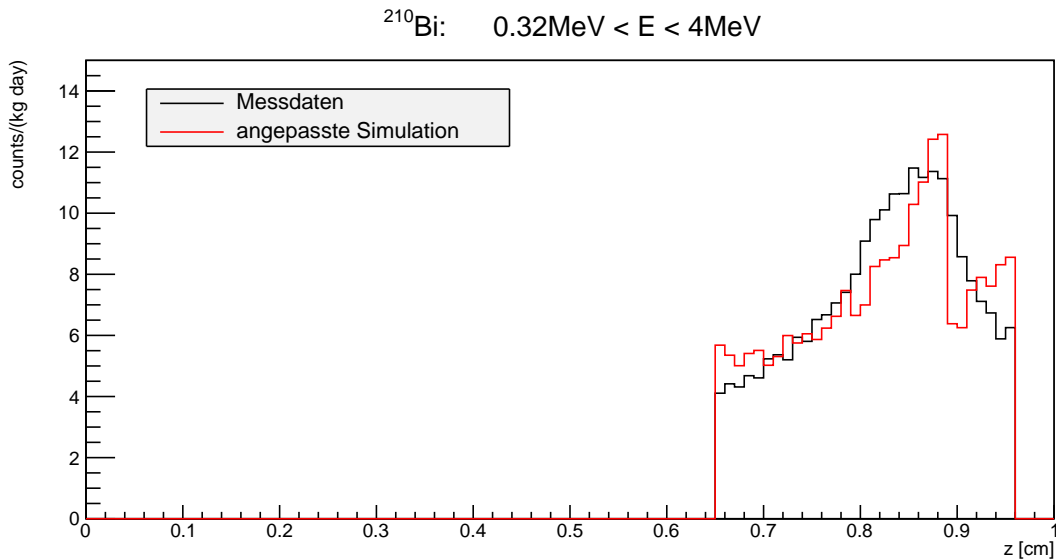


Abbildung 25: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten von ^{210}Bi im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$.

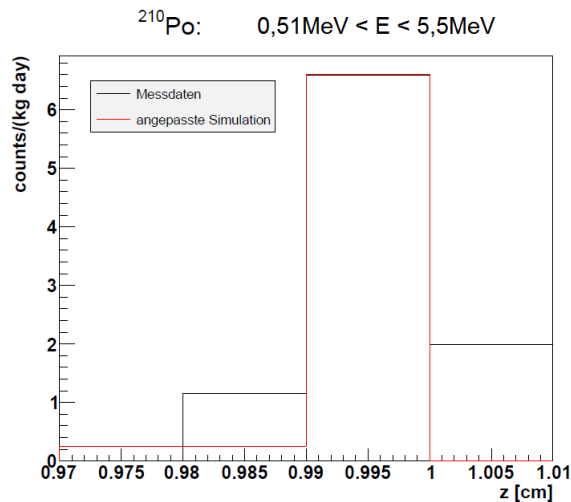


Abbildung 26: Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationenwerten von ^{210}Po im Bereich $0,98 < z < 1$ und $5,1 \text{ MeV} < E < 5,5\text{MeV}$.

Für ^{210}Po wurde der in Abbildung (26) gezeigte Bereich gewählt, in dem sich der Peak befindet. Das heißt bei $0,98 < z < 1$ und $5,1 \text{ MeV} < E < 5,5\text{MeV}$. Da der selektierte Bereich verändert wurde, muss auch die in Gleichung 64 angegebene Aktivität A_{Mess} angepasst werden und beträgt nun: $A_{Mess,2} = 8,292 \cdot 10^{-6} \text{ Bq}$.

Für die anderen Werte gilt: $N_{Mess,Po} = 758$, $N_{Simu,Po} = 63819$ und $k = 0,0105$.

Die berechnete Aktivität von ^{210}Po beträgt: $A_{Po} = (100,7 \pm 0,05) \text{ mBq/m}^2$, beziehungsweise $(111,5 \pm 0,05) \text{ mBq/kg}$.

Es fällt auf, dass zwar beide Isotope ungefähr die gleiche Aktivität haben, aber die Summe der beiden Werte liegt nun höher als der anfangs berechnete Wert für die Kombination der beiden Isotope.

