

Koinzidenzanalysen zur Untersuchung des Einfangs thermischer Neutronen am Cd-113 im COBRA-Experiment

(Coincidence Analysis to Investigate Thermal Neutron Capture of
Cd-113 in the COBRA Experiment)

von
Henning Rebber
geboren am
03.06.1988

**Bachelor-Arbeit im Studiengang Physik
Universität Hamburg**

2013

- 1. Gutachter: Dr. Björn Sönke Wonsak**
- 2. Gutachterin: Prof. Dr. Caren Hagner**

Zusammenfassung

Das COBRA-Experiment will mithilfe von CdZnTe-Detektoren den neutrinolosen Doppelbeta-zerfall nachweisen. Die lange Halbwertszeit des Zerfalls von über 10^{26} Jahren macht COBRA zu einem Niedrigratenexperiment, für das die Minimierung und Identifizierung von Untergrund entscheidend sind.

Durch die Moderation schneller Myon-induzierter Neutronen sowie durch radioaktive Quellen in der Umgebung können thermische Neutronen in die Detektoren gelangen. Das natürliche Cadmium im Detektormaterial enthält zu 12,2 % das Isotop ^{113}Cd , das einen hohen Wirkungsquerschnitt für den Einfang thermischer Neutronen aufweist. Das beim Einfang entstehende angeregte ^{114}Cd emittiert 9043 keV in Form einer Kaskade von Photonen, die zum Untergrund beitragen.

In dieser Arbeit wird eine Methode entwickelt, solche Einfangereignisse durch Koinzidenzanalysen zu erkennen und über einen Vergleich mit Monte-Carlo-Simulationen den Fluss thermischer Neutronen im abgeschirmten Detektorbereich abzuschätzen. Es konnte in erster Näherung ein Fluss von $\Phi_n \leq 4,48 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}}$ gefunden werden. Diese obere Grenze kann durch die Auswertung zukünftiger Messungen stark reduziert werden.

Abstract

The COBRA experiment wants to detect neutrinoless double beta decay by using CdZnTe detectors. A low event rate is expected due to the long half-life of more than 10^{26} years. This makes the minimization and identification of background essential.

By moderation of fast muon-induced neutrons and neutrons originating from radioactive sources, thermal neutrons can get into the detectors. The cadmium in the detector material contains the isotope ^{113}Cd with the natural abundance of 12.2 %. ^{113}Cd shows a rather high cross section for thermal neutron capture. The excited ^{114}Cd produced during this reaction emits an energy of 9043 keV in terms of a cascade of photons, which contribute to the background.

Throughout this thesis, a method is developed to recognize such capture events via search for coincidences, and the thermal neutron flux inside the shielded detectors is estimated by comparing the coincidences with Monte Carlo methods. A flux of $\Phi_n \leq 4,48 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}}$ was obtained in a first approximation. This upper limit can be strongly reduced by evaluation of further measurements.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Physikalische Grundlagen	9
2.1	Das Standardmodell	9
2.2	Helizität und Chiralität	11
2.3	Dirac- und Majoranateilchen	11
2.4	Neutrino-physik jenseits des Standardmodells	12
2.5	Kerne und Bindungsenergie	14
2.6	Zerfälle	15
3	Das COBRA-Experiment	21
3.1	Konzept	21
3.2	Das Detektionsprinzip	22
3.3	Untergrund	25
3.4	Testaufbau am LNGS	31
4	Koinzidenzanalysen	33
4.1	Software	33
4.2	Analyse von MC-simulierten Daten	34
4.3	Analyse von COBRA-Messdaten	38
4.4	Abschätzung des Neutronenflusses	45
5	Zusammenfassung und Ausblick	49
A	Grenzberechnung mit der Feldman-Cousins-Methode	51
	Abbildungsverzeichnis	53
	Tabellenverzeichnis	54
	Bibliographie	57

Kapitel 1

Einleitung

Seit seiner ersten Erwähnung im Jahr 1930 durch Wolfgang Pauli ist das Neutrino bis heute als Gegenstand der Forschung von zentraler Bedeutung im Bereich der Teilchen- und Astroteilchenphysik. Obgleich die Existenz des Neutrinos schon 1956 im *Poltergeist*-Experiment bewiesen werden konnte, ist über seine Eigenschaften bislang wenig bekannt [1].

Zu den ungeklärten Aspekten gegenwärtiger Neutrinophysik gehören die Masse und die hypothetische Majoranidentität des Teilchens, d.h. die Frage, ob das Neutrino sein eigenes Antiteilchen ist. Das Heidelberg-Moskau-Experiment versuchte zu diesem Zweck, Majorananeutrinos durch neutrinolosen Doppelbetazerfall ($0\nu\beta\beta$ -Zerfall) nachzuweisen. Aus der Halbwertszeit des Zerfalls ließe sich dann die Majoranamasse bestimmen. Zwar meldete die Heidelberg-Gruppe einen erfolgreichen Nachweis [2], allerdings sind die Ergebnisse umstritten [3]. Aktuelle Projekte wie GERDA¹ und COBRA² versuchen daher ebenfalls, einen Nachweis des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls zu erbringen. Als Zerfallsmaterial dienen Halbleiterkristalle, die zugleich zur Detektion eingesetzt werden.

Die große Schwierigkeit beim Nachweis ist die Untergrundminimierung. Dass für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall, abhängig vom zerfallenden Isotop, eine Halbwertszeit von über 10^{26} Jahren angenommen wird, macht seinen Nachweis zu einem Niedrigratenexperiment. Die Detektoren sind deshalb bestmöglich gegen Untergrund abzuschirmen.

COBRA unterscheidet sich von Heidelberg-Moskau und GERDA in erster Linie durch die Wahl des Halbleiters. Anstelle von Germanium wird Cadmium-Zink-Tellurid (CdZnTe) eingesetzt, in dem vornehmlich das Isotop ^{116}Cd zerfallen soll. Hier ist von Vorteil, dass der signifikante Energiebereich im Detektor deutlich weniger durch natürliche Radioaktivität überlagert wird als bei Germanium. Allerdings enthält CdZnTe anteilig auch das Isotop ^{113}Cd , das einen großen Wirkungsquerschnitt für den Einfang thermischer Neutronen besitzt. Dieser Einfang generiert angeregtes ^{114}Cd , das infolgedessen durch Photonenemissionen für unerwünschten Untergrund sorgen kann.

Derzeit befindet sich COBRA in der Forschungs- und Entwicklungsphase. Seit 2011 werden Messdaten an einem Testaufbau genommen, der unter anderem gegen das Eindringen thermi-

¹GERmanium Detector Array

²Cadmium-Zinc-Telluride **0**-neutrino double-**B**eta **R**esearch **A**pparatus

scher Neutronen abgeschirmt ist³. Es ist dennoch nicht vollständig auszuschließen, dass thermische Neutronen in die Detektoren gelangen.

Durch die Suche nach koinzidenten Ereignissen mit Energiedepositionen aus dem bekannten Emissionsspektrum von ^{114}Cd können Neutroneneinfänge von ^{113}Cd identifiziert werden.

Bislang ist der thermische Neutronenfluss im Detektor nicht gemessen worden. Ein Vergleich der Koinzidenzrate mit Monte-Carlo-Simulationen eröffnet jedoch die Möglichkeit, diesen indirekt zu bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit wird untersucht, inwieweit der Fluss thermischer Neutronen innerhalb der Detektorabschirmung durch Koinzidenzmessungen berechnet werden kann. Dazu wird in Kapitel 2 ein Überblick über die in diesem Zusammenhang relevanten Grundlagen der Kern- und Neutrinophysik gegeben. Es folgt in Kapitel 3 eine nähere Beschreibung des COBRA-Experiments, bei der insbesondere auf den Untergrund und das Abschirmkonzept eingegangen wird. Kapitel 4 schildert die durchgeführten Koinzidenzanalysen. Ausgehend von der Auswertung der Monte-Carlo-Simulationen und der Messdaten des Testaufbaus wird eine obere Grenze für den thermischen Neutronenfluss abgeschätzt. Die wichtigsten Ergebnisse werden in Kapitel 5 abschließend zusammengefasst und diskutiert.

³Auch vor 2011 wurden bei COBRA Messungen durchgeführt, allerdings erfolgt die Datennahme am jetzigen Standort bei ständigen Stickstoffspülungen und mit der Möglichkeit von Pulsformanalysen erst seit 2011.

Kapitel 2

Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden physikalischen Aspekte, die zum Verständnis des COBRA-Experiments notwendig sind, auf zusammenfassende Weise dargestellt. Ausgehend von einem Überblick über das Standardmodell der Teilchenphysik in Abschnitt 2.1 werden in Abschnitt 2.2 Helizität und Chiralität erklärt, um darauf aufbauend in den Abschnitten 2.3 und 2.4 die Problematik bei der Festlegung auf Dirac- oder Majorananeutrino zu erläutern. Ein weiterer Schwerpunkt des Kapitels liegt auf kernphysikalischen Vorgängen. Es wird in Abschnitt 2.6 auf verschiedene Zerfallsprozesse und insbesondere auf den neutrinolosen Doppelbetazerfall eingegangen.

2.1 Das Standardmodell

Alle Materie setzt sich im Standardmodell der Teilchenphysik (SM) aus unteilbaren Elementarteilchen zusammen, die sich in Fermionen und Bosonen ordnen lassen. Die Fermionen tragen den Spin $\frac{1}{2}$ und werden ihrerseits in Quarks und Leptonen mit jeweils drei Familien unterteilt. Dieses Schema ist in Tab. 2.1 dargestellt.

Die Quarks unterscheiden sich in ihrer Masse sowie ihrer elektrischen Ladung von $\frac{2}{3} e$ für Up- (u), Charm- (c) und Topquark (t) bzw. $-\frac{1}{3} e$ für Down- (d), Strange- (s) und Bottomquark (b), wobei e die Elementarladung bezeichnet.

Unter den Leptonen besitzen das Elektron (e), das Myon (μ) und das Tauon (τ) jeweils eine spezifische Ruhemasse, tragen jedoch alle dieselbe elektrische Ladung von $-e$. Die elektrisch neutralen Neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ) gelten nach dem SM als masselos.

Tabelle 2.1: Einteilung der fermionischen Elementarteilchen in Quarks, Leptonen und Familien

Familie	1	2	3
Quarks	u	c	t
	d	s	b
Leptonen	ν_e	ν_μ	ν_τ
	e	μ	τ

Zu jedem Fermion gibt es ein Antiteilchen, das sich von ihm lediglich durch entgegengesetzte Parität¹ und elektrische Ladung unterscheidet (vgl. Abschnitt 2.3).

Alle Fermionen tragen zudem eine spezifische Quantenzahl, die familien-spezifische Leptonzahl, die in der Summe vor und nach jeder Wechselwirkung erhalten bleibt.

In der Quantenfeldtheorie werden Observablen² durch Operatoren mit quantisierten Eigenwerten beschrieben, ebenso werden Wechselwirkungen als quantisierte Felder betrachtet. Es existieren vier fundamentale Wechselwirkungen, von denen drei im SM durch konsistente Quantenfeldtheorien beschrieben werden können. Demnach gibt es die Symmetriegruppen $U(1)$, $SU(2)$ und $SU(3)$, aus denen die Existenz bosonischer Austauschpartikel folgt³. Diese koppeln ausschließlich an Teilchen, die eine entsprechende Ladung besitzen.

Die $U(1) \times SU(2)$ -Symmetrie liegt der Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung zugrunde. Sie führt auf die Existenz von Photonen, Z - und W -Bosonen.

Die elektromagnetische Wechselwirkung beruht auf dem Austausch virtueller Photonen (γ) zwischen elektrisch geladenen Teilchen. Das masselose Photon trägt selbst keinerlei Ladung, eine Wechselwirkung zwischen zwei Photonen ist daher unmöglich. Aufgrund der Masselosigkeit der Photonen ist die Reichweite der elektromagnetischen Kraft unbegrenzt.

Alle Quarks und Leptonen sind schwach geladen. Die schwache Wechselwirkung wird durch die elektrisch neutralen Z^0 - sowie die mit $+e$ bzw. $-e$ geladenen W^+ - und W^- -Bosonen vermittelt. Ihre geringe Reichweite der Größenordnung 10^{-18} m ist auf die Masse von etwa $91 \text{ GeV}/c^2$ [5] für das Z^0 und $80 \text{ GeV}/c^2$ [5] für das W^\pm bei begrenzter Lebensdauer zurückzuführen.

Aus der $SU(3)$ -Gruppe folgt die Existenz von Gluonen. Sie vermitteln die starke Wechselwirkung zwischen Teilchen mit Farbladung. Dies sind die Quarks sowie auch die Gluonen selbst, die jeweils mit einer Kombination aus Farbe und Antifarbe geladen sind. Bei je drei verschiedenen Farben und Antifarben führt die Gruppentheorie auf $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$ unterschiedliche Gluontypen, wobei nur die Gluonen des Farboktetts tatsächlich vorkommen. Durch starke Wechselwirkung ist es den Quarks möglich, sich zu farbneutralen Hadronen zu verbinden. Beispiele hierfür sind die Nukleonen, d.h. Protonen und Neutronen, aus denen ein Atomkern zusammengesetzt ist. Obwohl Gluonen, wie Photonen, keine Ruhemasse besitzen, sorgt das *Quark Confinement*, die Bedingung, dass Quarks nur in farbneutralen Verbindungen existieren können, dafür, dass die Reichweite der starken Kraft nicht bedeutend über 1,5 fm hinausgeht. Dies entspricht grob der Ausdehnung eines Nukleons.

Eine Beschreibung der Gravitation erfolgt im SM nicht.

¹Die Parität ist eine Symmetrieeigenschaft, die das Verhalten eines physikalischen System unter Raumspiegelung beschreibt.

²messbare Größen, z. B. Energie und Impuls

³Für eine ausführliche Beschreibung der quantenfeldtheoretischen Beschreibung des SM siehe z. B. [4].

2.2 Helizität und Chiralität

Lange wurde die Parität, die jedem quantenmechanischen Zustand zugeordnet wird, als Erhaltungsgröße betrachtet. 1956 konnten durch das Wu-Experiment [6] jedoch erstmalig Paritätsverletzungen für Reaktionen der schwachen Wechselwirkung nachgewiesen werden⁴. Unter einer Spiegelung des Raumes würden diese Vorgänge also räumlich verändert ablaufen. Im Rahmen des SM kann die Paritätsverletzung durch den Zusammenhang zwischen Helizität und Chiralität und die V-A-Theorie erklärt werden.

Der Spin \vec{s} eines Teilchens ist entlang seiner Bewegungsrichtung orientiert, weist also entweder in oder entgegen der Richtung seines Impulses \vec{p} . Als Helizität h ist die Projektion des Spins auf die Impulsrichtung definiert. Es ist also

$$h = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|} = \pm 1. \quad (2.1)$$

Darüber hinaus besitzen Fermionen die Eigenschaft der Chiralität. Die quantenmechanische Beschreibung der Teilchen zerfällt in eine rechtshändige und eine linkshändige Chiralitätskomponente, sodass sich das Teilchen in einem dieser beiden Eigenzustände befinden wird. Nach der V-A-Theorie koppeln nun W^\pm -Bosonen ausschließlich an linkshändige Fermionen und rechtshändige Antifermionen. Für masselose Teilchen ist Rechtshändigkeit gleichbedeutend mit positiver Helizität während Linkshändigkeit negative Helizität voraussetzt. Besitzt ein Fermion jedoch eine endliche Masse, so ist es mit der Wahrscheinlichkeit $p = 1 - \frac{v}{c}$ erlaubt, dass es die jeweils andere Helizität aufweist. Es bezeichnet v die Teilchen- und c die Lichtgeschwindigkeit. Für relativistische Teilchen geht die Wahrscheinlichkeit demnach gegen Null.

Aus dieser Überlegung ergibt sich direkt, dass die im SM masselosen Neutrinos immer linkshändig, ihre Antiteilchen dagegen immer rechtshändig sind.

Bezüglich der maximalen Paritätsverletzung lassen sich damit die bevorzugten Emissionsrichtungen in schwachen Zerfallsprozessen erklären, da durch Chiralität und Helizität die Bewegungsrichtung des Neutrinos, anders als für die massiven Zerfallsprodukte, vorgegeben ist.

2.3 Dirac- und Majoranateilchen

Paul Dirac formulierte 1928 eine Gleichung, die das Verhalten von Fermionen unter Berücksichtigung relativistischer Effekte beschreibt [7]. Für die nach ihm benannte Gleichung

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - \beta m \right) \psi = 0 \quad (2.2)$$

bewies Dirac, dass die α_i aus $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ und β in ihrer einfachsten Darstellung 4×4 -

⁴Wu Experiment, nach Chien-Shiung Wu (1956): Durch ein äußeres Magnetfeld wurden die Spins von Kobaltkernen ausgerichtet und der Zerfall ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$ beobachtet. Die ausgehenden Elektronen wurden fast ausschließlich entgegen des Kernspins emittiert, bei erhaltener Parität hätte man eine gleichmäßige Verteilung entlang und entgegen des Kernspins erwartet.

Matrizen entsprechen. Die Wellenfunktion des Fermions ist der vierkomponentige Vektor

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

auch Dirac-Spinor genannt, dessen Einträge voneinander unabhängige komplexe Funktionen sind. Die ψ_i entsprechen den vier Möglichkeiten „Teilchen“ und „Antiteilchen“ mit jeweils den Helizitäten $h = +1$ und $h = -1$ [8]. Fermionen, zu denen entsprechende Antifermionen existieren, heißen daher Diraceteilchen. Alle elementaren Fermionen sind nach dem SM Diraceteilchen. Ettore Majorana gelang es als erstem, Gl. (2.2) auch für eine Wellenfunktion mit vier reellen Komponenten zu lösen [9]. Die dadurch beschriebenen Majoranateilchen unterscheiden sich von den Diraceteilchen durch die Eigenschaft, dass Teilchen und Antiteilchen identisch sind. Dies kann folglich nur für Fermionen zutreffen, die keine elektrische Ladung besitzen. Da die Unterscheidung in Teilchen und Antiteilchen entfällt, lässt sich die Wellenfunktion für ein Majoranateilchen auch durch einen zweikomponentigen Vektor ausdrücken⁵.

2.4 Neutrinophysik jenseits des Standardmodells

In der Vergangenheit konnten Neutrinoeigenschaften gefunden werden, die nicht mit dem SM vereinbar sind. So wurden Übergänge zwischen den Familien beobachtet, die periodisch mit der Ausbreitung eines Neutrinos auftreten [10]. Das Phänomen kann durch das Modell der Neutrinooszillationen erklärt werden. Darin wird jeder Neutrino flavour als quantenmechanischer Zustand $|\nu_\alpha\rangle$ betrachtet ($\alpha = e, \mu, \tau$), der durch eine Überlagerung verschiedener Masseneigenzustände $|\nu_i\rangle$ entsteht ($i = 1, 2, 3$). Das Mischungsverhältnis wird durch die Mischungsmatrix U mit den Einträgen $U_{\alpha i}$ gegeben, sodass

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle. \quad (2.4)$$

U ist eine unitäre 3×3 -Matrix, die durch die Mischungswinkel Θ_{12}, Θ_{23} und Θ_{13} mit $0 \leq \Theta_{ij} \leq \frac{\pi}{2}$ und eine CP-verletzende Phase δ mit $-\pi \leq \delta \leq \pi$ festgelegt wird⁶. Zwei weitere Phasen kommen hinzu, wenn von Majorananeutrinos ausgegangen wird.

Es sei m_i der Eigenwert für die Masse eines Neutrinos, das sich im reinen Masseneigenzustand ν_i befindet. Für den Fall, dass $m_1 \approx m_2 \ll m_3$, ergibt sich für die quadratischen Differenzen zwischen den m_i , dass $|\delta m_{12}|^2 \ll |\delta m_{23}|^2 \approx |\delta m_{13}|^2 := \delta m^2$. Diese Annahme führt beispielsweise für ein propagierendes Neutrino, das im Flavourzustand $|\nu_e\rangle$ entsteht, zu einer

⁵Die zweikomponentige Darstellung der Wellenfunktion erfolgt durch Verwendung von Weyl-Spinoren, siehe dazu [8, 9].