8.4 Verbesserte Berechnung der Aktivitäten (mithilfe einer Normalverteilung):

Die Abbildungen (insbesondere Abbildung (21)) zeigen, dass die Simulationen besonders bei $z = 0.89$ von den realen Messwerten abweichen und eine scharfe Kante bilden, während die Messwerte eher stufenlos erscheinen.

Das liegt daran, dass in der Simulation die Positionen und Größen der Bauteile exakt angeordnet sind, während im realen Aufbau die Position der einzelnen Detektoren aufgrund der schmalen Lücke durch Verrutschen leicht abweichen kann. Das Binning in der Simulation entspricht einer Ortsauflösung von 0.1 mm in z-Richtung. Der 0.35 mm breite Spalt liegt zwar in der x-y-Ebene, liefert aber trotzdem genügend Spielraum, damit der diagonale Abstand die Messwerte um ein bis zwei Bins verschiebt. Zusätzlich sind die dünnen Delrinplatten leicht verformbar und müssten an den vier Stellschrauben auf ein zehntel Millimeter genau eingestellt werden, um das richtige Binning zu gewährleisten. Zuletzt können ungenaue Abmessungen des Delrins oder der Detektoren das Ergebnis beeinflussen.

Da es sich um 16, beziehungsweise 32, unabhängige Detektoren mit beliebig vielen zufälligen Abweichungen an allen Seiten eines Detektors handelt, lässt sich annehmen, dass die Rekonstruktion einer zusätzlichen gaußverteilten Verschmierung unterliegt.

Um diese Verschmierung auch in der Simulation darzustellen, wird der Wert jedes einzelnen Bins nach einer Gaußfunktion mit der Halbwertsbreite 0,27 mm und dem Maximum an der Position des Bins verteilt, sodass das Integral dieser Gaußfunktion dem ursprünglichen Wert des Bins entspricht. Anschließend werden alle 100 Funktionen der 100 Bins überlagert und in Abbildung (27) dargestellt.

Aufgrund der zufälligen Verteilung der Fehler, kann dieser Wert nicht analytisch bestimmt werden, sondern muss geschätzt werden. Hier wurde die Halbwertsbreite von 0,27 mm empirisch gewählt, sodass χ^2 minimal ist. 0,27 mm entsprechen 2,7 Bins oder einer Ortsauflösung von 2,7%.

Zwischen der Halbwertsbreite $FWHM$ und der Standardabweichung σ einer Gaußfunktion besteht folgender Zusammenhang:

$$FWHM = 2\sqrt{2\ln(2)}\sigma \approx 2.3548\sigma \quad (69)$$

Mit der Standardabweichung σ und der Position z_0 des Bins ergibt sich für die Gaußfunktion $g(z)$ die Gleichung 70.

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-z_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (70)$$

Das Integral von $-\infty$ bis ∞ der Gaußfunktion (Gleichung (70)) ergibt 1.

Um den ursprünglichen Wert des Bins darzustellen, wird die Gaußfunktion mit dem Wert des Bins multipliziert.

Simulation ($0.320 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$)

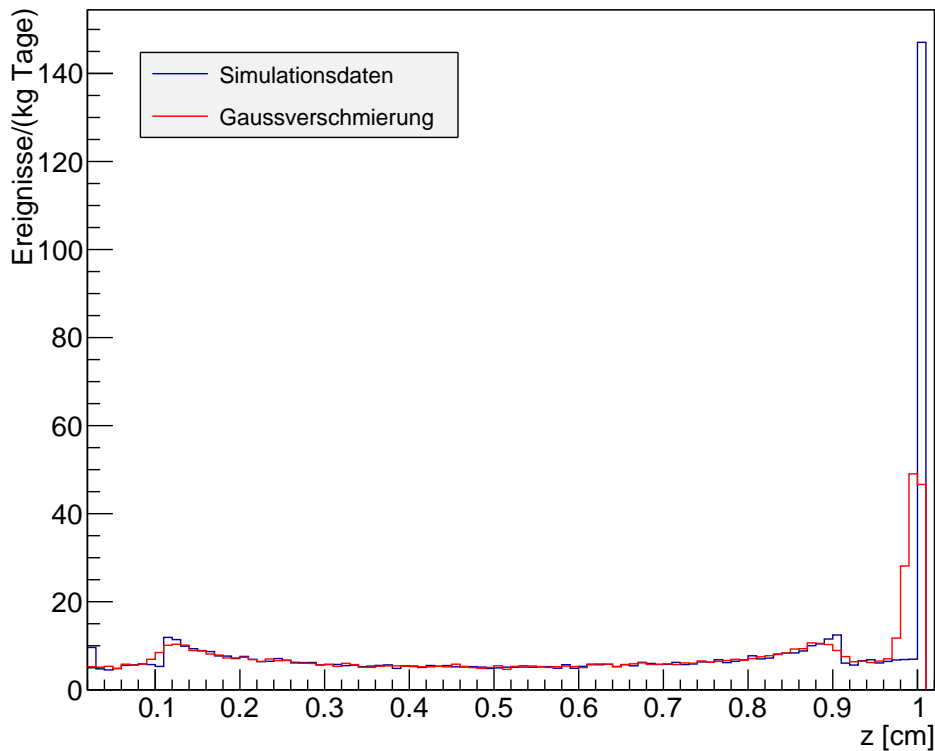


Abbildung 27: Vergleich zwischen ursprünglicher Simulation und gaußverteilter Simulationen von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$. Man beachte die ungeeignete Verschmierung um $z = 1$.

Ein Nachteil dieser Gaußverteilung ist, dass die Anzahl der Ereignisse am Rand auch außerhalb des Detektorbereichs überläuft, was nicht der Realität entspricht. Allerdings hat dies fast keinen Einfluss auf den eher mittig liegenden z -Cut und somit auf die berechnete Aktivität.

Für die Berechnung der Aktivität wurden trotzdem weiterhin alle simulierten Ereignisse verwendet, auch die, die außerhalb von $0 < z < 1$ liegen.

Des Weiteren erkennt man in Abbildung 27 die ungeeignete Verschmierung um $z = 1$, obwohl der Kathodenpeak eigentlich auch in den Messdaten als ein scharfer Peak zu erkennen ist. Da der Detektor nahtlos auf der Bodenplatte steht, ist dieser Abstand nicht von Positionsverschiebungen abhängig. Das Problem dabei ist, dass aufgrund des sehr großen Eintrags des Randbins, auch noch weiter entfernte Bins beeinflusst werden. Um dies zu umgehen wurde in Abbildung 28 das Randbin bei der Verschmierung ausgelassen. Dadurch fällt die Verteilung zwar unrealistisch schnell ab, aber der interessante Cut-Bereich wird weniger stark verfälscht. Außerdem wird der z -Cut erst nach der Gaußverschmierung angewandt, um die Randbereiche des Cuts (bei $z = 0,65$ und $0,95$) nicht zu verfälschen.

Zusätzlich kann angenommen werden, dass bei den Messdaten ein in z -Richtung konstanter Untergrund vorliegt, der nicht durch die bereits angewandten Energiecuts, insbesondere den 320 keV -Cut des ^{113}Cd , herausgefiltert wurde. Für die Beschreibung dieses Untergrunds wird

Simulation ($0.320 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$)