⁶CP-Invarianz besagt, dass sowohl die Parität als auch die Ladungskonjugation erhalten sind, d.h. physikalische Vorgänge laufen unverändert ab, wenn bei gleichzeitiger Spiegelung der Raumkoordinaten Teilchen gegen Antiteilchen getauscht werden.

Übergangswahrscheinlichkeit in den Zustand $|\nu_\mu\rangle$, die durch

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \approx 4U_{e3}^2 U_{\mu3}^2 \sin^2 \left(\frac{\delta m^2}{4} \cdot \frac{L}{E} \right) \quad (2.5)$$

gegeben ist [8]. Hierbei ist L die zurückgelegte Strecke und E die Energie des Neutrinos.

Neutrinooszillationen können also nur dann erfolgen, wenn zwischen den Masseneigenzuständen Differenzen bestehen. Es folgt, dass es mindestens zwei von Null verschiedene, nicht identische Masseneigenzustände geben muss. Die Bestimmung der Mischungswinkel war und ist das Ziel verschiedener Experimente wie OPERA⁷ und Double Chooz.

Es konnten alle drei Winkel bestimmt werden⁸, unbekannt ist hingegen der Wert der CP-verletzenden Phase δ .

Es kann aus den Oszillationen die Existenz endlicher Neutrinomassen und eine Verletzung der Leptonfamilienzahlerhaltung abgeleitet werden, beides steht im direkten Widerspruch zum SM.

Für den Erwartungswert m_{ν_e} der Elektronneutrinomasse konnte im Mainzer Tritium-Beta-Experiment⁹ eine obere Grenze von 2,3 eV gefunden werden [11]. Gegenwärtig ist das Experiment KATRIN¹⁰ darum bemüht, diesen Wert auf 0,2 eV zu reduzieren [11].

Das Elektron, der elektrisch geladene leptonische Partner des Elektronneutrinos, ist mit einer Masse von 511 eV bedeutend schwerer. Die aus Neutrinooszillationsexperimenten bekannten Massendifferenzquadrate δm_{ij}^2 erlauben den Schluss, dass auch die übrigen Neutrino flavours hinsichtlich der Masse um ein vielfaches von ihren assoziierten elektrisch geladenen Leptonen abweichen¹¹. Eine mögliche Erklärung liefert der Seesaw-Mechanismus. Die im Zusammenhang mit dem SM besprochenen Fermionen gelten als Diraceteilchen, d.h. sie verhalten sich gemäß den aus der Dirac-Gleichung resultierenden Spinoren. Dahingegen gilt für Majoranafermionen, dass die Teilchen mit ihren Antiteilchen identisch sind. Für den Seesaw-Mechanismus ist diese Eigenschaft von großer Bedeutung.

Die mittlere Masse eines Neutrinos ν_α kann quantenmechanisch durch den Erwartungswert $\langle \nu_\alpha | M | \nu_\alpha \rangle$ eines Massenoperators M ausgedrückt werden. Im Seesawmodell wird dazu die Massenmatrix

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_R \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

für einen rechtshändigen Zustand des Neutrinos aufgestellt. m_D heißt Diracmasse, m_D^T ist die Diracmasse in transponierter Form. Außerdem enthält M den Eintrag M_R , der als rechtshändige Majoranamasse bezeichnet wird¹². Die Eigenwerte von M führen neben den geringen Massen

⁷Oscillation Project with Emulsion tRacking Apparatus

⁸Werte für die Mischungswinkel: $\sin^2 \Theta_{12} = 0,306_{-0,015}^{+0,018}$, $\sin^2 \Theta_{23} = 0,42_{-0,03}^{+0,08}$, $\sin^2 \Theta_{13} = 0,021_{-0,008}^{+0,007}$ [5].

⁹Es wurde das Energiespektrum der ausgehenden Elektronen beim β -Zerfall von Tritium vermessen. Um m_{ν_e} zu berechnen wurde das obere Ende des Spektrums mit der theoretischen Spektralkurve für $m_{\nu_e} = 0$ verglichen.

¹⁰KARlsruhe TRItium Neutrino Experiment, gleicher Ansatz wie beim Mainzer Tritium-Beta-Experiment.

¹¹Werte für die Massendifferenzquadrate: $\delta m_{12}^2 = 7,58_{-0,26}^{+0,22} \times 10^{-5} \text{ eV}^2$, $\delta m^2 = 2,35_{-0,09}^{+0,12} \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ [5].

¹²Die Herleitung und Funktion von Dirac- und Majoranamasse sind z. B. [8, 12] zu entnehmen, ihre physikalische

der bekannten Neutrinos auch auf massivere, bislang unentdeckte, Seesawpartner. Die Neutrinomassen ($m_\nu \approx -\frac{m_D^2}{M_R}$) hängen umgekehrt proportional mit der großen Partnermasse ($m_P \approx M_R$) zusammen. Der Name Seesaw (engl. für Wippe) beruht auf dieser Idee. Es erklärt sich hiermit die Massendifferenz zwischen den Neutrinos und allen übrigen Leptonen. Voraussetzung ist jedoch, dass das Neutrino ein Majoranateilchen und somit sein eigenes Antiteilchen ist¹³.

2.5 Kerne und Bindungsenergie

Kerne oder Nuklide sind Verbindungen von Protonen und Neutronen. Ein Kern mit der Masse $m_K(Z, N)$ lässt sich daher durch die Anzahl Z der enthaltenen Protonen der Masse m_p und die Zahl N der enthaltenen Neutronen der Masse m_n charakterisieren. Verbinden sich mehrere Nukleonen zu größeren Nukliden, so entsteht gemäß

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_K(Z, N) \geq 0 \quad (2.7)$$

ein Massendefekt Δm . Ein Teil der Nettomasse wird hierbei in Energie umgewandelt. Diese Bindungsenergie B berechnet sich dann zu

$$B = \Delta mc^2. \quad (2.8)$$

In Abb. 2.1 ist die Bindungsenergie pro Nukleonzahl A gegen A aufgetragen. Es entfällt auf jedes Nukleon im Durchschnitt die Bindungsenergie 8,1 MeV. Bis $A \approx 60$ ist eine steigende Tendenz zu sehen, darüber hinaus sinkt die Kurve wieder leicht. Bemerkenswert sind die Peaks, die bis $A \approx 30$ zu erkennen sind. Es ist hier die energetische Bevorzugung von Kernen abzulesen, bei denen Z und N gerade sind (gg), gegenüber gemischten (ug, gu) oder ungeraden (uu) Paarungen.

Eine Methode zur Berechnung von B liefert die Weizsäckersche Massenformel. Unter Berücksichtigung des Kernvolumens, der Kernoberfläche, der Coulombenergie und dem Neutronenüberschuss bei größeren Kernen ergeben sich (in gleicher Reihenfolge) die Terme der Bindungsenergie mit den entsprechenden Proportionalitätskonstanten a_V , a_S , a_C und a_A zu

$$B(Z, N) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_A \frac{(Z - N)^2}{A} + \Delta E_P. \quad (2.9)$$

Der Energieterm ΔE_P ist der oben beschriebenen Paarungsenergie geschuldet. Es gilt

$$\Delta E_P = \begin{cases} +\delta & \text{für gg-Kerne} \\ 0 & \text{für ug- oder gu-Kerne} \\ -\delta & \text{für uu-Kerne} \end{cases}, \quad (2.10)$$

Bedeutung weiter auszuführen würde an dieser Stelle zu weit führen. Es soll hier lediglich ein Überblick über den Formalismus gegeben werden.

¹³Für eine ausführliche Behandlung des Seesaw-Mechanismus siehe z. B. [8, 12].

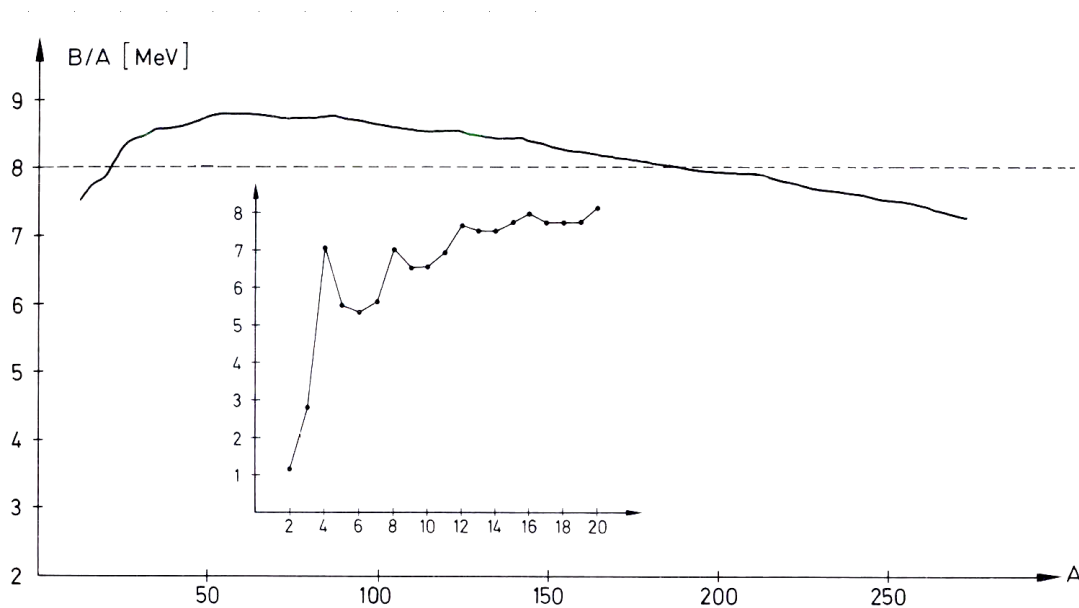


Abbildung 2.1: Bindungsenergie B pro Nukleon A . Der Grund für Peaks im Bereich kleiner A ist die Paarungsenergie. Durchschnittlich beträgt B/A etwa 8,1 MeV. Bild: [13].

wobei δ näherungsweise proportional zu $A^{-\frac{1}{2}}$ ist.

Insbesondere für den doppelten Betazerfall ist die Paarungsenergie von großer Bedeutung.

2.6 Zerfälle

α -, β - und γ -Zerfall

Die Protonen im Kern wirken aufgrund ihrer positiven elektrischen Ladung von $+e$ abstoßend aufeinander. Die elektrisch neutralen Neutronen schwächen diese Abstoßung in ihrer Funktion als räumliche Abstandhalter ab und kompensieren sie zudem durch starke Wechselwirkungen zwischen den Nukleonen. Ein ungünstiges Verhältnis von Protonen zu Neutronen kann daher zur Instabilität des Kerns führen. Da die Reichweite der starken Wechselwirkung stark begrenzt ist, sind Nuklide auch ab einer gewissen Größe nicht mehr stabil. Instabile Kerne zerfallen spontan, ein solcher Zerfall kann auf verschiedene Arten erfolgen.

Bei Durchtunnelung einer Potenzialbarriere ist es einer Verbindung aus zwei Protonen und zwei Neutronen möglich, den Bereich des Kernpotenzials zu verlassen und sich als Heliumkern bzw. α -Teilchen vom Mutterkern abzuspalten. Dadurch verändert sich ggf. das Proton-Neutron-Verhältnis. Im Vergleich mit Abb. 2.1 ist zu erkennen, dass der Prozess bei großen Kernen zu einer günstigeren Energiebilanz führt.

Ein weiterer Zerfallstyp ist der β -Zerfall.

Ein Neutron kann durch den schwachen Wechselwirkungsprozess



in ein Proton umgewandelt werden. Das neben dem Neutrino entstehende Elektron wird als β^- -Teilchen emittiert. Ebenfalls ist beim Zusammentreffen mit einem Elektronneutrino ein Übergang von Proton zu Neutron möglich, wobei ein Positron oder β^+ -Teilchen entsteht:



Auch der β^\pm -Zerfall verändert damit die Proton- und Neutronzahl des Kerns, jedoch nicht die Nukleonenzahl. Ein ähnlicher Prozess ist der Einfang eines Elektrons aus der Atomhülle durch ein Proton des Kerns, das gemäß



in ein Neutron übergeht. Auf die Bilanz der Proton- und Neutronzahl hat der Elektroneneinfang also denselben Effekt wie der β^+ -Zerfall.

Infolge der genannten Zerfälle kann durch die Änderung von Z , N und gegebenenfalls auch A die Bindungsenergie zunehmen (vgl. Gl. (2.9)). Die gewonnene Energie führt zu einer energetischen Anregung des Kerns K . Der energetisch angeregte Kern K^* gibt seine Anregungsenergie spontan oder stimuliert in Form von Photonemission ab. Der Prozess



wird als γ -Strahlung bezeichnet und kann in mehreren Übergängen erfolgen, jedoch nur zwischen den diskreten Energieniveaus des Kerns.

Anregung kann auch auf andere Art stattfinden, etwa durch elastische Stöße. Auch bei einem inelastischen Stoß wie dem Einfang eines Neutrons durch einen Kern kann Energie frei werden und auf den Kern übergehen. Ein Beispiel dafür ist der Neutroneneinfang von ^{113}Cd , infolgedessen wird durch γ -Strahlung eine Anregungsenergie von 9043 keV frei (vgl. hierzu Abschnitt 3.3).

Doppelbetazerfall

Die Paarung gg, uu oder ug/gu von Protonzahl Z und Neutronzahl N führt, wie im Zusammenhang mit Gl. (2.9) besprochen, bei konstanter Nukleonenzahl A zu unterschiedlichen Bindungsenergien. Abb. 2.2 zeigt am Beispiel von Isobaren der Massenzahl 116, wie sich der Verlauf des Massendefektes Δm für die Fälle uu und gg in zwei Parabeln aufspaltet.

Da ein β^\pm -Zerfall in diesen Fällen die Paarungsrelation verändert, d. h. $uu \longrightarrow gg$ und umgekehrt, gibt es Zerfallsvarianten wie z.B. den β^- -Zerfall von ^{116}Cd , die zu einem höheren Energiezustand führen würden und daher verboten sind. Möglich ist hingegen die gleichzeitige Emis-

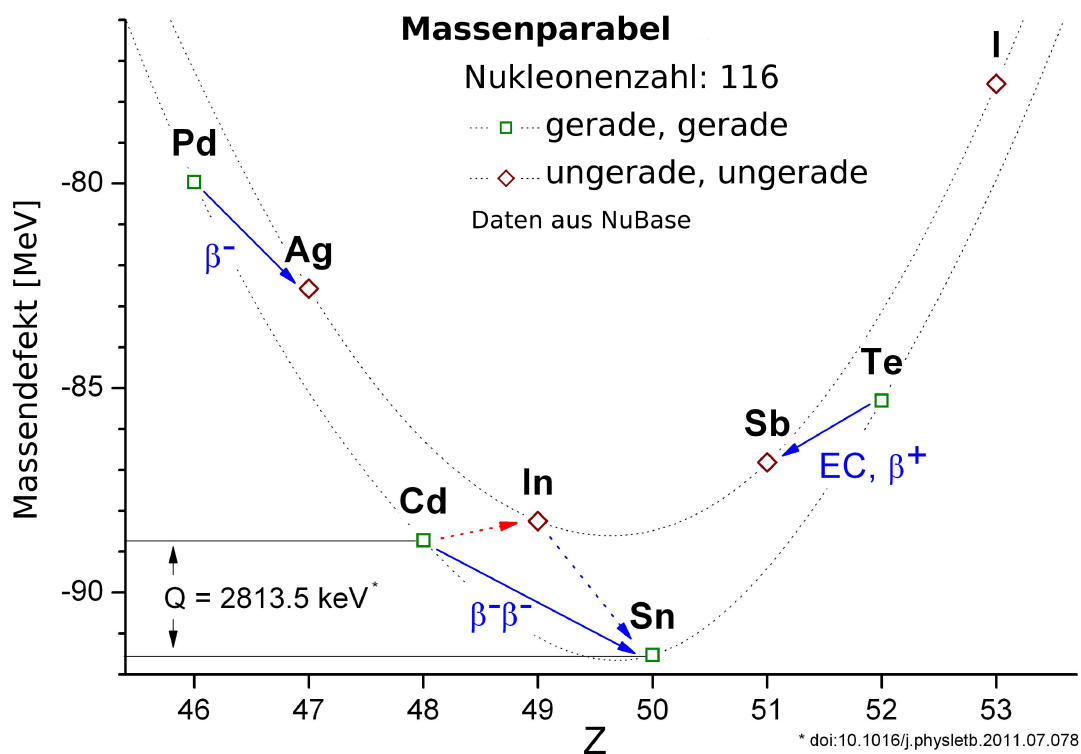


Abbildung 2.2: Massendefekt für Isobare der Massenzahl 116 in Abhängigkeit von der Protonzahl Z . Die Nuklide für gg- bzw uu-Paarungen liegen jeweils auf einer Parabel. Erlaubte Übergänge sind mit blauem, verbotene mit rot gestricheltem Pfeil dargestellt. Bild: Jan Timm.

sion zweier β^\pm -Teilchen, sodass sich die ursprüngliche Paarung nicht ändert, d.h. $uu \rightarrow uu$. Im Fall von ^{116}Cd bedeutet das einen direkten Übergang zu ^{116}Sn unter Emission zweier β^- -Teilchen.

Das beschriebene Prinzip des doppelten β^- -Zerfalls lässt sich auch analog als doppelter β^+ -Zerfall für Isotope auf der rechten Seite der Massenparabel anwenden.

Aufgrund der Leptonzahlerhaltung ist der doppelte β^\pm -Zerfall im SM nur bei gleichzeitiger Emission von zwei Neutrinos möglich. Von den Produkten der Reaktion



lassen sich die ausgehenden Elektronen z.B. in Halbleiterdetektoren nachweisen. Neutrinobegleiteter Doppelbetazerfall ($2\nu\beta\beta$) konnte an verschiedenen Nukliden experimentell nachgewiesen werden¹⁴.

Unter der Annahme, dass es sich beim Neutrino entgegen dem SM um ein Majoranateilchen handelt, ist noch eine weitere, neutrinolose Variante des Doppelbetazerfalls ($0\nu\beta\beta$) denkbar. Diese wurde 1939 von Wendell H. Furry vorhergesagt [14]. Demnach sind zwei simultane β^\pm -Zerfälle möglich, ohne dass Neutrinos unter den Zerfallsprodukten sind. Der Vorgang bedingt die Existenz massiver Majorananeutrinos (Schechter-Valle-Theorem [15]). Über die Ein- und Ausgangsprodukte der Reaktion

¹⁴ $2\nu\beta\beta$ -Zerfall wird für 35 Isotopen angenommen und konnte unter anderem an ^{116}Cd beobachtet werden [5].

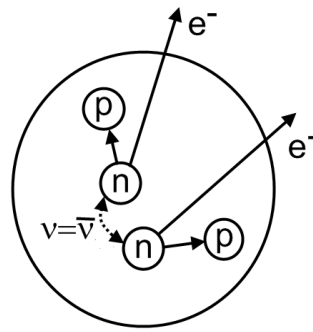


Abbildung 2.3: Veranschaulichung des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls in der Racah-Sequenz. Neben dem Kern sind unter den Zerfallsprodukten nur zwei Elektronen. Bild: Christian Oldorf.



hinaus gibt es über den exakten Ablauf keine Gewissheit. Eine anschauliche Hypothese ist die Racah-Sequenz, bei der, wie in Abb. 2.3 angedeutet, zunächst eines der beiden Neutronen gemäß



zerfällt, wobei das emittierte rechtshändige Antineutrino sogleich als linkshändiges Neutrino den zweiten β^- -Zerfall



des zweiten Neutrons induziert.