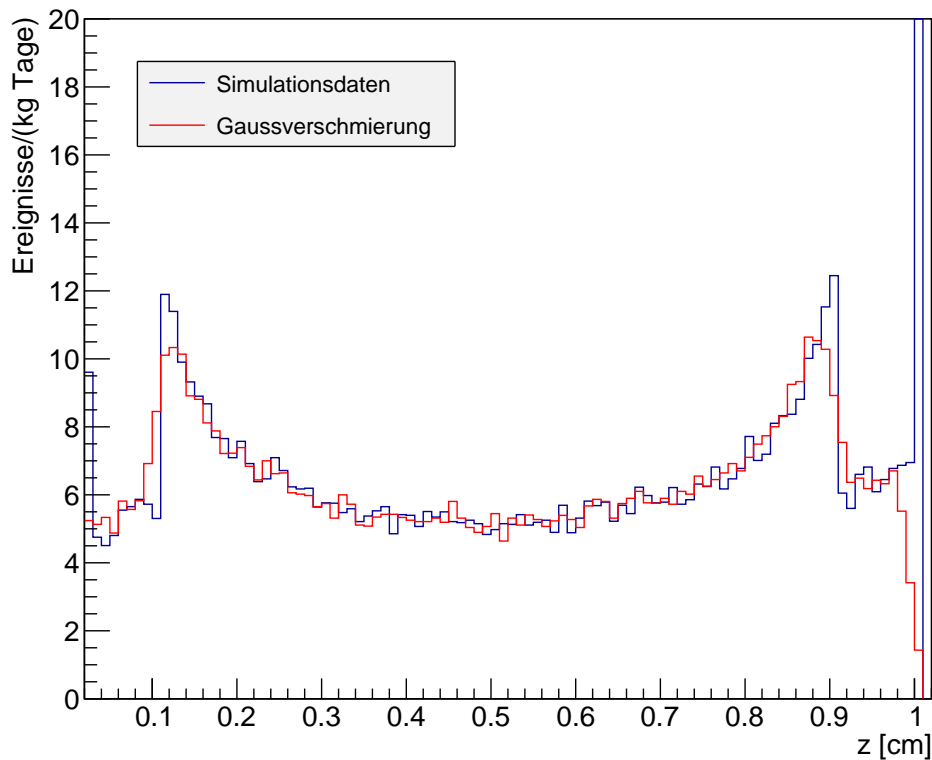


Abbildung 28: Vergleich zwischen ursprünglicher Simulation und gaußverteiltern Simulationen von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$. Man beachte die fehlende Umverteilung des Kathodenbins bei $z = 1$.

die Konstante c eingeführt. Die angepasste Formel für die Skalierung der Simulationsdaten lautet nun:

$$N_{Mess} \hat{=} k \cdot (N_{Simu} - n \cdot c) \quad (71)$$

Wobei n wieder für die Anzahl an miteinander verglichenen Bins steht. In diesem Fall liegen zwischen $z = 0,65$ und $z = 0,95$ genau $n = 31$ Bins, bei einer Binbreite von $0,01$.

Die Anzahl der Freiheitsgrade ändert sich aber durch die beiden zusätzlichen Parameter c und σ , bzw. die Halbwertsbreite.

An der Formel für die Aktivität und der Gesamtzahl der simulierten Ereignisse ändert sich durch diese beiden Verbesserungen nichts. Nur die Zahl der simulierten Events im Cut-Bereich und der Faktor k müssen angepasst werden.

(0.320 MeV < E < 4 MeV)

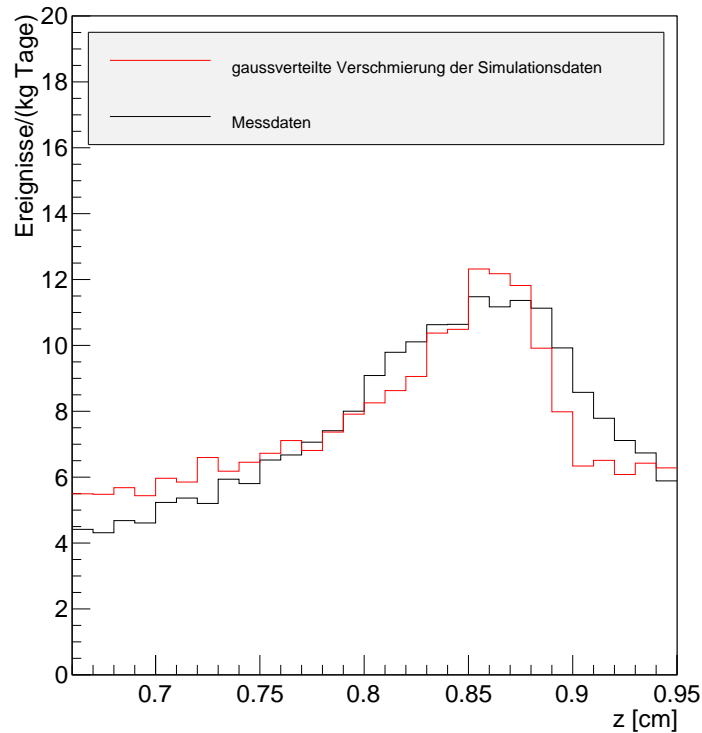


Abbildung 29: Vergleich zwischen Messdaten und gaußverteilten Simulationswerten von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$.

Abbildung (29) zeigt den Vergleich zwischen Messdaten und gaußverteilten Simulationswerten von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$. Mithilfe der Gaußverteilung für ^{210}Bi und ^{210}Po erhält man für den Untergrund $c = -190$ (pro Bin), für den Skalierungsfaktor $k = 1,4$ und $N_{\text{Simu}} = 21984$. Damit ergeben sich die für ^{210}Bi und ^{210}Po kombinierten Aktivitäten $(116,6 \pm 0,6) \text{ mBq/m}^2$ und $(129,2 \pm 0,7) \text{ mBq/kg}$.

In Abbildung (30) wurden die Messdaten und die gaußverteilten Simulationswerte von ^{210}Bi im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$ miteinander verglichen. Der χ^2 -Test wird dabei nur im Bereich $0,65 < z < 0,95$ durchgeführt. Dadurch erhält man die Parameter $c = 30$ und $k = 1,4$ und die Aktivitäten $A_{\text{Bi, Fläche}} = (69,9 \pm 0,4) \text{ mBq/m}^2$ und $A_{\text{Bi, Masse}} = (77,4 \pm 0,4) \text{ mBq/kg}$.

Für ^{210}Po hat die Gaußverteilung keinen Nutzen, da hier die beiden scharfen Randpeaks der Messdaten und der Simulation miteinander verglichen werden. Die berechneten Aktivitäten bleiben $A_{\text{Po, Fläche}} = (100,7 \pm 0,05) \text{ mBq/m}^2$ und $A_{\text{Bi, Masse}} = (111,5 \pm 0,05) \text{ mBq/kg}$.