Die Forderung, dass das Neutrino sein eigenes Antiteilchen ist, wird in dieser Darstellung deutlich. Doch selbst, wenn sie erfüllt ist, unterscheiden sich die Neutrinos in Gl. (2.17) und Gl. (2.18) noch durch ihre Chiralität. Da nur massive Teilchen sowohl eine von Null verschiedene rechts- als auch linkshändige Komponente besitzen, sind für den Vorgang massive Neutrinos erforderlich.

Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls ist nach [16] gegeben durch

$$(T_{1/2})^{-1} = G(Q, Z) \cdot |M_K|^2 \cdot \left(\frac{\langle m_{\nu_e} \rangle}{m_e} \right)^2. \quad (2.19)$$

Hierbei bezeichnet G einen Faktor, der die Anzahl der beim Zerfall zugänglichen quantenmechanischen Zustände im Phasenraum berücksichtigt. G hängt neben der Kernladungszahl auch vom Q-Wert ab¹⁵. Die notwendige Helizitätsanpassung des Neutrinos fließt in das Kernmatrixelement¹⁶ M_K ein. Darüber hinaus hängt die Halbwertszeit von der Elektronenmasse m_e und der

¹⁵Der Q-Wert gibt den Energiegewinn bzw. -verlust einer Reaktion an.

¹⁶Ein Kernmatrixelement beschreibt den Überlapp der Kernwellenfunktionen im Anfangs- und Endzustand.

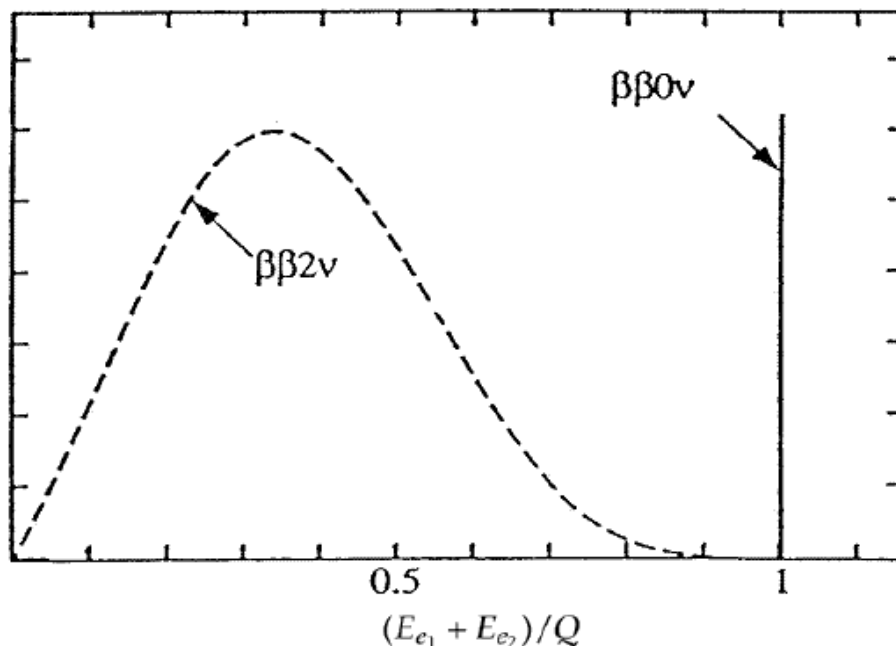


Abbildung 2.4: Spektren der summierten Elektronenergien für $2\nu\beta\beta$ - und $0\nu\beta\beta$ -Zerfall normiert auf den Q-Wert. Der diskrete $0\nu\beta\beta$ -Peak ist hier verglichen mit der $2\nu\beta\beta$ -Kurve um ein Vielfaches überhöht dargestellt. Bild: [17].

effektiven Majoranamasse $\langle m_{\nu_e} \rangle$ des Neutrinos ab. Letztere ist gegeben durch

$$\langle m_{\nu_e} \rangle = \left| \sum_i U_{ei}^2 m_i \right|, \quad (2.20)$$

wobei die U_{ei} identisch mit den in Abschnitt 2.4 eingeführten Matrixelementen der Mischungsmatrix sind und die m_i den dort erwähnten Masseneigenzuständen entsprechen.

Die notwendige Helizitätsanpassung und die Tatsache, dass Neutrinos so leicht sind, haben zur Konsequenz, dass die Halbwertszeit für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall bei über 10^{26} Jahren [5] liegt und damit um mehrere Größenordnungen größer ist als für den $2\nu\beta\beta$ -Zerfall¹⁷.

Die Energie beider Elektronen in Summe dient als Charakteristikum für den jeweiligen Zerfall. Da die Gesamtenergie vor und nach einer Reaktion erhalten sein muss und beim $2\nu\beta\beta$ -Zerfall eine unbestimmte Gesamtimpulskomponente auf die Neutrinos entfällt, ist das Spektrum in diesem Fall kontinuierlich, wohingegen für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall mit einem diskreten Peak beim Q-Wert des Zerfalls zu rechnen ist (vgl. Abb. 2.4).

Durch den Nachweis des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls ließe sich die Majorananatur des Neutrinos beweisen und die effektive Majoranamasse bestimmen.

¹⁷Die gemessene Halbwertszeit des $2\nu\beta\beta$ -Zerfalls von ^{116}Cd beträgt beispielsweise $2,9_{-0,003}^{+0,004} \times 10^{19}$ Jahre.

Kapitel 3

Das COBRA-Experiment

In den folgenden Abschnitten werden einige wesentliche Aspekte des COBRA-Experiments vorgestellt. Im Hinblick auf die Koinzidenzanalysen wird dabei in Abschnitt 3.2 insbesondere das Detektionsprinzip näher geschildert. Weiterhin liegt der Schwerpunkt auf Untergrundereignissen (Abschnitt 3.3) und dem Abschirmkonzept am derzeitigen Testaufbau (Abschnitt 3.4).

3.1 Konzept

Die lange Halbwertszeit des neutrinolosen Doppelbetazerfalls erschwert seinen Nachweis maßgeblich. Die geringe Zählrate wird um ein Vielfaches von Untergrundereignissen überlagert. Das macht eine möglichst exakte Energieauflösung essentiell, weshalb sich Halbleiterdetektoren anbieten und eingesetzt werden. Um die Kontamination durch radioaktive Elemente im Innern des Experimentaufbaus auf ein Minimum zu reduzieren, wählten die Experimentatoren von Heidelberg-Moskau und GERDA Germanium als Detektormaterial, einen Halbleiter, der zugleich als Quelle des $0\nu\beta\beta$ -Zerfalls dienen sollte.

Der Ansatz „Quelle = Detektor“ liegt auch dem COBRA-Experiment zu Grunde. Problematisch beim Nachweis mit Germanium ist jedoch, dass für Germanium der Q-Wert und damit die erwartete $0\nu\beta\beta$ -Linie in einem Spektralbereich liegt, in dem sich auch γ -Strahlen aus den Zerfällen von ^{232}Th und ^{238}U niederschlagen. Beide Strahler sind Teile häufiger natürlicher Zerfallsreihen. Spuren davon sind im Aufbau kaum vermeidbar. Für das Quellmaterial ist ein Q-Wert von mehr als 2614 keV wünschenswert, da sich hier die höchste relevante γ -Linie aus natürlichem Zerfall¹ befindet [18].

Ein hoher Q-Wert vergrößert darüber hinaus den Phasenraum des $0\nu\beta\beta$ -Prozesses, die Zerfallsrate skaliert mit Q^5 . Für eindeutige Messergebnisse ist ein minimaler Q-Wert von 2 MeV notwendig [16].

Unter der Voraussetzung, dass mit dem Material ein Halbleiter realisierbar sein muss, und unter Berücksichtigung des Q-Wertes und der natürlichen Isotopenhäufigkeit fiel die Wahl für das

¹ β^- -Zerfall von ^{208}Tl innerhalb der ^{232}Th -Reihe

Tabelle 3.1: Auflistung der $\beta\beta$ -Emitter in CdZnTe [19].

Isotop	Q-Wert [keV]	nat. Häufigkeit [%]
^{64}Zn	1096	48,2
^{70}Zn	1001	0,6
^{106}Cd	2775,4	1,25
^{108}Cd	272	0,89
^{114}Cd	534	28,73
^{116}Cd	2813,5	7,49
^{120}Te	1714,8	0,096
^{128}Te	865,9	31,69
^{130}Te	2529	33,80

COBRA-Experiment auf CdZnTe. Dieser Halbleiter ist zwar hinsichtlich seiner physikalischen Eigenschaften und seiner Herstellungsoptimierung weniger gut erforscht als Germanium, hat aber den großen Vorteil, auch bei Raumtemperatur verwendbar zu sein.² Gleich mehrere der enthaltenen Isotope sind Kandidaten für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall, eine Übersicht gibt Tab. 3.1.

In Bezug auf seinen Q-Wert ist ^{116}Cd mit 2813,5 keV von besonderem Interesse. Die Isotopenhäufigkeit liegt mit 7,47 % in einem annehmbaren Bereich und lässt sich durch Anreicherung noch steigern.

Obwohl der Q-Wert von ^{130}Te mit 2529 keV unterhalb des 2614 keV-Peaks liegt, befindet er sich genau in einem Bereich, in dem mit vergleichsweise wenig Untergrund zu rechnen ist [18]. ^{130}Te zeichnet sich besonders durch seine Isotopenhäufigkeit von knapp 34 % aus.

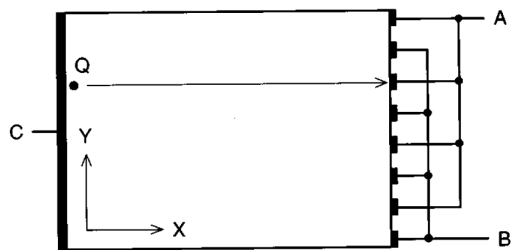
Ähnlich wie bei Germanium lassen sich aus CdZnTe Kristalle von hoher nuklearer Reinheit züchten. Da es sich um einen ternären, also aus drei Elementen zusammengesetzten, Halbleiter handelt, ist seine Herstellung komplizierter als die von Germaniumkristallen. Unter anderem entstehen während des Wachstumsprozesses leicht ungewollte Korngrenzen und Tellureinschlüsse. Die erreichbare Kristallgröße ist dadurch stark eingeschränkt.

Für COBRA wird eine effektive Detektormasse von mehreren hundert Kilogramm benötigt. Ein Kristall dieser Größenordnung ist technisch nicht realisierbar. Aus diesem Grund soll ein dreidimensionales Array aus einzelnen Detektorwürfeln gebildet werden. Gleichzeitig eröffnet ein solcher Aufbau die Möglichkeit, mehrere Signale simultan zu messen und Ereignisse durch Signalkoinzidenzen zu identifizieren.

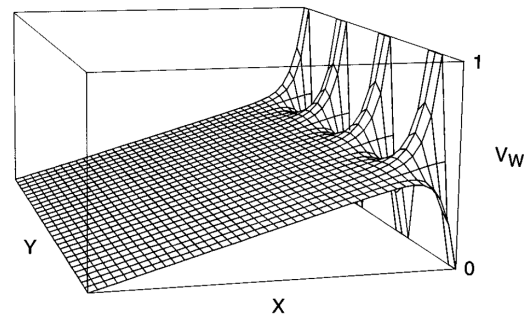
3.2 Das Detektionsprinzip

Für die exakte Zuordnung der Zerfallsprozesse bei COBRA ist eine möglichst genaue Energieauflösung notwendig. Halbleiterdetektoren messen die deponierte Energie durchgehender Strahlung mit großer Genauigkeit. Dazu wird zunächst ein elektrisches Feld an den Halbleiter

²Die Bandlücke von CdZnTe ist breiter als die von Ge. Die notwendige Energie zum Generieren von Elektron-Loch-Paaren ist damit höher.



(a) Schaltung der Elektroden im CPG-Detektor



(b) Das Feld verläuft weitgehend linear, die starken Verformungen erfolgen erst in unmittelbarer Nähe zu den Anoden.

Abbildung 3.1: Eine koplanare Anordnung der Elektroden verändert das Potenzialfeld. Bilder: [20].

angelegt. Reicht die deponierte Energie aus, die Lücke zwischen Valenz- und Leitungsband zu überbrücken, werden Elektron-Loch-Paare generiert. Elektronen und Löcher werden von der Anode bzw. der Kathode abgesogen und aufgesammelt. Das Signal, das an den Elektroden ausgelesen wird, ist die induzierte Ladung.

Im simpelsten Fall befinden sich Anode und Kathode an je einem Ende des Halbleiters. Die induzierte Ladung in den Elektroden steigt linear mit der Entfernung, die die bewegten Ladungsträger zurücklegen. Die Signalamplitude ist daher neben der Anzahl auch vom Ort z der Entstehung der Ladungsträger abhängig. Ohne Kenntnis der Driftstrecke ergeben sich somit Ungenauigkeiten in der Energiemessung. Allerdings können diese ausgeglichen werden, wenn die Amplituden beider Elektrodensignale verglichen werden, da in Abhängigkeit von z die Driftstrecke für Anode und Kathode unterschiedlich ist.

Bei CdZnTe bewirken Trappingeffekte³ aufgrund von Kristallfehlern und die materialbedingte geringe Löcherbeweglichkeit, dass das Kathodensignal nicht zuverlässig ausgewertet werden kann. Dieser Effekt zeigt sich besonders bei dickeren Detektorschichten, die zum Nachweis hochenergetischer γ -Strahlen von mehr als 100 keV eingesetzt werden [20].

Die schlechte Kathodenstatistik kann durch eine Veränderung der Elektrodenstruktur umgangen werden. Zwei kammförmige Anoden (A, B) werden dazu ineinandergeschoben, zwischen denen eine schmale Potenzialdifferenz von typischerweise 50-100 V angelegt wird (vgl. Abb. 3.1 (a)). Die Kathodenspannung liegt dagegen bei etwa 1 keV und damit deutlich darüber, sodass über den Großteil des Detektors hinweg ein nahezu lineares Potenzialgefälle besteht. Abb. 3.1 (b) zeigt das Potenzial im Detektor. Es ist zu sehen, dass ein wanderndes Elektron erst in unmittelbarer Anodennähe einen signifikanten Unterschied zwischen den Anoden spürt. Es driftet infolgedessen der Anode auf höherem Potenzial (CA für collecting anode⁴) entgegen und entfernt sich damit gleichzeitig wieder von der zweiten Anode (NCA für non-collecting anode⁵). In Abb. 3.2 sind die zu erwartenden Signalverläufe für CA und NCA aufgetragen. Die induzierte

³trap: (engl.) einfangen⁴collecting anode: (engl.) sammelnde Anode⁵non-collecting anode: (engl.) nicht-sammelnde Anode

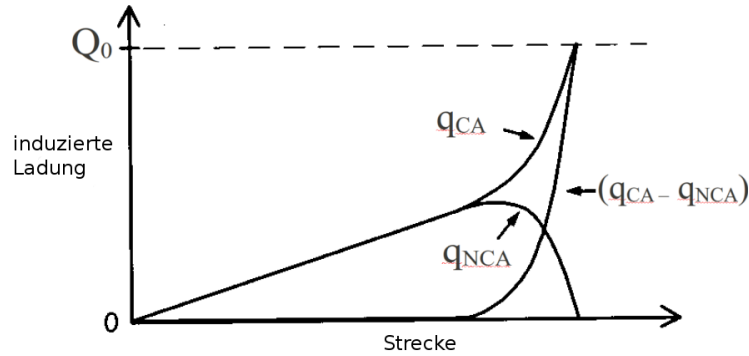


Abbildung 3.2: Die Signale von CA und NCA entsprechen den induzierten Ladungen in den Anoden. Es zeigt sich anfänglich ein gleicher Verlauf, der sich jedoch in Anodennähe entgegengesetzt entwickelt. Ebenfalls aufgetragen ist die Differenz beider Signale. Bild: [20].

Ladung und somit das Signal der NCA ist zunächst identisch mit dem Signal der CA, fällt dann jedoch auf Null ab, während das CA-Signal zunehmend ansteigt. Die Änderung Δq der induzierten Ladungen an den Anoden ist gegeben durch

$$\Delta q_{CA} = \frac{1}{2} Q_0 (z_0 + 1) \quad (3.1)$$

und

$$\Delta q_{NCA} = \frac{1}{2} Q_0 (z_0 - 1) \quad (3.2)$$

[21]. Hierbei ist Q_0 die Gesamtheit der bei der Wechselwirkung entstandenen negativen Ladungen und z_0 die Entfernung zwischen der Anodenfläche und dem Interaktionspunkt z . z_0 ist zunächst unbekannt, entfällt jedoch bei der Subtraktion beider Signale:

$$\Delta q_{CA} - \Delta q_{NCA} = Q_0 \quad (3.3)$$

Die Amplitude des Differenzsignals liefert also Q_0 , ohne dass das Kathodensignal als Referenz benötigt wird. Als weitere Information lässt sich durch

$$\frac{\Delta q_{CA} + \Delta q_{NCA}}{\Delta q_{CA} - \Delta q_{NCA}} = z_0 \quad (3.4)$$

berechnen, in welcher Kristalltiefe die Interaktion stattgefunden hat.

Die beschriebenen Detektoren heißen aufgrund ihrer Detektorenanordnung Coplanar-Grid⁶- (CPG-) Detektoren.

⁶coplanar grid: (engl.) koplanares Gitter

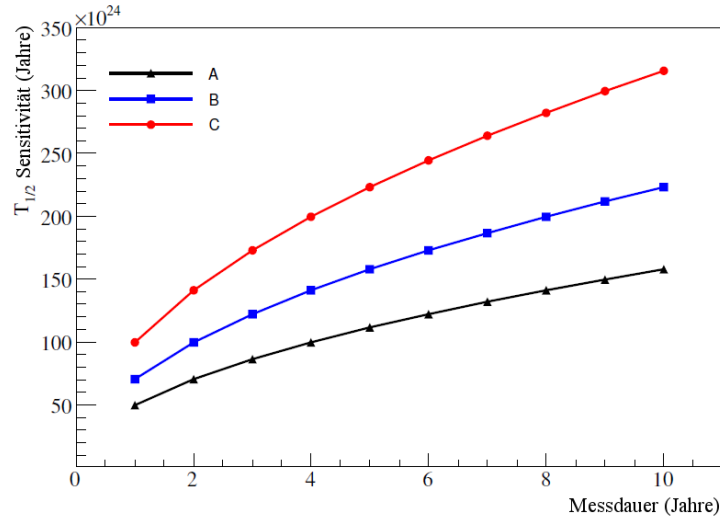


Abbildung 3.3: Erwartete $T_{1/2}$ -Sensitivität in Abhängigkeit von der Dauer der Datennahme. Bei einer ^{116}Cd -Anreicherung von 90 % sind die folgenden Varianten aufgetragen:

$$\text{A: } B = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}, \Delta E = 2 \% \text{ bei } 2,8 \text{ MeV}$$

$$\text{B: } B = 10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}, \Delta E = 1 \% \text{ bei } 2,8 \text{ MeV}$$

$$\text{C: } B = 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}, \Delta E = 1 \% \text{ bei } 2,8 \text{ MeV}$$

Bild: [22].

3.3 Untergrund

Für ein Niedrigratenexperiment wie COBRA spielen Untergrundereignisse eine entscheidende Rolle. Um Zerfallsexperimente vergleichbar zu machen lässt sich als Maß für die Qualität des Spektrums die Sensitivität auf die Halbwertszeit $T_{1/2}$ definieren [18]. Abhängig von der Anreicherung α des Quellmaterials, der Detektionseffizienz ϵ , der Energieauflösung ΔE des Detektors, einem Untergrundindex B^7 und der gesammelten Statistik, d.h. dem Produkt aus Quellmasse M und Messdauer t , ergibt sich für die Sensitivität auf $T_{1/2}$ die Proportionalität

$$T_{1/2} \propto \alpha \cdot \epsilon \cdot \sqrt{\frac{M \cdot t}{\Delta E \cdot B}} \quad (3.5)$$

Erwartungsgemäß hängen die Resultate von COBRA eng mit der erfolgreichen Vermeidung und Abschirmung von Untergrund zusammen. Für verschiedene Untergrundindizes und Energieauflösungen ist dieser Zusammenhang in Abb. 3.3 dargestellt, wobei 64 000 Detektoren mit einem Volumen von je 1 cm^3 und zu 90 % angereichertes ^{116}Cd angenommen wurden. Die Quellmasse beträgt dann etwa 420 kg.