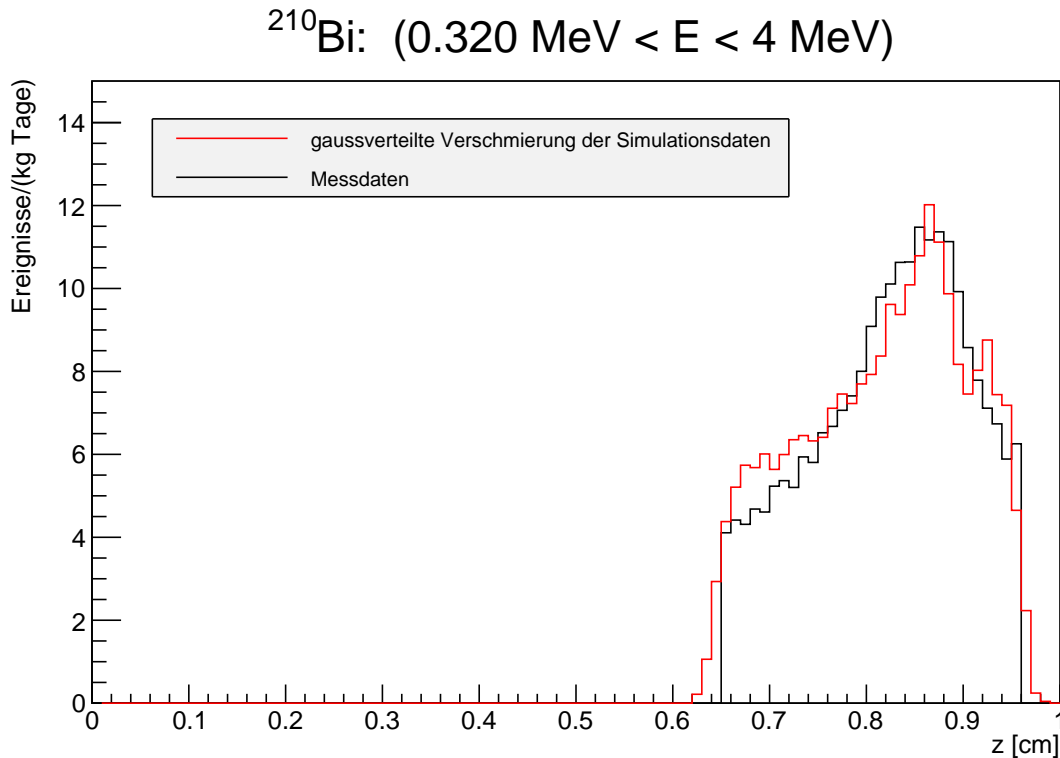


Abbildung 30: Vergleich zwischen Messdaten und gaußverteilten Simulationswerten von ^{210}Bi im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$. Der χ^2 -Test wird nur im Bereich $0,65 < z < 0,95$ durchgeführt.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es herauszufinden, um welche Isotope es sich bei dem Untergrund in den Messdaten des COBRA-Experiments handelt und die Aktivität dieser Isotope zu bestimmen. Dafür wurde zuerst eine komplette Lage der Detektoren inklusive der Halterung am Computer modelliert. Auf der Oberfläche dieses Halters wurden radioaktive Zerfälle simuliert. Aufgrund der charakteristischen Zerfallsmodi und Zerfallsenergien der radioaktiven Isotope konnten ^{210}Bi und ^{210}Po als Quelle der radioaktiven Kontamination festgelegt werden. Mithilfe einer χ^2 -Minimierung in ausgewählten Energiebereichen und Interaktionstiefen wurden die Simulationen mit den Messdaten analytisch verglichen. So konnten die Aktivitäten der beiden Isotope zu $A_{\text{Bi}} = (69,9 \pm 0,4) \text{ mBq/m}^2$ und $A_{\text{Po}} = (100,7 \pm 0,05) \text{ mBq/m}^2$ erfolgreich bestimmt werden.

Allerdings wurden von Anfang an kleine Näherungen etabliert, zum Beispiel, dass in der Simulation die Halter aus mehreren Teilvolumen zusammengesetzt sind und dadurch einige Oberflächen doppelt vorkommen. Des Weiteren wurde angenommen, dass die Aktivitäten von ^{210}Bi und ^{210}Po gleich sind. Wie in Kapitel 5.2 gezeigt wurde, haben diese aber (besonders bei kurzen Messdauern) ein paar Prozent Unterschied. Zwei weitere Näherungen entstehen durch die gaußsche Umverteilung. Einerseits ist die Genauigkeit der verwendeten Halbwertsbreite noch unbekannt und zweitens entstehen zusätzliche Probleme durch die unterschiedliche Behandlung

der Bins und durch das „Auslaufen“ der Randbins.

Die Ergebnisse können verbessert werden, indem die Auswirkungen solcher Näherungen geprüft werden und nötigenfalls korrigiert werden.

Literatur

- [Ag05] Gummi Roost Ag. Beschreibung Kunststoffe, Materialbeschreibungen aus Maag-technik 8. Ausgabe. 2005.
- [B⁺13] Dr. Martin Badertscher et al. Radioaktivität. 2013.
- [Bet30] H. A. Bethe. Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie. 1930.
- [CWR13] Dr. Simone Körner Claudia Wagner and Dr. Christiane Reifenhäuser. UmweltWis-sen Strahlung, Radon in Gebäuden. 2013.
- [eaPDG10] K. Nakamura et al. (Particle Data Group). Neutrino Properties. 2010.
- [eaPDG12] J. Beringer et al. (Particle Data Group). Leptons. 2012.
- [EHF09] A. Fauler E. Hamann, A. Zwerger and M. Fiederle. Entwicklung von (Cd,Zn)Te Coplanar Grid Detektorsystemen. 2009.
- [Ems91] J. Emsley. *THE ELEMENTS : Sec. Ed.* Clarendon Press, Oxford, 1991. <http://webmineral.com/chem/Chem-Pt.shtml#.U11RWVfB0aA>.
- [Fä05] Prof. Dr. Dr. Amand Fäßler. Kapitel 2, Kern- und Teilchenphysik. 2005.
- [Fra09] Paul Frame. General Information About K-40. 2009.
- [He00] Zhong He. Review of the Shockley–Ramo theorem and its application in semicon-ductor gamma-ray detectors. 2000.
- [Hei11] Nadine Heidrich. Entwicklung einer Abschirmung für das COBRA– Experiment mit Hilfe von Monte–Carlo Simulationen. 2011.
- [JEZ13a] C. Gößling T. Göpfert D. Gehre C. Hagner N. Heidrich T. Köttig T. Neddermann C. Oldorf T. Quante S. Rajek O. Reinecke O. Schulz J. Tebrügge J. Timm B. Wonsak J. Ebert, M. Fritts and K. Zuber. Current Status and Future Perspective of the COBRA Experiment. 2013.
- [JEZ13b] C. Oldorf W. Schmidt–Parzefall B. Wonsak J. Ebert, C. Hagner and R. Zimmer-mann. The COBRA Experiment. 2013.
- [Koe10] T. Koettig. Search for Neutrinoless Double Beta Decay with the COBRA Experi-ment. 2010.
- [MF13] Thomas Göpfert Thomas Wester Kai Zuber Matthew Fritts, Jürgen Durst. Analy-tical model for event reconstruction in coplanar grid CdZnTe detectors. 2013.