Für den $0\nu\beta\beta$ -Zerfall wird eine Halbwertszeit der Größenordnung 10^{26} Jahre angenommen. Bei einer Messdauer von 5 Jahren und einer Energieauflösung von 2 % ist es demnach erforderlich, die Untergrundrate auf $10^{-3} \frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}$ zu verringern.

Verschiedene Quellen tragen zum Untergrund bei. Neben radiochemischen Unreinheiten der CdZnTe-Kristalle gehören dazu vornehmlich $2\nu\beta\beta$ -Ereignisse sowie Zerfälle in der Detektor-

⁷ B wird in der Einheit $\frac{\text{Ereignisse}}{\text{yr}\cdot\text{keV}\cdot\text{kg}}$ angegeben.

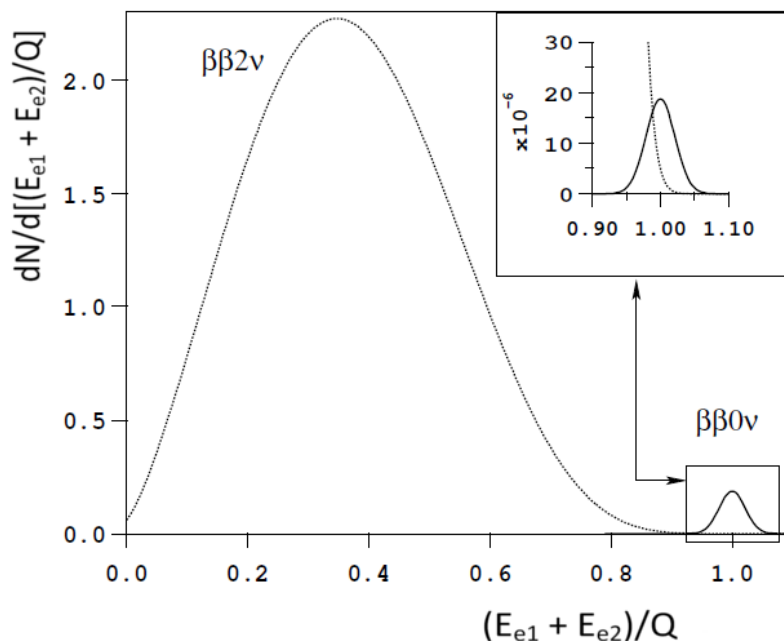


Abbildung 3.4: Spektren der summierten Elektronenenergien für $2\nu\beta\beta$ - und $0\nu\beta\beta$ -Zerfall normiert auf den Q-Wert. Eine begrenzte Energieauflösung des Detektors hat ein Ausschmieren des $0\nu\beta\beta$ -Peaks und seine Überlagerung mit dem $2\nu\beta\beta$ -Kontinuum zur Folge. Bild: [23].

umgebung, die auf kosmische Strahlung oder natürliche Zerfallsreihen zurückzuführen sind.

$2\nu\beta\beta$ -Ereignisse

Das Summenspektrum in Abb. 2.4 unterscheidet sich von einem im Experiment gemessenen Spektrum, da die Energiemessung in ihrer Genauigkeit begrenzt ist. Der $0\nu\beta\beta$ -Peak am Q-Wert des Zerfalls verschmiert dadurch (vgl. Abb. 3.4), ebenso verbreitert sich das $2\nu\beta\beta$ -Kontinuum geringfügig. Infolgedessen kommt es zu einer Überlagerung beider Spektren, die im vergrößerten Ausschnitt von Abb. 3.4 veranschaulicht wird. Eine sehr gute Energieauflösung ist notwendig um beide Spektren zu trennen.

Natürliche Zerfälle

Das COBRA-Experiment ist im unterirdischen LNGS⁸ untergebracht. Das umgebende Gestein wie auch Laborwände und die Luft enthalten Isotope aus den natürlichen Zerfallsreihen. Zerfälle aus der ^{232}Th - und der ^{238}U -Reihe und von ^{40}K machen einen Großteil des Untergrundes aus.

Besonders das inerte Edelgas ^{222}Rn aus der Uranreihe ist langlebig genug⁹ um aus Materialien auszutreten und durch die Luft in die Nähe der Detektoren zu gelangen [24]. Die Tochterisotope von ^{222}Rn entstehen durch mehrere α - und β -Zerfälle, die einen Großteil der Untergrundereignisse bei COBRA ausmachen.

⁸Laboratori Nazionali del Gran Sasso

⁹Die Halbwertszeit von ^{222}Rn beträgt 3,8 Tage.

Weitere Zerfälle wie die unmittelbar aufeinander folgenden Reaktionen $^{214}\text{Bi} \xrightarrow{\beta^-} ^{214}\text{Po} \xrightarrow{\alpha} ^{210}\text{Pb}$ lassen sich durch die Analyse zeitlicher Koinzidenzen identifizieren [25].

Kosmische Strahlung¹⁰

Die Erdatmosphäre ist der kosmischen Strahlung ausgesetzt. Mit einer ungefähren Rate von $1000 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$ treffen dabei Teilchen kosmischen Ursprungs, vorwiegend Protonen ($\sim 90\%$) und Heliumkerne ($\sim 9\%$), auf die obere Atmosphäre. Bei Reaktionen mit den atmosphärischen Molekülen entstehen in der Reihenfolge ihrer Intensität Neutronen, Elektronen, Neutrinos, Photonen, Myonen und Pionen. Von den Sekundärteilchen erreichen hauptsächlich Myonen, Neutronen und Elektronen die Erdoberfläche.

Während sich Elektronen verhältnismäßig einfach, beispielsweise durch Bleischilde, abschirmen lassen, können Neutronen und Myonen ein Niedrigratenexperiment wie COBRA störend beeinflussen. Da der Fluss der sekundären Neutronen in Gestein vor allem durch inelastische Streuungen stark abgeschwächt wird¹¹, kann diese Komponente kosmischer Strahlung durch die Lage des Experiments in 1400 m Tiefe am LNGS vermieden werden. Die kosmischen Myonen verlieren ihre Energie deutlich langsamer¹². Der Myonfluss wird am LNGS um einen Faktor 10^6 gegenüber der Erdoberfläche unterdrückt [26].

Neben der sekundären definiert man auch eine tertiäre Strahlungskomponente, die bei Reaktionen sekundärer Teilchen mit Materialien an oder unterhalb der Erdoberfläche produziert wird. So werden Radionuklide nahe der Oberfläche vornehmlich durch sekundäre hadronische Teilchen wie Neutronen, Protonen und Pionen produziert. Daneben finden aufgrund der großen Eindringtiefe von Myonen auch tief unter der Erde noch myoninduzierte Kernspaltungen statt.

Neutronen

Neutronen in der unmittelbaren Umgebung des COBRA-Experiments stammen hauptsächlich aus natürlichen Zerfallsprozessen. Bei einer spontanen Kernspaltung können zwei oder drei Neutronen frei werden. Außerdem wechselwirken α -Teilchen aus natürlichem α -Zerfall mit leichten Atomkernen wie Lithium, Fluor und Natrium in (α, n) -Reaktionen, wobei ebenfalls jeweils ein Neutron emittiert wird [26].

Darüber hinaus entstehen Neutronen durch myoninduzierte Prozesse. Dies sind einerseits Kernspaltungen, die durch elektromagnetische Wechselwirkung mit Myonen ausgelöst wurden, und andererseits Teilchenschauer. Elektromagnetische Schauer können entstehen, wenn Myonen mit Atomen wechselwirken und dabei entweder Hüllelektronen ausschlagen, Elektron-Positron-Paare bilden oder infolge einer Flugbahnänderung γ -Strahlung, sogenannte Bremsstrahlung,

¹⁰Die Darstellung dieses Abschnitts orientiert sich an [24].

¹¹Die mittlere freie Weglänge freier Neutronen in Gestein beträgt etwa 200 g/cm^2 .

¹²Die mittlere freie Weglänge von Myonen in Gestein beträgt etwa 2 kg/cm^2 .

Tabelle 3.2: Am LNGS gemessener Neutronenfluss sortiert nach Energieintervallen. Quelle: [27].

Energie	Neutronenfluss ($\times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$)
0 – 0,05 eV	$1,08 \pm 0,02$
0,05 eV – 1 keV	$1,98 \pm 0,05$
> 2,5 MeV	$0,23 \pm 0,07$

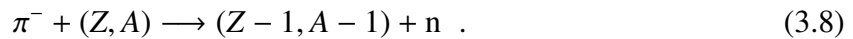
emittieren [24]. Bei weiteren Wechselwirkungen der Photonen, Elektronen und Positronen mit Kernen entwickelt sich eine Teilchenkaskade. Neutronen können hierbei durch die Reaktion



entstehen, ebenso durch die Abfolge der Reaktionen



und



In hadronischen Schauern bildet sich eine Teilchenkaskade infolge starker Wechselwirkungen aus. Durch eine myoninduzierte Kernspaltung entstandene Neutronen wechselwirken ihrerseits mit Kernen und es entstehen weitere Hadronen.

Die kinetische Energie der kosmogen und durch spontane Zerfälle entstandenen Neutronen liegt im MeV-Bereich, sie werden daher als *schnelle Neutronen* bezeichnet. Die Moderation zu *langsamen* oder auch *thermischen Neutronen* in einem Energiebereich unterhalb 1 eV kann durch Stöße an leichten Kernen, insbesondere Wasserstoff, erfolgen.

Neutronen sind elektrisch neutral, können also nicht elektromagnetisch wechselwirken. Sie weisen daher ein hohes Durchdringungsvermögen für Materie auf und sind schwer vom Detektor abzuschirmen. Der Wirkungsquerschnitt¹³ steigt mit abnehmender kinetischer Energie, wodurch besonders thermische Neutronen eine Rolle für den Untergrund spielen. Hauptsächlich tragen inelastische Streuungen und Neutroneneinfang zum neutroninduzierten Untergrund bei [24].

Das Gran Sasso Massiv, in dem COBRA untergebracht ist, zeichnet sich durch einen geringen Uran- und Thoriumanteil im Gestein aus. Der am LNGS gemessene Fluss thermischer Neutronen beträgt $(1,08 \pm 0,02) \times 10^{-6} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (vgl. Tab. 3.2) [27]. Die Neutronen stammen fast ausschließlich aus (α, n) -Reaktionen und der ^{238}U -Kette. Demgegenüber ist die Rate myoninduzierter Neutronen aufgrund der Tiefe um etwa drei Größenordnungen geringer [24].

¹³Der Wirkungsquerschnitt ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit einer Interaktion von Teilchen und hat die Dimension einer Fläche. Typischerweise wird der Wirkungsquerschnitt in der Einheit barn angegeben, wobei $1 \text{ barn} \triangleq 10^{-28} \text{ m}^2$.

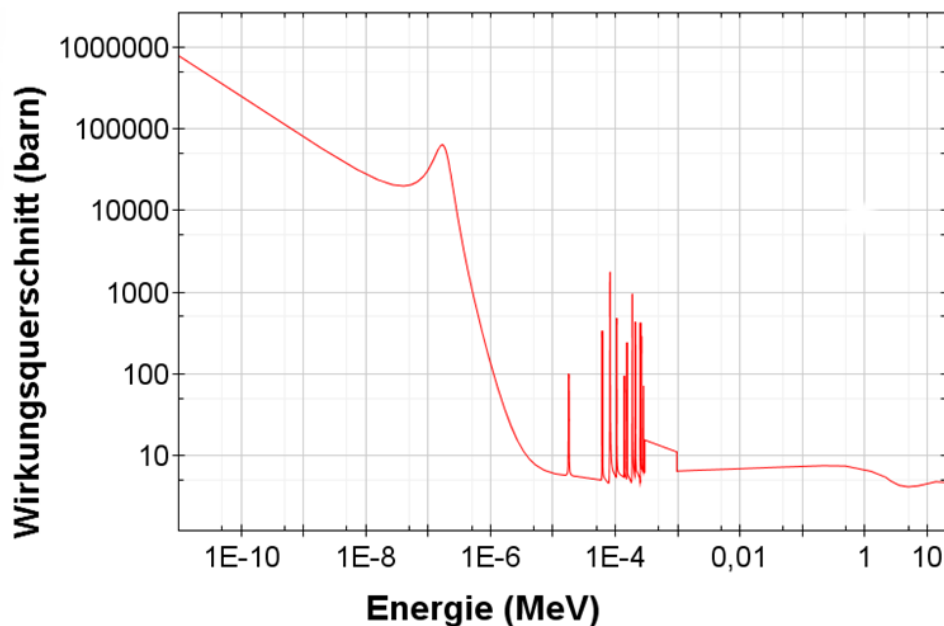
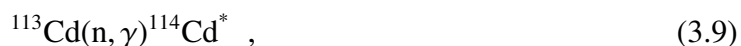


Abbildung 3.5: Wirkungsquerschnitt für den Neutroneneinfang an ^{113}Cd . Für thermische Neutronen liegt der Wert bei 20 000 barn. Bild: [28].

Neutroneneinfang an ^{113}Cd

Der größte Beitrag zum Untergrund durch Neutroneneinfang entfällt für CdZnTe-Detektoren auf das enthaltene Isotop ^{113}Cd . In Abb. 3.5 ist der Verlauf des Wirkungsquerschnitts für den Einfang in Abhängigkeit von der Neutronenenergie aufgetragen, für thermische Neutronen beträgt er ungefähr 20 000 barn.

Die Reaktion erfolgt gemäß



wobei der ^{114}Cd -Kern mit 9043 keV angeregt ist. Seine Anregungsenergie emittiert der Kern durch γ -Übergänge zwischen einzelnen Energieniveaus. Eine Auswahl der unteren Niveauübergänge von ^{114}Cd ist durch Pfeile in Abb. 3.6 dargestellt.

Die Dicke der Pfeile deutet die Intensität der γ -Linien, d.h. die relative Häufigkeit jedes Übergangs, an. Alle Anregungsniveaus von ^{114}Cd sind sehr instabil, sodass die gesamte Anregungsenergie aus dem Neutroneneinfang innerhalb weniger Nanosekunden in einer γ -Kaskade abgegeben wird.

Neben den in Abb. 3.6 gezeigten sind auch Übergänge höherer Energie möglich, jedoch mit weitaus geringerer relativer Häufigkeit. Untergrund durch Neutroneneinfang von ^{113}Cd innerhalb der *Region of Interest*¹⁴ (ROI), d.h. um 2,8 MeV herum, ist daher denkbar.

¹⁴region of interest: (engl.) Bereich von Interesse

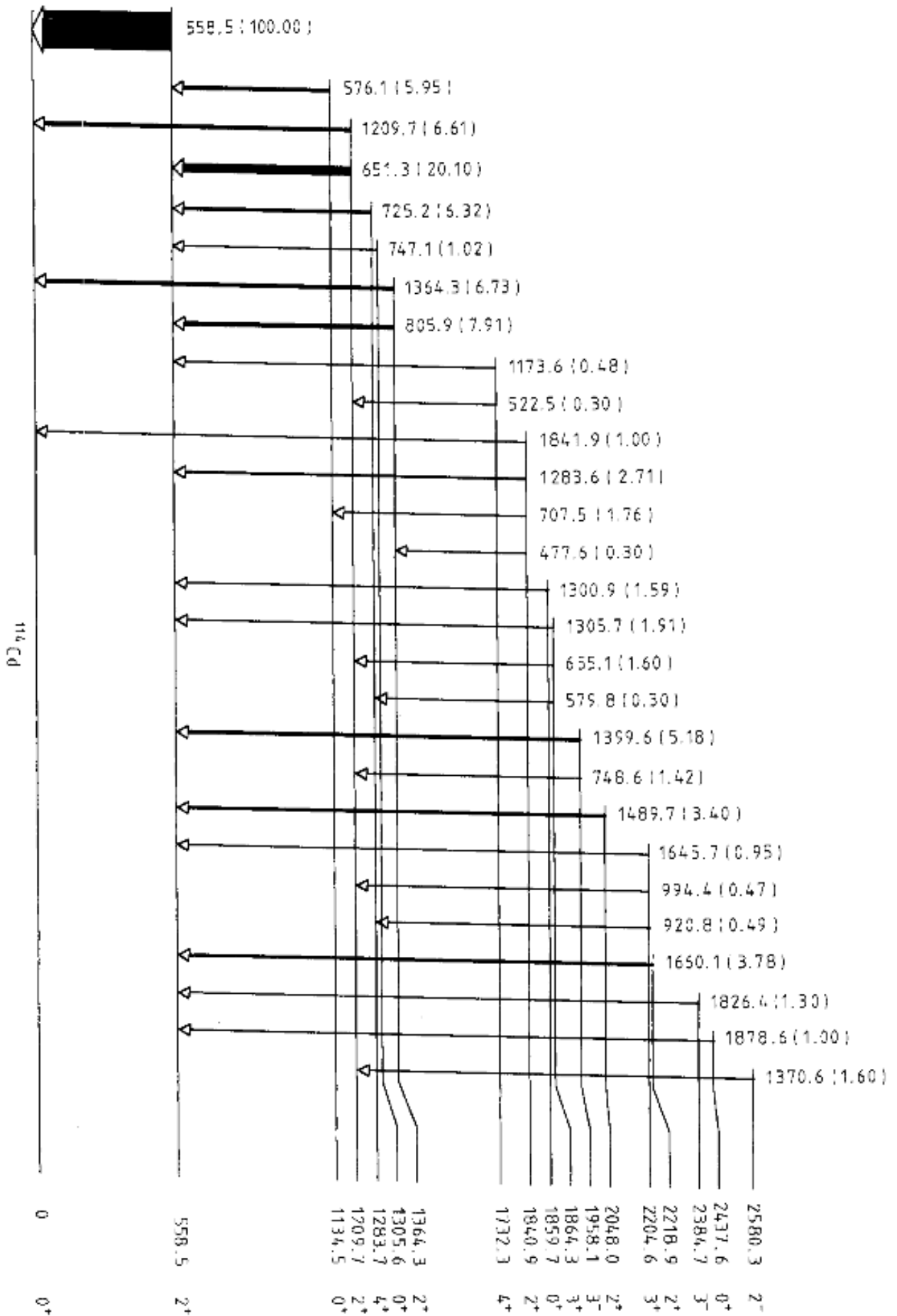


Abbildung 3.6: Auswahl der γ -Übergänge von ^{114}Cd . Die Übergangsennergien sind in keV angegeben, die Intensität, normiert auf den Übergang von 558,5 keV ins Grundniveau, steht in Klammern dahinter. Bild: [29].

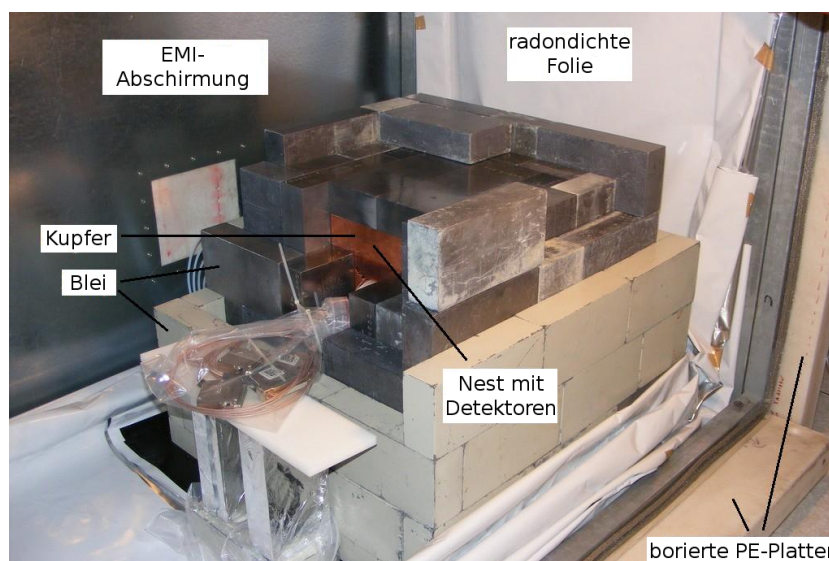


Abbildung 3.7: Foto vom aktuellen Testaufbau am LNGS. Deutlich sichtbar sind die einzelnen Lagen der Abschirmung. Bild: Nadine Heidrich.

3.4 Testaufbau am LNGS

Detektoren

Derzeit werden am LNGS Daten an einem COBRA-Testaufbau genommen. Die verwendeten CPG-Detektoren haben eine Größe von je einem Kubikzentimeter. Das Detektormaterial ist CdZnTe, wobei der Cadmiumanteil bislang nicht mit ^{116}Cd angereichert ist. Die Cadmiumzusammensetzung entspricht den natürlichen Isotopenhäufigkeiten.

32 Kristalle sind auf zwei Lagen verteilt. Jeweils 16 Kristalle lagern in einem Kunststoffeinschub (*holder*¹⁵) auf 4×4 Plätzen. Die *holder* befinden sich übereinander in einem Kupferkasten, dem Nest, das insgesamt vier solcher Einschübe Platz bietet. Das Signal von je vier Kristallen wird zunächst vorverstärkt und über einen gemeinsamen FADC¹⁶ ausgelesen.

Abschirmung¹⁷

Um die erwartete niedrige Rate von $0\nu\beta\beta$ -Ereignissen im Energiespektrum zu erkennen ist es wichtig, die Detektoren vor solchen Untergründereignissen abzuschirmen, die Messwerte innerhalb der ROI auslösen. Bei COBRA sorgen dafür neben der natürlichen Abschirmung des Gran Sasso Massivs vor kosmischer Strahlung unterschiedliche Materialschichten, von denen die Detektoren umgeben sind. In Abb. 3.7 sind die einzelnen Lagen gut zu erkennen. Sie werden im Folgenden von außen nach innen beschrieben.

Zur Abschirmung vor Neutronen dient zunächst eine 7 cm dicke Schicht aus boriertem Polyethylen (PE). Der hohe Wasserstoffanteil dient der Moderation der Neutronen. Das enthaltene

¹⁵holder: (engl.) Haltevorrichtung

¹⁶FADC für Fast Analog to Digital Converter: (engl.) schneller Analog-Digital-Wandler

¹⁷Die Darstellung der Abschirmung orientiert sich an [19].

^{10}B hat einen großen Wirkungsquerschnitt für $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ Reaktionen. Die ausgehenden α -Teilchen werden im PE gestoppt. Eventuelle γ -Übergänge des ^7Li infolge des α -Zerfalls befinden sich weit unterhalb der ROI¹⁸.

Elektromagnetische Interferenzen (EMIs) können ausreichen, falsche Ereignisse in den Vorverstärkern zu simulieren. Eine Anordnung von verzinkten Stahlplatten schirmt EMIs von außen ab. Die Schwachstelle dieses Schildes ist die Kabeldurchführung. Für diesen Punkt wurde eine Schütte mit Kupfergranulat zur Einbettung der Kabel als Teil der EMI-Abschirmung konstruiert.

Auch innerhalb des Stahlschildes entstehen EMIs in den Kabeln zwischen Detektoren und Vorverstärkern. Stahlplatten in den Vorverstärkern schützen vor diesen Störungen.

Radon hat als Edelgas eine sehr geringe Reaktionsstatistik und kann Materialien leicht durchdringen. Seine Lebensdauer ermöglicht es ^{222}Rn in den Detektorbereich zu diffundieren (vgl. Abschnitt 3.3). Gegen die Radonkontamination werden ständige Stickstoffspülungen durchgeführt.

Zur Absorption externer γ -Strahlung sind die Detektoren von einer Wand aus Bleiziegeln und einer Kupferschicht umgeben. Die Bleiwand hat in jede Richtung eine Stärke von mindestens 20 cm. Durch die hohe Dichte und Ladungszahl der Bleiatome eignet sich der Stoff sehr gut zur γ -Absorption. Darüber hinaus ist der Wirkungsquerschnitt für Neutroneneinfang niedrig. Ungünstigerweise ist es technisch nicht möglich, den Anteil des radioaktiven¹⁹ Isotops ^{210}Pb vollständig vom Blei zu trennen. Aus diesem Grund schließt sich an die Bleimauer eine 5 cm dicke Lage aus Kupferziegeln an, dahinter befindet sich das Kupfernest.

Kupfer hat gegenüber Blei den Nachteil eines geringeren Absorptionskoeffizienten, eines größeren Wirkungsquerschnitts für Neutroneneinfang und eine größere Produktionsrate von Radionukliden durch kosmische Strahlung. Es kann jedoch in großer chemischer Reinheit hergestellt werden.

¹⁸Es ist ein Übergang des ^7Li vom ersten angeregten ins Grundniveau unter Emission von 447,6 keV möglich.

¹⁹Die Halbwertszeit von ^{210}Pb beträgt 22,3 Jahre.

Kapitel 4

Koinzidenzanalysen

Neben der Untergrundminimierung durch eine geeignete Abschirmung spielt die Identifizierung weiterer Untergrundereignisse durch die Auswertung der Messdaten für COBRA eine wichtige Rolle. Der Einfang thermischer Neutronen durch ^{113}Cd ist aufgrund seines großen Wirkungsquerschnittes von starkem Interesse, zumal dabei Energien innerhalb der ROI im Detektor deponiert werden können.

Bislang wurde nicht gemessen, wieviele Neutronen durch die PE-Abschirmung in die unmittelbare Detektorumgebung gelangen. Gerade der Neutroneneinfang erlaubt es jedoch, eine obere Grenze für den Fluss thermischer Neutronen im Detektor zu ermitteln, auch ohne explizite Messungen und allein durch die Analyse der Daten aus den CdZnTe-Detektoren. Zu diesem Zweck wurde versucht, Einfangereignisse über die Suche nach zeitlichen Koinzidenzen in den Messdaten zu identifizieren. Die Bestimmung des Neutronenflusses erfolgt daraufhin über einen Vergleich mit den Koinzidenzen aus Monte-Carlo basierten Simulationsdaten.

Die folgende Analyse gliedert sich in drei Teile. Auf die Auswertung der Simulationsdaten in Abschnitt 4.2 folgt in Abschnitt 4.3 die Koinzidenzanalyse der Messdaten. Schließlich wird in Abschnitt 4.4 die Abschätzung des thermischen Neutronenflusses beschrieben.

4.1 Software

Geant4

Komplexe physikalische Prozesse wie die Kernreaktionen bei COBRA lassen sich näherungsweise durch Monte-Carlo-Simulationen (MC-Simulationen) vorhersagen. Auf statistischer Basis können große Zahlen an Ereignissen simuliert werden, die realistische Aussagen über die tatsächlichen Prozesse liefern.

Am CERN¹ wurde die Software Geant4 entwickelt, die numerisch den Durchgang von Teilchen durch Materie berechnet. Sie erlaubt es, die Detektorgeometrie und -materialien in die

¹Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire

Berechnungen miteinzubeziehen.

Die erste MC-Simulation in diesem Kapitel wurde mit der Geant4-Version 9.4.p01 durchgeführt, die Einzelsimulationen mit Version 9.6.

ROOT

Das ebenfalls am CERN entwickelte C++ basierte Programm ROOT eignet sich zur Speicherung, Verarbeitung und Darstellung großer Mengen von Messdaten. Die bei COBRA genommenen Daten werden als ROOT-Dateien (Files) abgespeichert, wobei jedes File einem *run*², d.h. einem Messlauf von 4 Stunden Dauer, entspricht. Messwerte und Informationen zum *run* werden in zwei separaten *trees*³ gespeichert. So enthält einer der *trees* z.B. Interaktionszeit, Interaktionstiefe und Energiedeposition, während u.a. die Dauer des *runs* und seine Startzeit in den zweiten *tree* geschrieben werden. Innerhalb eines *trees* verästelt sich die Struktur wiederum und die einzelnen Werte werden in *branches*⁴ sortiert.

Die Koinzidenzanalysen wurden mithilfe von ROOT durchgeführt, ebenso wurden die Graphen und Histogramme in diesem Kapitel mit ROOT erstellt.

MANtiCORE

Zur Kalibrierung der Rohdaten wurde eigens für COBRA die Software MANtiCORE⁵ geschrieben⁶. Ebenfalls C++-basiert errechnet MANtiCORE aus den Anodenpulsen die im Detektor deponierten Energien und die Interaktionstiefen im Kristall. Dazu verwendet es für jeden Kristall spezifisch ermittelte Konfigurationsdaten.

4.2 Analyse von MC-simulierten Daten

Mit Geant4 wurde der aktuelle Testaufbau am LNGS simuliert. Dementsprechend wurde das Kupfernest mit den Abmessungen 106,8 mm × 107,95 mm × 101,80 mm vorgegeben, das zwei Detektorebenen mit den Maßen 77,6 mm × 70,1 mm × 12,7 mm beinhaltet. Alle übrigen Elemente der Abschirmung wurden nicht berücksichtigt.

Es wurde in Simulationsdaten auf zwei verschiedene Arten nach Koinzidenzen gesucht. Als Kriterium galt zunächst allein die Zeitdifferenz zwischen zwei Ereignissen bestimmter Energiedeposition. In einem zweiten Ansatz wurden die Energiedepositionen jedes simulierten Neutrons im Einzelnen betrachtet.

²run: (engl.) Lauf

³tree: (engl.) Baum

⁴branch: (engl.) Zweig

⁵Multiple Analysis Toolkit for the COBRA Experiment

⁶Für eine ausführliche Beschreibung der Kalibrierung mit MANtiCORE siehe z.B. [30].

Erstes Verfahren: Zeitdifferenz als Koinzidenzkriterium

1 000 Neutronen zu je 100 meV wurden gleichmäßig über die 32 Kristalle verteilt gestartet. Die Simulation wurde elfmal wiederholt. Zur besseren Vergleichbarkeit mit den COBRA-Messdaten wurden nur Ereignisse mit einer Kristalltiefe im Bereich von $0,02 Z_0$ bis $0,98 Z_0$ berücksichtigt, wobei $Z_0 = 1$ cm die gesamte Tiefe eines Kristalls, d.h. den Abstand zwischen der Kathode und den Anoden, bezeichnet⁷.

Die Simulationen liefern idealisierte Daten und sind daher hinsichtlich der Energie- und Zeitmessung sehr exakt. Ein Blick auf das gemessene Energiespektrum (Abb. 4.1) zeigt Peaks bei den Übergangsenergien von ^{114}Cd , insbesondere die 558,5 keV Linie sticht hervor. Weitere Ereignisse, die gleichmäßig auf das Energiespektrum verteilt sind, gehören überwiegend zu ^{114}Cd -Übergängen, deren Übergangspotonen nicht vollständig im Detektor absorbiert wurden.

Nach einem Neutroneneinfang an ^{113}Cd geht das entstandene ^{114}Cd von 9043 keV ins Grundniveau über. Die verschiedenen Übergänge werden mit unterschiedlichen Intensitäten gemessen, die zwischenzeitlich besetzten Energieniveaus variieren also nach jedem Neutroneneinfang (vgl. Abb. 3.6). In der Kaskade sind nicht in jedes Energieniveau von ^{114}Cd Übergänge erlaubt. In Abb. 4.1 sind allerdings mehrere Peaks sichtbar, die zwar Niveauübergängen von ^{114}Cd zugeordnet werden können, nicht jedoch der Kaskade von 9043 keV ins Grundniveau. Mit bloßem Auge ist z.B. erkennbar, dass die 651,3 keV-Linie, die nach 558,5 keV die nächst intensivere sein sollte, im Bereich zwischen 400 keV und 800 keV von sechs anderen Peaks überragt wird. Bei diesen Energien sollten nach [31] nur seltene bzw. gar keine Übergänge erfolgen.

Der Grund für die Abweichungen vom erwarteten Spektrum ist im Simulationsverfahren von Geant4 zu suchen. Das Programm ist nicht darauf ausgelegt, den gesamten Übergang von 9043 keV ins Grundniveau zu simulieren, und startet daher bei der höchstmöglich vorzugebenden Anregungsenergie von 3711,3 keV. Dieses Niveau wird laut [32] nach einem Neutroneneinfang nicht besetzt. Entsprechend wird das Spektrum durch die nun zugänglichen Übergänge ergänzt und die Intensitätsverteilung verschiebt sich erheblich.

Für den späteren Vergleich mit COBRA-Messdaten bedeutet das veränderte MC-Spektrum einen schwer kalkulierbaren systematischen Fehler auf den zu berechnenden thermischen Neutronenfluss. Da korrekt simulierte Daten zum Zeitpunkt der Analysen nicht zugänglich waren, wird die Methode der Neutronenflussbestimmung zunächst anhand der vorliegenden, fehlerbehafteten Simulationen entwickelt.

Neutroneneinfang von ^{113}Cd soll im Weiteren durch zeitlich koinzidierende Energieübergänge von ^{114}Cd identifiziert werden. Dazu werden Ereignisse bei zwei unterschiedlichen Übergangsenergien gesucht und die Zeitpunkte ihrer Messungen verglichen. Zwar sind die simulierten

⁷Diese Einschränkung erfolgt bei den COBRA-Messdaten aufgrund der α -Kontamination an den Kristalloberflächen, vgl. Abschnitt 4.3.

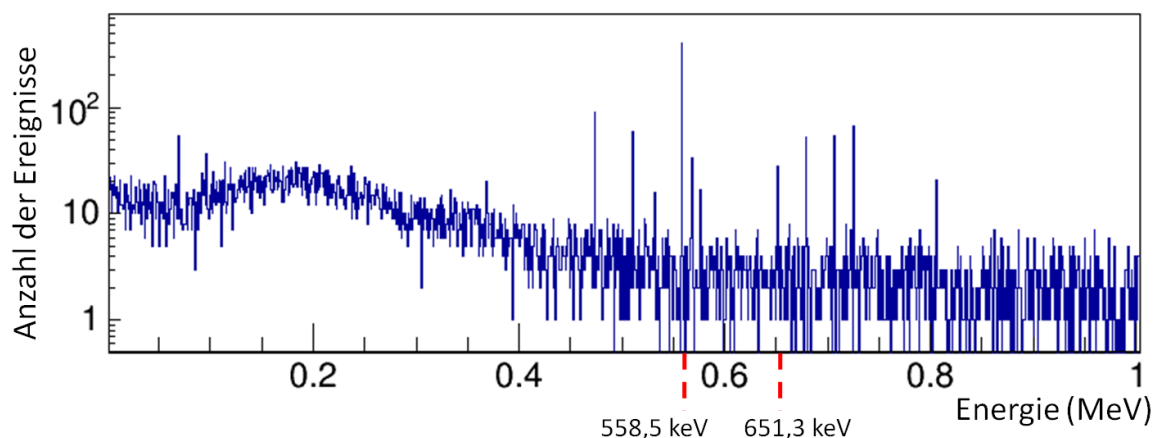
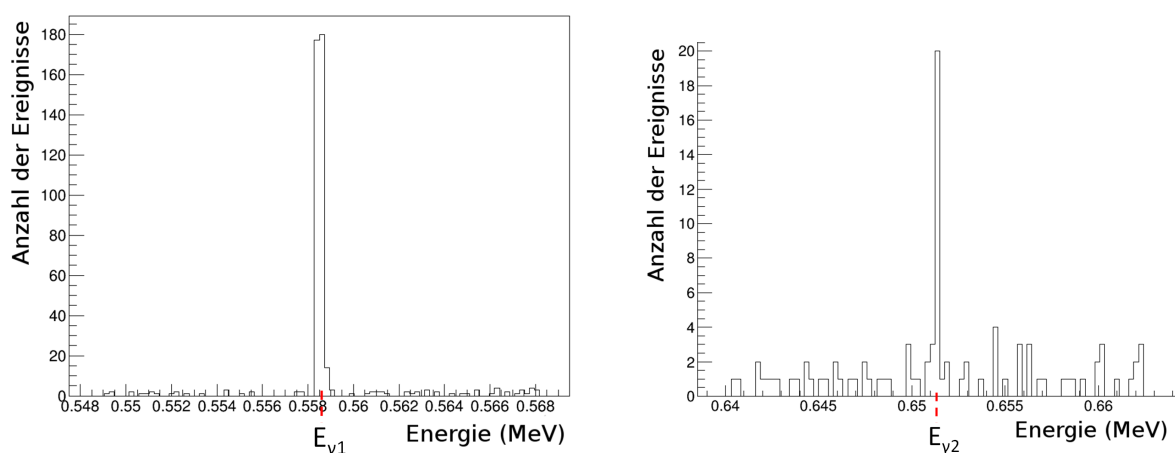


Abbildung 4.1: Ausschnitt aus dem Energiespektrum der simulierten Messungen. Insgesamt wurden 37 906 Ereignisse detektiert.



(a) Messwerte um $E_{\gamma 1} = 558,5 \text{ keV}$ (443 ± 21 Ereignisse).

(b) Messwerte um $E_{\gamma 2} = 651,3 \text{ keV}$ (92 ± 10 Ereignisse).

Abbildung 4.2: Simulierte Energiedepositionen in einer 2σ -Umgebung um den Erwartungswert $E_{\gamma i}$.

Energiewerte sehr exakt, jedoch bietet es sich für den späteren Vergleich mit tatsächlichen Messdaten an, die Energiewerte der MC- und der Messdaten nach denselben Kriterien auszuwählen. Dies bedeutet explizit, den Übergangsenergien alle Werte in einem 2σ -Bereich um die Erwartungswerte zuzuordnen und dabei von einer Messgenauigkeit von 2 % auszugehen.

Für die Wahl der beiden zu untersuchenden Übergangsenergien bieten sich die 558,5 keV- ($E_{\gamma 1}$) und die 651,3 keV-Linie ($E_{\gamma 2}$) an. Für diese Übergänge ist mit der besten Statistik zu rechnen, da sie nach dem Neutroneneinfang am häufigsten erfolgen. Außerdem liegen $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ so weit auseinander, dass ihre 2σ -Bereiche nicht überlappen. Auf diese Weise wird vermieden, dass Ereignisse als koinzident zu sich selbst gezählt werden.