- [Old11] Christian Oldorf. Untersuchung des Verhaltens von CdZnTe – Detektoren in Flüssigszintillator für das COBRA– Experiment. 2011.
- [RO13] Silke Rajek and Christian Oldorf. Location of the COBRA Experiment. 2013. http://www.cobra-experiment.org/the_cobra_experiment/location/.
- [Sch97] Prof. Dr. Norbert Schmitz. *Neutrino-physik*. Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1997.
- [Sei10] Prof. M. Seibt. Das Gesetz des radioaktiven Zerfalls. 2010.
- [Str05] Referat Strahlenschutz. Radon in Gebäuden - ein Gesundheitsrisiko? 2005.
- [Wah07] Wolfgang Wahl. Radionuklid-Handbuch für den Anwender in der Spektrometrie im Strahlenschutz und der Medizin. 2007.
- [WLS06] D. J. Morrissey W. Loveland and G. T. Seaborg. *Modern Nuclear Chemistry*. Wiley, New York, 2006.

Abbildungsverzeichnis

1	Massendefekt	11
2	neutrinoloser Doppel-Beta-Zerfall	12
3	Energiespektrum des $2\nu\beta\beta$ und $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls	13
4	Demonstratoraufbau	16
5	CPG-Detektor	17
7	Messdaten	20
8	Relative Aktivität von $^{222}\text{Rn} \rightarrow ^{218}\text{Po} \rightarrow ^{214}\text{Pb} \rightarrow ^{210}\text{Pb}$	30
9	Relative Aktivität von $^{210}\text{Pb} \rightarrow ^{210}\text{Bi} \rightarrow ^{210}\text{Po} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$	31
10	Visualisierung des simulierten Halters	33
11	Simulation ^{210}Bi (obere Halterplatte)	35
12	Simulation ^{210}Bi (untere Halterplatte)	36
13	Simulation ^{210}Bi (Bodenplatte)	36
14	Simulation ^{210}Bi (gesamt)	37
15	Simulation ^{210}Po (obere Halterplatte)	38
16	Simulation ^{210}Po (untere Halterplatte)	39
17	Simulation ^{210}Po (Bodenplatte)	39
18	Simulation ^{210}Po (gesamter Halter)	40
19	Simulation ^{210}Po (gesamter Halter, Ausschnitt)	40
20	Simulation ^{210}Bi und ^{210}Po (gesamter Halter)	41
21	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,04 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	44
22	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	44
23	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 2 \text{ MeV}$	45
24	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $2 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	45
25	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten von ^{210}Bi im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	47
26	Vergleich zwischen Messdaten und skalierten Simulationswerten von ^{210}Po im Bereich $0,98 < z < 1$ und $5,1 \text{ MeV} < E < 5,5 \text{ MeV}$	47
27	Vergleich zwischen ursprünglicher Simulation und gaußverteilten Simulations- werten von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	49
28	Vergleich zwischen ursprünglicher Simulation und gaußverteilten Simulations- werten von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	50
29	Vergleich zwischen Messdaten und gaußverteilten Simulationswerten von ^{210}Bi und ^{210}Po im Bereich $0,65 < z < 0,95$ und $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	51

30	Vergleich zwischen Messdaten und gaußverteilten Simulationswerten von ^{210}Bi im Bereich $0,32 \text{ MeV} < E < 4 \text{ MeV}$	52
----	--	----

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, 20. Mai 2014, David Schwickert