Die Histogramme in Abb. 4.2 zeigen die simulierten Energiedepositionen um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$. Die Intensität der $E_{\gamma 2}$ -Linie beträgt laut [29] 20,1 % der $E_{\gamma 1}$ -Intensität. Es wurden $N_{\gamma 1} = 443 \pm 21$

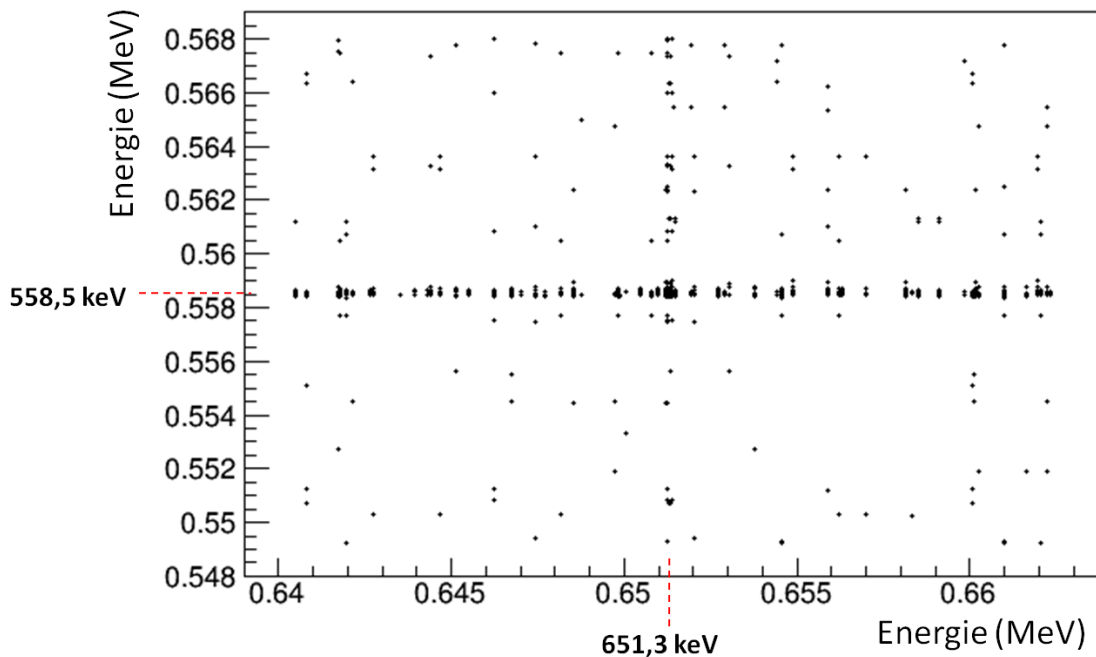


Abbildung 4.3: MC-Koinzidenzen bei einem Zeitfenster von 1 ns. Unter den 1813 ± 43 Ereignispaaren befinden sich viele Mehrfachzählungen.

Ereignisse um E_{γ_1} und $N_{\gamma_2} = 92 \pm 10$ Ereignisse um E_{γ_2} gezählt. Aufgrund der simulationsbedingten Schärfe der Energiemessung sind die Peaks nahezu unverschmiert. Den 358 Ereignissen im E_{γ_1} -Peak stehen lediglich 20 Ereignisse im E_{γ_2} -Peak gegenüber, dessen Intensität damit lediglich 5,6 % statt der erwarteten 20,1 % von der Intensität der E_{γ_1} -Linie beträgt. An diesem Beispiel zeigt sich explizit die weiter oben besprochene Intensitätenverschiebung des simulierten Spektrums.

Neben der Energietoleranz muss als zweite wichtige Koinzidenzbedingung ein geeignetes Zeitfenster t gewählt werden. Die Lebensdauer des E_{γ_1} -Niveaus beträgt 10,2 ps [33]. Eine Zeitspanne von 1 ns ist daher ausreichend, zusammengehörige Gammaübergänge zu erfassen.

Die in Abb. 4.3 aufgetragenen Ereignisse sind die nach den genannten Kriterien gefundenen Koinzidenzen. Ereignispaare, bei denen einer der beiden Energiewerte besonders nah an E_{γ_1} liegt, bilden gut erkennbar einen horizontalen, die Koinzidenzen mit einem Ereignis nahe E_{γ_2} einen senkrechten Streifen. Alle Punkte im Diagramm erfüllen aber die definierten Koinzidenzbedingungen, insgesamt finden sich 1813 ± 43 Koinzidenzen. Dass dies noch nicht der Zahl der tatsächlich registrierten Neutroneneinfänge entsprechen kann, wird schon bei einem Blick auf die Ereigniszahlen $N_{\gamma_1} = 443 \pm 21$ und $N_{\gamma_2} = 92 \pm 10$ deutlich, wonach insgesamt höchstens N_{γ_2} Koinzidenzen auftreten können. Der Fehler liegt in der Interpretation des abgespeicherten Interaktionszeitpunktes. Es wird nicht die Zeit zwischen einem simulierten Ereignis und einem

globalen, für alle Neutronen fixen Referenzzeitpunktes abgespeichert sondern lediglich die Zeit zwischen Simulationsstart des auslösenden Neutrons und Detektorsignal, ohne dass Signale verschiedener Neutroneneinfänge zeitlich vergleichbar sind. Die Folge ist, dass zusammenhanglose Signale leicht als koinzident gezählt wurden. Bei näherer Betrachtung der Koinzidenzenverteilung (Abb. 4.3) werden Mehrfachzählungen sichtbar. Lassen sich einem $E_{\gamma 2}$ -Ereignis mehrere $E_{\gamma 1}$ -Ereignisse zuordnen, so liegen die Punkte im Plot teils unmittelbar untereinander und deuten eine kurze vertikale Linie an. Innerhalb des erwähnten horizontalen Streifens um $E_{\gamma 1}$ ergibt sich dadurch eine senkrecht gestrichelte Struktur.

Das vorliegende Ergebnis eignet sich ganz offensichtlich nicht, um eine Aussage über die Zahl der Neutroneneinfänge zu treffen.

Zweites Verfahren: Einzelbetrachtung der Neutronenereignisse

Eine sichere Möglichkeit, Mehrfachzählungen auszuschließen, bietet die Methode, für jedes simulierte Neutron einen eigenen Simulationslauf zu starten und jeweils die im Detektor deponierten Energien zu vergleichen. 22 000 Neutronen mit einer Energie von 100 meV wurden zu diesem Zweck einzeln simuliert. Da es für die spätere Neutronenflussbestimmung günstig ist, wurden die Neutronen von einem zufälligen Punkt auf der Oberfläche eines imaginären Quaders mit den Maßen 70, 10 mm \times 94, 25 mm \times 100, 60 mm innerhalb des Kupferneests aus gestartet.

Von insgesamt 5 738 detektierten Ereignissen entfallen 175 ± 13 auf den 2σ -Bereich um $E_{\gamma 1}$ und 44 ± 7 auf den Bereich um $E_{\gamma 2}$. Die Suche nach Energiepaaren aus demselben Simulationslauf liefert

$$4 \pm 2 \text{ Ereignispaare,}$$

die mit großer Sicherheit auf jeweils einen gemeinsamen Neutroneneinfang zurückzuführen sind und somit als Koinzidenzen behandelt werden können. Abb. 4.4 zeigt die Koinzidenzen in Abhängigkeit von den deponierten Energien.

4.3 Analyse von COBRA-Messdaten

Zur Auswertung realer Messungen wurden LNGS-Daten vom Testaufbau mit 32 Kristallen herangezogen. Die totale Messdauer beträgt 199,125 Tage, sodass eine Datenmenge von insgesamt 41,42 kg \cdot Tage vorliegt. Das Vorgehen gleicht im Wesentlichen dem ersten Ansatz für die MC-Analyse. Um Koinzidenzen zu finden wurden zunächst Ereignisse mit Depositionsenergien nahe häufigen Übergängen von ^{114}Cd herausgefiltert und anschließend auf ihre Interaktionszeiten hin verglichen.

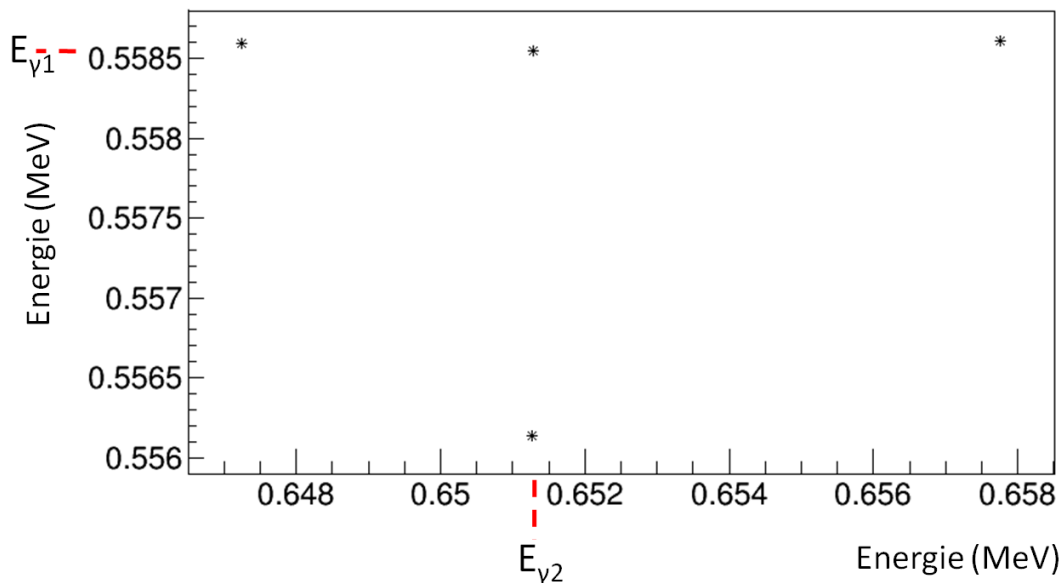


Abbildung 4.4: MC-Koinzidenzen bei wiederholter Simulation einzelner Neutronen. Die 4 ± 2 Ereignisse können mit großer Sicherheit auf Neutroneneinfang zurückgeführt werden.

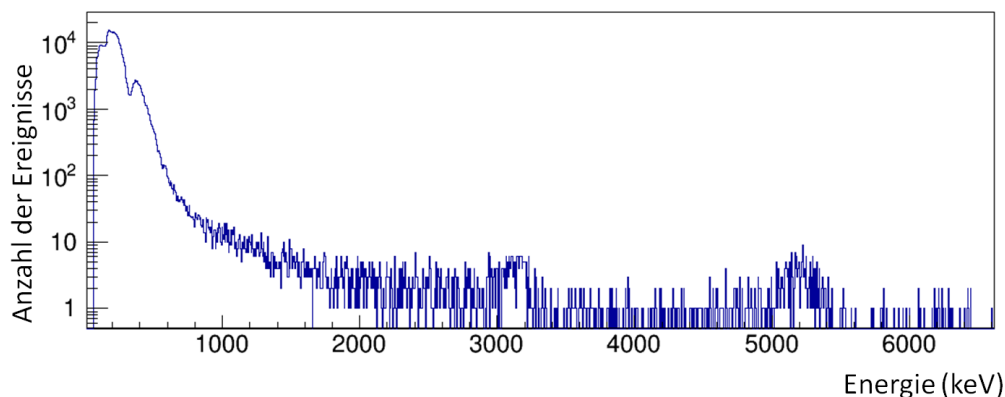
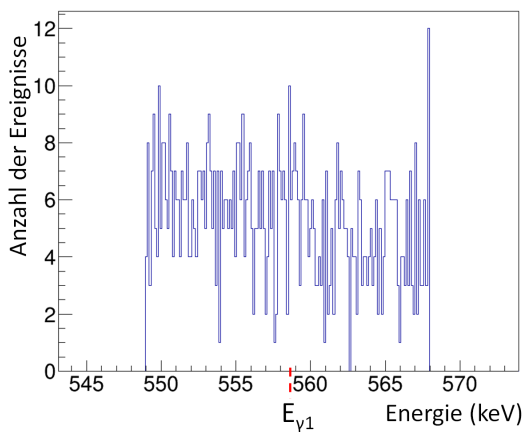
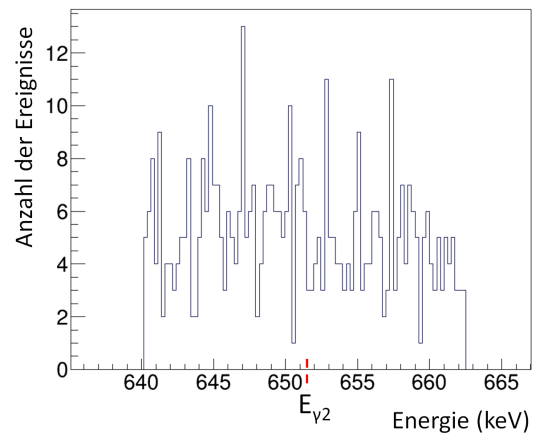


Abbildung 4.5: Energiespektrum aus den Messungen am LNGS mit 32 Detektorkristallen.

Radioaktive Verunreinigungen an den Kristalloberflächen tragen durch Zerfälle erheblich zum Untergrund bei. Durch die Kenntnis der Interaktionstiefe z kann ein großer Teil dieses Untergrunds ausgeschlossen werden, indem alle Ereignisse nahe der Anoden- und Kathodenflächen aussortiert werden. Entsprechend wurden bei der Analyse nur Ereignisse im Bereich von $0,02 Z_0$ bis $0,98 Z_0$ berücksichtigt. Das Spektrum dieser gemessenen Energien ist in Abb. 4.5 zu sehen. Es wird von Untergrundereignissen vielfältigen Ursprungs dominiert, z.B. zeigen sich leichte Erhebungen bei etwa 3000 keV und 5000 keV, die α -Zerfällen an den Detektoroberflächen zugeordnet werden. Wenn es ^{114}Cd -Übergänge gibt, sind diese hingegen nicht ohne weiteres auszumachen. Es wird deutlich, wie wichtig ein Koinzidenzkriterium ist, um Einfantereignisse zu erkennen.



(a) Messwerte um $E_{\gamma 1} = 558,5 \text{ keV}$ (848 ± 29 Ereignisse).



(b) Messwerte um $E_{\gamma 2} = 651,3 \text{ keV}$ (458 ± 21 Ereignisse).

Abbildung 4.6: Gemessene Energiedepositionen in einer 2σ -Umgebung um den Erwartungswert $E_{\gamma i}$.

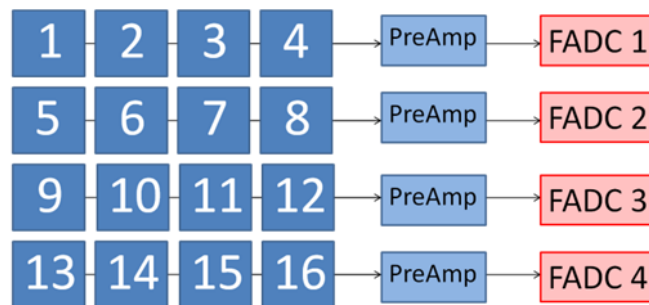


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des Ausleseprinzips. Zu sehen sind die Detektorkristalle (1-16) einer Ebene. Je vier Detektoren werden über die acht Kanäle eines gemeinsamen FADCs ausgelesen. Zwei solche Ebenen werden am LNGS übereinander betrieben.

Koinzidenzkriterien: Energiebereich und Zeitfenster

Die Halbleiterdetektoren messen die Energiedeposition im Detektor auf mindestens 2 % genau. Innerhalb eines 2σ -Bereichs wurden analog zu den MC-Analysen Ereignisse nahe den Energien $E_{\gamma 1} = 558,5 \text{ keV}$ und $E_{\gamma 2} = 651,3 \text{ keV}$ gesucht. Abb. 4.6 zeigt alle Ereignisse, die auf diese Weise gefunden wurden.

Die Messdatenanalyse konnte bis hierher analog zur ersten MC-Analyse gehandhabt werden. Beim Vergleich der Interaktionszeiten ergeben sich jedoch Schwierigkeiten, die bei den simulierten Daten nicht auftreten. Zum besseren Verständnis ist ein Blick auf die Auslesestruktur hilfreich.

Die Signale von je vier Kristallen werden, wie in Abb. 4.7 skizziert, nach Durchlaufen der Vorverstärker über einen gemeinsamen FADC ausgelesen. Der Zeitpunkt eines Ereignisses wird auf $655 \mu\text{s}$ genau gespeichert. Da koinzidente Ereignisse innerhalb eines Zeitraums weniger Picosekunden erwartet werden, ergibt sich das Problem, dass ein Zeitfenster wie das der MC-Analyse von 1 ns nicht sinnvoll anwendbar ist.

Darüber hinaus waren die FADCs zur Zeit der Datennahme nicht immer synchronisiert. Ein

Signal aus einem FADC-1-Kristall konnte demnach durchaus zeitgleich mit einem Signal in einem FADC-2-Kristall erfolgen, jedoch mit geringfügig versetzter Interaktionszeit gespeichert werden.

Die Driftzeit der Elektronen durch den Detektor zu den Anoden, die mehrere μs betragen kann, müsste beim Zeitvergleich ebenfalls berücksichtigt werden, fällt aber angesichts der Größenordnungen der genannten Zeitunsicherheiten nicht ins Gewicht⁸.

Eine Lösung bietet der Ansatz, das Zeitfenster so groß zu wählen, dass der zeitliche Versatz aller acht FADCs mit Gewissheit überdeckt ist. Anschließend kann der Erwartungswert N_Z für die Anzahl zufällig zugeordneter Koinzidenzen berechnet werden. Dazu wird zunächst die Wahrscheinlichkeit p_i bestimmt, ein Ereignis der Energie E_{γ_i} innerhalb eines bestimmten Zeitintervalls der Länge t zu finden. p_i ergibt sich als Produkt von t und der Zahl N_{γ_i} der Ereignisse pro gesamter Messdauer T :

$$p_i = \frac{N_{\gamma_i}}{T} t \quad . \quad (4.1)$$

Das Produkt von p_1 und p_2 liefert die Wahrscheinlichkeit, zwei kausal unabhängige Ereignisse innerhalb desselben Zeitfensters zu finden. N_Z ergibt sich aus der Multiplikation mit der Anzahl der Zeitintervalle innerhalb der Messdauer, es ist also

$$N_Z = p_1 p_2 \frac{T}{t} = N_{\gamma_1} N_{\gamma_2} \frac{t}{T} \quad . \quad (4.2)$$

Messergebnis und Diskussion

Auf der Grundlage dieser Überlegungen wurde das Zeitfenster auf 1 s gesetzt. Der Suchlauf lieferte

$$53 \pm 7 \text{ Koinzidenzen,}$$

die in das Diagramm in Abb. 4.8 eingetragen sind.

Wenn die Koinzidenzen auf den Neutroneneinfang an ^{113}Cd zurückzuführen sind, sollte der in Abb. 4.8 sichtbare Ausschnitt einem Bereich höherer Koinzidenzdichte in einem energetisch weiter gefassten Plot entsprechen. Der Aspekt wurde überprüft und die Koinzidenzsuche auf einen 8σ -Bereich um E_{γ_1} und E_{γ_2} erweitert. Dabei zeigt sich, dass auch weit außerhalb der 2σ -Umgebung der betrachteten Energien Koinzidenzen auftreten, insgesamt sind es 1520 ± 39 . Alle entsprechenden Ereignisse sind in Abb. 4.9 gegeneinander aufgetragen, der Energiebereich aus Abb. 4.8 ist durch einen roten Rahmen kenntlich gemacht. Es kann anhand des Diagramms mit bloßem Auge nicht bestätigt werden, dass die 53 ± 7 gerahmten Koinzidenzen verhältnismäßig dicht beieinander liegen. Vielmehr deutet sich eine gleichmäßige Verteilung über beide Energiebereiche an. Unter der Annahme einer Zufallsverteilung würden im rot gerahmten Bereich

⁸In den MC-Simulationen hat die Elektronenbewegung keinen Einfluss auf die Zeitmessung.

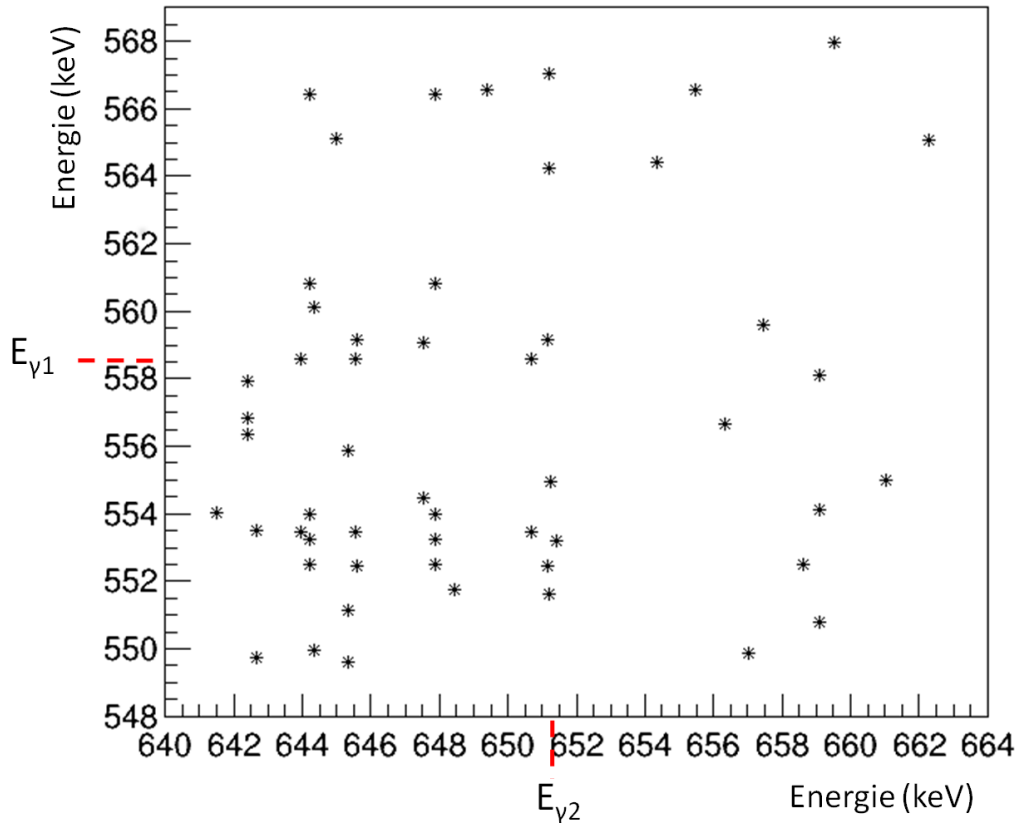


Abbildung 4.8: Gemessene Koinzidenzen bei einem Zeitfenster von 1 s und 2σ -Umgebungen um die $E_{\gamma i}$: 53 ± 7 Ereignispaare.

95 ± 10 Koinzidenzen erwartet. Eine Häufung liegt demnach nicht vor.

Es stellt sich die Frage nach dem Ursprung der Ereignispaare. Mit Gl. (4.2) ergibt sich für zufällige Koinzidenzen ein Wert von

$$N_Z = 0,022 \pm 0,001 \quad .$$

Die Zahl ist erwartungsgemäß niedrig und erklärt nicht das Zustandekommen von 53 ± 7 Koinzidenzen.

Zu untersuchen bleibt, ob Unregelmäßigkeiten in den Daten auftreten, die auf Messfehler hindeuten. Tatsächlich zeigt ein Blick auf die Messzeiten, dass sich alle Koinzidenzen innerhalb weniger Tage ereignet haben. Auf die gesamte Messdauer von mehreren Monaten gesehen ist dies auffällig. In Abb. 4.10 (a) sind die Koinzidenzen ihrem Interaktionszeitpunkt zugeordnet. Die Daten, die in Unixzeit⁹ gespeichert werden, wurden auf UTC+1 umgerechnet. Alle Koinzidenzen wurden zwischen dem 18. November und dem 4. Dezember 2012 gemessen. Dem Shift-Protokoll, in dem Unregelmäßigkeiten bei der Datennahme festgehalten werden, ist zu entnehmen, dass für den betreffenden Zeitraum die Triggerschwelle von FADC 5 nach oben

⁹Die Unixzeit zählt die Sekunden seit dem 1. Januar 1970, 0:00 Uhr UTC, und wird von vielen Betriebssystemen und Programmen verwendet.

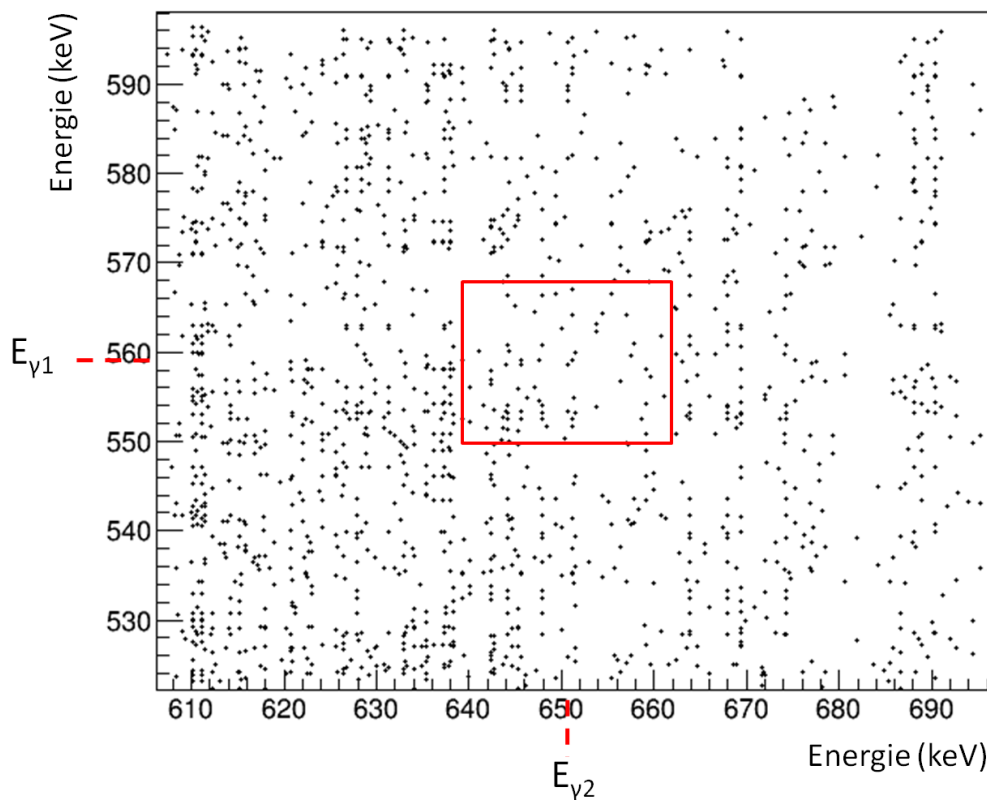


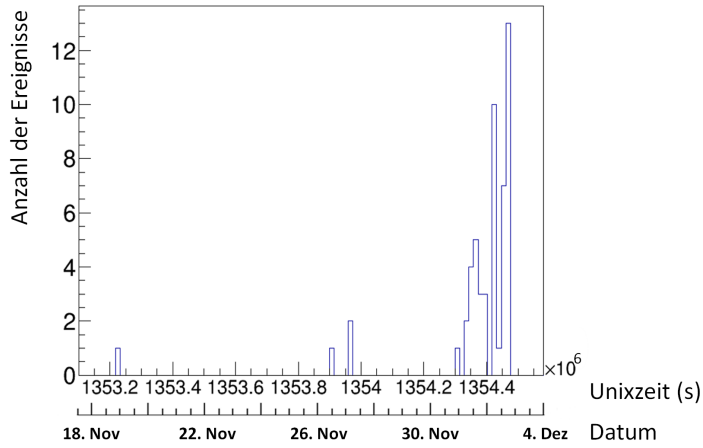
Abbildung 4.9: Gemessene Koinzidenzen in einem erweiterten Energiebereich: 1520 ± 39 Ereignispaare. Der Ausschnitt aus Abb. 4.8 ist rot umrahmt.

korrigiert werden musste und es am 28. November zu Unregelmäßigkeiten bei der Datenerfassung kam.

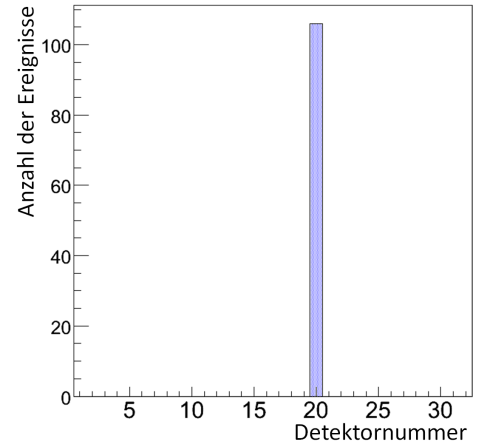
Ein weiteres Indiz für Koinzidenzmessungen aufgrund einer fehlerhaften Datennahme ist die Verteilung der Ereignisse auf die 32 Detektoren. Abb. 4.10 (b) ist zu entnehmen, dass alle 106 betreffenden Ereignisse ausschließlich in Detektor 20 gemessen wurden. Ein Zusammenhang zur niedrigen Triggerschwelle in FADC 5, der die Signale aus Detektor 20 verarbeitet, ist wahrscheinlich. Auszuschließen ist hingegen, dass Neutroneneinfang die Ursache der Koinzidenzen ist.

Aufgrund der vorangegangenen Untersuchung wurde der betreffende Zeitraum von der Auswertung ausgeschlossen. Die Messdaten aus der Zeit vom 13. November bis zum 4. Dezember, dem Ende des gesamten Messzeitraums, wurden nicht mehr berücksichtigt. Abb. 4.11 zeigt die Verteilung der verbleibenden Ereignisse um die betrachteten Gammalinien. In einem 2σ -Bereich um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ wurden nach der Eingrenzung des Messzeitraums (vor der Eingrenzung) noch $N_{\gamma 1} = 399 \pm 20$ (848 ± 29) und $N_{\gamma 2} = 325 \pm 18$ (458 ± 21) Ereignisse gezählt. Da alle vermeintlichen Koinzidenzen in den kritischen Messzeitraum fallen, konnten innerhalb einer totalen Messzeit von nunmehr 180,687 Tagen

keine Koinzidenzen

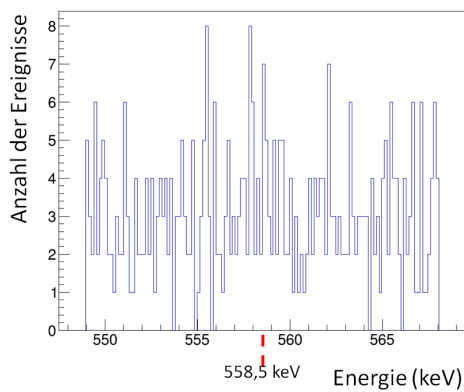


(a) Zeitpunkte der gefundenen Koinzidenzen. Die Ereignisse konzentrieren sich in einem Bereich weniger Tage.

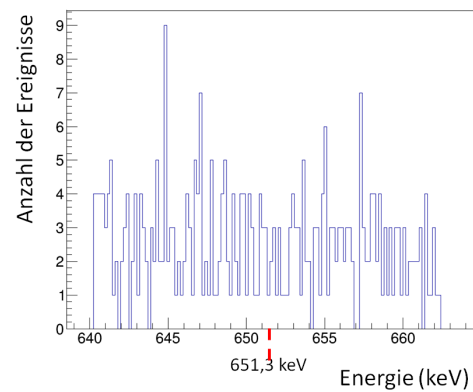


(b) Verteilung der Ereignisse auf die 32 Detektoren.

Abbildung 4.10: Auffällige Verteilungen der Zeitpunkte und Detektornummern bei den Koinzidenzmessungen.



(a) Messwerte um $E_{\gamma_1} = 558,5 \text{ keV}$ (399 ± 20 Ereignisse).



(b) Messwerte um $E_{\gamma_2} = 651,3 \text{ keV}$ (325 ± 18 Ereignisse).

Abbildung 4.11: Gemessene Energiedepositionen in einer 2σ -Umgebung um den Erwartungswert E_{γ_i} nach Eingrenzung des Messzeitraums.

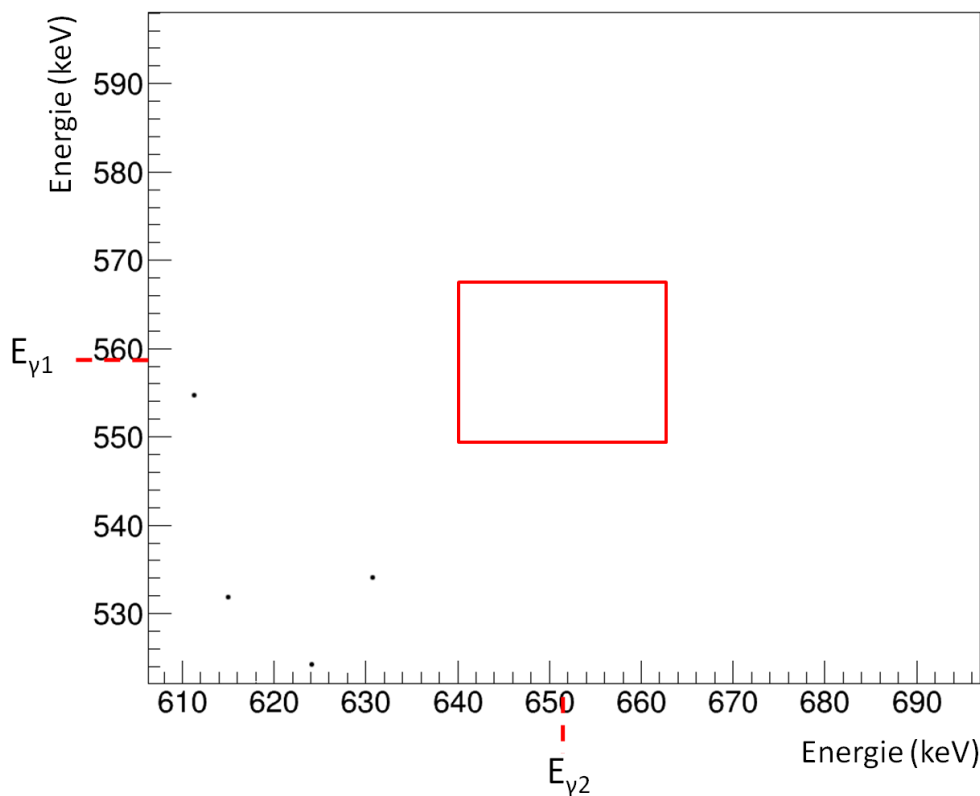


Abbildung 4.12: Gemessene Koinzidenzen in einem erweiterten Energiebereich nach Eingrenzung des Messzeitraums: 4 ± 2 Ereignispaare. Der rote Rahmen markiert den 2σ -Bereich um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$.

gefunden werden. Die Zahl zufälliger Koinzidenzen beträgt nun

$$N_Z = 0,008 \pm 0,001.$$

Wie zuvor wurde die Koinzidenzverteilung auch für einen erweiterten Energiebereich untersucht und in Abb. 4.12 dargestellt. Der 2σ -Bereich um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ wird wie in Abb. 4.9 durch einen roten Rahmen markiert. In der 8σ -Umgebung um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ finden sich 4 ± 2 Koinzidenzen. Die Annahme, dass aufgrund der Intensitätsverteilung der ^{114}Cd -Übergänge die Koinzidenzen in der rot markierten Fläche am dichtesten liegen sollten, deckt sich nicht vollständig mit dem Befund von 4 ± 2 Ereignispaaren im unteren linken Bildbereich. Für die Zukunft bleibt deren Zustandekommen zu klären, denkbar wäre ein systematischer Fehler in der Energierekonstruktion von MAnTiCORE für Seitenereignisse.

4.4 Abschätzung des Neutronenflusses

Sind die Häufigkeit eines bestimmten, neutronenbedingten Detektorereignisses sowie ein simulierter Vergleichswert bekannt, so ist es möglich, den Fluss thermischer Neutronen im Detektor zu bestimmen.

Als Neutronenfluss Φ_n ist die Anzahl N_n der Neutronen definiert, die sich innerhalb einer bestimmten Zeit T durch eine definierte Fläche A bewegen, also

$$\Phi_n = \frac{N_n}{A \cdot T} \quad . \quad (4.3)$$

Es sei nun K die Anzahl der Koinzidenzen, die dem Neutroneneinfang zugeordnet werden können. K_{MC} bezeichne den entsprechenden Wert für die MC-simulierten Prozesse, $N_{n, MC}$ die Zahl simulierter Neutronen. Da die simulierten Neutronen von einer bekannten Fläche aus mit zufälliger Orientierung gestartet wurden, ist davon auszugehen, dass sich zu Simulationsbeginn nur die Hälfte der Neutronen in Detektorrichtung bewegt. Ein großer, jedoch unbekannter Anteil der übrigen Neutronen wird am mitsimulierten Kupferneutronen zurückgestreut, sodass der Großteil der gesamten Neutronen die imaginäre Fläche durchdringt. In einer groben Näherung sei für die folgende Rechnung angenommen, dass dies für alle Neutronen zutrifft. Für das Verhältnis von Koinzidenzen zu Neutronen gilt damit

$$\frac{K}{N_n} = \frac{K_{MC}}{N_{n, MC}} \quad . \quad (4.4)$$

Nach N_n aufgelöst und in Gl. (4.3) eingesetzt ergibt sich für den Fluss thermischer Neutronen im Detektor

$$\Phi_{n, int} = \frac{K}{K_{MC}} \cdot \frac{N_{n, MC}}{AT} \quad . \quad (4.5)$$

Die Abschirmung gegen thermische Neutronen macht die in Abschnitt 4.3 gesuchte Koinzidenz zu einem Niedrigratenereignis. Dass innerhalb der Messzeit keine Koinzidenz gefunden wurde, darf selbstverständlich nicht zu der Annahme verleiten, dass der Fluss thermischer Neutronen im Detektor verschwindet. Vielmehr ist mit der Feldmann-Cousins-Methode (FCM) ein Rechenverfahren anzuwenden, das es ermöglicht, eine obere Grenze für den Fluss zu bestimmen [34]. Durch die FCM werden Nullraten nach oben, Raten > 0 nach oben und unten abgeschätzt. In Anhang A sind die Grenzen für 0 bis 20 Ereignisse unter der Annahme verschiedener exemplarischer Untergrundraten tabellarisch aufgeführt.

Für K_{MC} stellt die Annahme, dass kein bekannter Untergrund gemessen wird, eine gute Näherung dar. Um den Fehler auf $\Phi_{n, int}$ im Nachhinein möglichst konservativ angeben zu können, werden die Grenzen von K_{MC} für ein 99 %-Konfidenzintervall (CL für *confidence level*) berechnet. Dies geschieht auch im Hinblick auf zukünftige, zusätzliche Simulationen, die K_{MC} durch höhere Statistik genauer bestimmen werden, sodass dort auf die FCM verzichtet werden kann.

Im Falle von K markieren die berechneten Grenzen ein 90 % CL. Dabei ist die Zahl zufälliger Koinzidenzen N_Z zu berücksichtigen. Die genauen Werte aller Grenzen wurden mit ROOT berechnet, die Ergebnisse sind Tab. 4.1 zu entnehmen.

Zusammen mit der bekannten Startfläche der Simulationsneutronen von $A = 462,81 \text{ cm}^2$ und der Gesamtlaufzeit der ausgewerteten COBRA-Messungen von $T = 180,687$ Tagen ergibt sich mit Gl. (4.3) für den Fluss

Tabelle 4.1: Mit der Feldman-Cousins Methode berechnete Ober- und Untergrenzen für Koinzidenzen.

	untere Grenze	gefundene Koinzidenzen	obere Grenze
MC (99 % CL)	1,47	4	8,60
Messdaten (90 % CL)	0,00	0	2,42

$$\Phi_{n, int} \leq 4,48 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}} \quad (4.6)$$

bei einem 90 % CL für K . Der Vergleich mit dem bekannten Fluss $\Phi_{n, ext} = 1,08 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}}$ (vgl. Tab. 3.2 in Abschnitt 3.3) außerhalb der Neutronenabschirmung zeigt, dass das Ergebnis physikalisch sinnvoll ist und bestätigt, dass CdZnTe als Detektor für thermische Neutronen von großem Interesse ist. Um für $\Phi_{n, int, max}$ zu Größenordnungen vorzudringen, die unterhalb des externen Neutronenflusses liegen, wird im Folgenden diskutiert, welche Maßnahmen die Abschätzung noch genauer machen können.

Die Anzahl von Koinzidenzen pro simulierter Neutronen $\frac{K_{MC}}{N_{n, MC}}$ konnte aufgrund geringer Statistik nur nach unten abgeschätzt werden. Durch weitere Simulationen in einem Umfang von etwa 200 000 thermischen Neutronen ließe sich $\frac{K_{MC}}{N_{n, MC}}$ jedoch präzisieren. Ein Vergleich der unteren und oberen Grenze von K_{MC} zeigt, dass eine genauere Kenntnis von $\frac{K_{MC}}{N_{n, MC}}$ die obere Flussgrenze nur geringfügig modifizieren würde.

Weitaus deutlicher kann $\Phi_{n, int, max}$ durch eine bessere Näherung der Rate gemessener Koinzidenzen $\frac{K}{T}$ verringert werden, die sich aus Gl. (4.3) ergibt. Das Einsetzen von $\Phi_{n, ext}$ zeigt, dass bei einer Messung ohne PE-Abschirmung innerhalb der Messzeit höchstens 8,7 Koinzidenzen erwartet werden würden. Ebenfalls lässt sich berechnen, dass zur Messung von mehr als 20 Koinzidenzen innerhalb von fünf Jahren ein Neutronenfluss von mindestens $\Phi_n = 2,46 \cdot 10^{-7} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}}$ vorhanden sein muss. Aufgrund der Abschirmung ist davon auszugehen, dass der Wert für den Aufbau mit Abschirmung noch mehrere Größenordnungen darunter liegt. Dieser Vergleich zeigt einerseits, wie sehr $\Phi_{n, int, max}$ durch eine Verlängerung der Messzeit reduziert werden kann. Darüber hinaus wird deutlich, dass unter den derzeitigen Umständen, d.h. insbesondere bei einer Messung an 32 Kristallen, ein Messzeitraum von unrealistischer Größe nötig wäre, um genügend Statistik für eine exakte Bestimmung von $\Phi_{n, int}$ zu sammeln.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die Detektion mit CdZnTe-Kristallen am COBRA-Experiment bietet die besondere Möglichkeit, aus den Messdaten Rückschlüsse auf den thermischen Neutronenfluss zu ziehen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde untersucht, inwieweit sich der Fluss durch Koinzidenzanalysen abschätzen lässt. Zu diesem Zweck wurden Messdaten des Testaufbaus am LNGS ausgewertet und mit MC-Simulationen verglichen.

Das Ziel der Messdatenanalyse war es, Detektorereignisse zu identifizieren, die dem Neutroneneinfang des in den Detektoren enthaltenen ^{113}Cd zugeordnet werden können. Das infolge des Einfangs entstehende angeregte ^{114}Cd emittiert mit großer Häufigkeit Photonen der Energien $E_{\gamma 1} = 558,5 \text{ keV}$ und $E_{\gamma 2} = 651,3 \text{ keV}$. Es wurde daher nach Ereignissen gesucht, bei denen im Detektor Energien innerhalb eines 2σ -Bereichs um $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ deponiert wurden. Für eine Zusammengehörigkeit der Ereignisse wurde gefordert, dass beide Signale innerhalb einer Sekunde erfolgt sind.

Innerhalb eines Messzeitraums von 180,687 Tagen konnten keine Koinzidenzen gefunden werden. Der Erwartungswert für die Anzahl zufälliger Koinzidenzen beträgt $N_Z = 0,008 \pm 0,001$. Bei der MC-Simulation mit Geant4 war es nicht möglich, die Gammakaskaden infolge der Neutroneneinfänge korrekt zu simulieren. Auf den später berechneten Neutronenfluss ergibt sich dadurch ein systematischer Fehler unbekannter Größe. Die Auswertung der MC-Daten hat überdies gezeigt, dass ein analoges Vorgehen zur Messdatenanalyse nicht zweckmäßig ist. Simulationsbedingt sind Interaktionszeitpunkte verschiedener Einfangereignisse nicht vergleichbar. Die Suche nach Ereignissen innerhalb eines geeigneten Zeitfensters ist deshalb ineffektiv. Daher wurden die Neutronen einzeln simuliert und die Detektorereignisse lediglich auf ihre Energiedeposition nahe $E_{\gamma 1}$ und $E_{\gamma 2}$ hin verglichen. Bei 22 000 simulierten thermischen Neutronen konnten 4 ± 2 Koinzidenzen gefunden werden.

Der Neutronenfluss kann aufgrund der geringen Zählstatistik nicht exakt bestimmt werden. Unter Zuhilfenahme der Feldman-Cousins-Methode lässt sich jedoch eine obere Grenze abschätzen. Für den Fluss thermischer Neutronen im Detektor gilt demnach

$$\Phi_{n, int} \leq 4,48 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{cm}^2\text{s}} \quad (5.1)$$

bei einem 90% CL für K . Dieser Wert hat dieselbe Größenordnung wie der aus Messungen bekannte Fluss außerhalb der Neutronenabschirmung. In dieser ersten Näherung kann das getestete Verfahren zur Flussbestimmung mittels CdZnTe-Detektoren daher als aussichtsreich bezeichnet werden.

Um die Aussagekraft des Wertes zu verstärken, ist es unbedingt erforderlich, die Simulationen mit einem Programm zu wiederholen, dass die Gammakaskaden des angeregten ^{114}Cd korrekt reproduzieren kann. Durch eine Ausweitung der Simulationen auf 200 000 thermische Neutronen kann eine Anpassung der Flussgrenze um einen geringen Faktor erfolgen. Weiterhin ließe sie sich durch eine Verlängerung der Messung vermutlich um mehrere Größenordnungen verringern. Für den Sommer 2013 ist die Inbetriebnahme von zwei weiteren Detektorebenen geplant. Durch die Messung an 64 Kristallen wird die Datennahme beschleunigt, was den Näherungsprozess begünstigt. Für eine exakte Bestimmung von $\Phi_{n, int}$ würde dennoch eine unrealistisch lange Messzeit benötigt.

Bei den Koinzidenzanalysen lag der Fokus auf einem einzelnen Zerfallskanal des angeregten ^{114}Cd . Gerade weil die Koinzidenzstatistik gering ausfällt, wäre eine Ausweitung der Methode auf weitere Übergangssequenzen von Interesse. Aufgrund ihrer hohen Intensität eignen sich dafür die Gammalinien bei 576,1 keV, 725,2 keV und 805,9 keV jeweils in Kombination mit $E_{\gamma 1} = 558, 5$.

Sobald es gelungen ist, $\Phi_{n, int, max}$ dem wahren Wert für $\Phi_{n, int}$ anzunähern, bietet es sich an, die Koinzidenzmethode durch direkte Neutronenmessungen zu überprüfen. Als wesentlich praktikabler als die Messungen am LNGS würde sich in diesem Zusammenhang ein Teststand am Standort Hamburg, wo Elemente der Abschirmung entwickelt und getestet werden, erweisen. Ein solcher Teststand wäre leicht zugänglich und ließe umfangreiche Messungen etwa bei Variationen in der Abschirmung und kontrolliertem externen Neutronenfluss zu.

Abschließend ist festzuhalten, dass der errechnete Wert für die Flussgrenze zwar korrekturbedürftig, die entwickelte Methode für größere Datenmengen aber erfolgversprechend ist. Die CdZnTe-Detektoren machen zusätzliche aufwendige und kostspielige Messungen des thermischen Neutronenflusses bei COBRA oder zukünftigen Experimenten verzichtbar.

Anhang A

Grenzberechnung mit der Feldman-Cousins-Methode

Tabelle A.1: Mit der Feldman-Cousins-Methode berechnete Ober- und Untergrenzen für Ereignisse mit niedriger Zählrate n_0 bei unterschiedlicher Anzahl b bekannter Untergrundereignisse. Quelle: [34].

$n_0 \backslash b$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
0	0.00, 2.44	0.00, 1.94	0.00, 1.61	0.00, 1.33	0.00, 1.26	0.00, 1.18	0.00, 1.08	0.00, 1.06	0.00, 1.01	<i>0.00, 0.98</i>
1	0.11, 4.36	0.00, 3.86	0.00, 3.36	0.00, 2.91	0.00, 2.53	0.00, 2.19	0.00, 1.88	0.00, 1.59	0.00, 1.39	0.00, 1.22
2	0.53, 5.91	0.03, 5.41	0.00, 4.91	0.00, 4.41	0.00, 3.91	0.00, 3.45	0.00, 3.04	0.00, 2.67	0.00, 2.33	0.00, 1.73
3	1.10, 7.42	0.60, 6.92	0.10, 6.42	0.00, 5.92	0.00, 5.42	0.00, 4.92	0.00, 4.42	0.00, 3.95	0.00, 3.53	0.00, 2.78
4	1.47, 8.60	1.17, 8.10	0.74, 7.60	0.24, 7.10	0.00, 6.60	0.00, 6.10	0.00, 5.60	0.00, 5.10	0.00, 4.60	0.00, 3.60
5	1.84, 9.99	1.53, 9.49	1.25, 8.99	0.93, 8.49	0.43, 7.99	0.00, 7.49	0.00, 6.99	0.00, 6.49	0.00, 5.99	0.00, 4.99
6	2.21, 11.47	1.90, 10.97	1.61, 10.47	1.33, 9.97	1.08, 9.47	0.65, 8.97	0.15, 8.47	0.00, 7.97	0.00, 7.47	0.00, 6.47
7	3.56, 12.53	3.06, 12.03	2.56, 11.53	2.09, 11.03	1.59, 10.53	1.18, 10.03	0.89, 9.53	0.39, 9.03	0.00, 8.53	0.00, 7.53
8	3.96, 13.99	3.46, 13.49	2.96, 12.99	2.51, 12.49	2.14, 11.99	1.81, 11.49	1.51, 10.99	1.06, 10.49	0.66, 9.99	0.00, 8.99
9	4.36, 15.30	3.86, 14.80	3.36, 14.30	2.91, 13.80	2.53, 13.30	2.19, 12.80	1.88, 12.30	1.59, 11.80	1.33, 11.30	0.43, 10.30
10	5.50, 16.50	5.00, 16.00	4.50, 15.50	4.00, 15.00	3.50, 14.50	3.04, 14.00	2.63, 13.50	2.27, 13.00	1.94, 12.50	1.19, 11.50
11	5.91, 17.81	5.41, 17.31	4.91, 16.81	4.41, 16.31	3.91, 15.81	3.45, 15.31	3.04, 14.81	2.67, 14.31	2.33, 13.81	1.73, 12.81
12	7.01, 19.00	6.51, 18.50	6.01, 18.00	5.51, 17.50	5.01, 17.00	4.51, 16.50	4.01, 16.00	3.54, 15.50	3.12, 15.00	2.38, 14.00
13	7.42, 20.05	6.92, 19.55	6.42, 19.05	5.92, 18.55	5.42, 18.05	4.92, 17.55	4.42, 17.05	3.95, 16.55	3.53, 16.05	2.78, 15.05
14	8.50, 21.50	8.00, 21.00	7.50, 20.50	7.00, 20.00	6.50, 19.50	6.00, 19.00	5.50, 18.50	5.00, 18.00	4.50, 17.50	3.59, 16.50
15	9.48, 22.52	8.98, 22.02	8.48, 21.52	7.98, 21.02	7.48, 20.52	6.98, 20.02	6.48, 19.52	5.98, 19.02	5.48, 18.52	4.48, 17.52
16	9.99, 23.99	9.49, 23.49	8.99, 22.99	8.49, 22.49	7.99, 21.99	7.49, 21.49	6.99, 20.99	6.49, 20.49	5.99, 19.99	4.99, 18.99
17	11.04, 25.02	10.54, 24.52	10.04, 24.02	9.54, 23.52	9.04, 23.02	8.54, 22.52	8.04, 22.02	7.54, 21.52	7.04, 21.02	6.04, 20.02
18	11.47, 26.16	10.97, 25.66	10.47, 25.16	9.97, 24.66	9.47, 24.16	8.97, 23.66	8.47, 23.16	7.97, 22.66	7.47, 22.16	6.47, 21.16
19	12.51, 27.51	12.01, 27.01	11.51, 26.51	11.01, 26.01	10.51, 25.51	10.01, 25.01	9.51, 24.51	9.01, 24.01	8.51, 23.51	7.51, 22.51
20	13.55, 28.52	13.05, 28.02	12.55, 27.52	12.05, 27.02	11.55, 26.52	11.05, 26.02	10.55, 25.52	10.05, 25.02	9.55, 24.52	8.55, 23.52

Abbildungsverzeichnis

2.1	Bindungsenergie pro Nukleon	15
2.2	Massenparabeln für Isobare der Massenzahl 116	17
2.3	Veranschaulichung des $0\nu\beta^-\beta^-$ -Zerfalls in der Racah-Sequenz	18
2.4	Summenspektren für Doppelbetazerfälle	19
3.1	CPG-Detektor: Schaltung und Potenzialfeld	23
3.2	zu erwartende CA- und NCA-Signale eines CPG-Detektors	24
3.3	erwartete $T_{\frac{1}{2}}$ -Sensitivität in Abhängigkeit von der Dauer der Datennahme	25
3.4	überlagerte Summenspektren für Doppelbetazerfälle	26
3.5	Wirkungsquerschnitt für den Neutroneneinfang an Cd-113	29
3.6	γ -Übergänge von Cd-114	30
3.7	Abschirmung des aktuellen Testaufbaus am LNGS	31
4.1	Energiespektrum aus MC-Simulationen.	36
4.2	Simulierte Energiedepositionen in einer 2σ -Umgebung um den Erwartungswert.	36
4.3	MC-Koinzidenzen bei einem Zeitfenster von 1 ns.	37
4.4	MC-Koinzidenzen bei wiederholter Simulation einzelner Neutronen.	39
4.5	Energiespektrum aus COBRA-Messdaten.	39
4.6	Gemessene Energiedepositionen in einer 2σ -Umgebung um den Erwartungswert.	40
4.7	Schematische Darstellung des Ausleseprinzips.	40
4.8	Gemessene Koinzidenzen bei einem Zeitfenster von 1 s.	42
4.9	Gemessene Koinzidenzen in einem erweiterten Energiebereich.	43
4.10	Fehleranalyse: Zeitpunkt und Detektornummer der Koinzidenzen.	44
4.11	Gemessene Energiedepositionen nach Eingrenzung des Messzeitraums.	44
4.12	Gemessene Koinzidenzen nach Eingrenzung des Messzeitraums.	45

Tabellenverzeichnis

2.1	Quarks und Leptonen im Standardmodell der Teilchenphysik	9
3.1	Auflistung der $\beta\beta$ -Emitter in CdZnTe.	22
3.2	Am LNGS gemessener Neutronenfluss.	28
4.1	Ober- und Untergrenzen für Koinzidenzen.	47
A.1	Feldman-Cousins-Methode: exemplarisch berechnete Ober- und Untergrenzen.	51

Literaturverzeichnis

- [1] C. L. Cowan, F. Reines, et al. Detection of the Free Neutrino: a Confirmation. *Science*, 124 no. 3212:103–104, 1956.
- [2] H.V. Klapdor-Kleingrothaus and I.V. Krivosheina. The evidence for the observation of $0\nu\beta\beta$ decay: The identification of $0\nu\beta\beta$ events from the full spectra. *Mod.Phys.Lett.*, A21:1547–1566, 2006.
- [3] C. E. Aalseth et al. Comment on “Evidence for Neutrinoless Double Beta Decay”. *Mod. Phys. Lett.*, A17:1475–1478, 2002.
- [4] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. *An Introduction To Quantum Field Theory*. Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [5] J. Behringer et al. 2012 Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D*86, 2012.
- [6] C. S. Wu et al. Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay. *Phys. Rev.*, 105:1413–1415, 1957.
- [7] P. A. M. Dirac. The Quantum Theory of the Electron. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 117:610–624, 1928.
- [8] N. Schmitz. *Neutrinophysik*. Teubner, 1997.
- [9] P. B. Pal. Dirac, Majorana and Weyl fermions. *ARXIV:1006.1718*, 2010.
- [10] Q. R. Ahmad et al. Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 2002.
- [11] V. M. Hanne. Direct neutrino mass determination: Status and prospects. *Journal of Physics: Conference Series*, 375, 2012.
- [12] S. Bilenky. *Introduction to the Physics of Massive and Mixed Neutrinos*. Springer Verlag, Berlin, 2010.
- [13] Hans Bucka. *Nukleonenphysik*. de Gruyter, Berlin, 1981.
- [14] W. H. Furry. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Phys. Rev.*, 56:1184–1193, 1939.

- [15] J. Schlechter and J. W. F. Valle. Neutrinoless double-beta decay in $SU(2) \times U(1)$ theories. *Phys. Rev. D* 25, 2951, 1982.
- [16] Kai Zuber. *Neutrino Physics*. CRC Press, 2 edition, 2012.
- [17] <http://www3.imperial.ac.uk/pls/portallive/docs/1/71370000.GIF>.
- [18] Daniel Münstermann. *Construction of a Low Background Facility for the COBRA Experiment and its Performance*. PhD thesis, Universität Dortmund, 2007.
- [19] Tobias Köttig. *Sensitivity Studies of CdZnTe Semiconductor Detectors for the COBRA Experiment*. PhD thesis, TU Dortmund, 2012.
- [20] P. N. Luke. Single-polarity charge sensing in ionization detectors using coplanar electrodes. *Appl. Phys. Lett.*, 65:2884–2886, 1994.
- [21] Matthew Fritts et al. Analytical model for event reconstruction in coplanar grid CdZnTe detectors. *Nucl. Instrum. Meth.*, A708:1–6, 2013.
- [22] COBRA Collaboration. COBRA Progress Report 2006. 2006.
- [23] Oliviero Cremonesi. Neutrinoless Double Beta Decay: Present and Future. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 118:287–296, 2002.
- [24] G. Heusser. Low-Radioactivity Background Techniques. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 45:543–590, 1995.
- [25] Stefanie Kietzmann. *Background Studies for the COBRA Experiment Concerning the Natural Decay Chains and ^{113}Cd* . Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2010.
- [26] Nadine Heidrich. *Monte Carlo basierte Entwicklung einer Neutronenabschirmung für das COBRA Experiment*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2010.
- [27] P. Belli et al. Deep underground Neutron Flux Measurement with Large BF_3 Counters. *Il Nuovo Cimento*, 101 A, N. 6:959–966, 1989.
- [28] <https://www.oecd-nea.org/janis>.
- [29] P. Hungerford and W. D. Hamilton. Gamma-gamma correlation measurements in Cd-114. *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 8:1107, 1982.
- [30] Philipp Neuhäuser. *Untergrundreduktion mittels Pulsformanalyse für das COBRA-Experiment*. Bachelorarbeit, Universität Hamburg, 2012.
- [31] A. Mheemed et al. The Level Structure of ^{114}Cd from (n, γ) and (d,p) Studies. *Nuclear Physics A*, 412:113–140, 1984.
- [32] <http://www.nndc.bnl.gov/chart/getdataset.jsp?nucleus=114CD&unc=nds>.

[33] <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>.

[34] G. J. Feldman and R. D. Cousins. A Unified Approach to the Classical Statistical Analysis of Small Signals. *Phys. Rev. D*57, pages 3873–3889, 1998.

Danksagung

Liebe Leonie, wie unsagbar gut, dass es Dich gibt! Vielen Dank, dass Du mich sogar ausgehalten hast, wenn die Tage stressig und ich immer anstrengender wurde.

Lieber Andi, ich möchte mich bedanken für gefühlte drei Jahre Dauernachhilfe in Sachen physikalischer Bildung. Mein Bachelor gehört wohl zur Hälfte Dir. Oder zu einem Drittel zumindest. Darauf einen Rum!

Liebe Familie, insbesondere Mutter und Moka, ich danke Euch für viele Spritzen motivierender und auch finanzieller Art. Die unterstützenden Worte aus der Heimat waren immer wohltuend und wirksam.

Liebe Forschungsgruppe Neutrinophysik, es hat mir sehr gut gefallen bei Euch, danke für die schöne Zeit! Bei Prof. Dr. Caren Hagner bedanke ich mich sehr herzlich für die Möglichkeit, hier meine Bachelorarbeit zu verfassen. Lieber Björn, lieber Christian, lieber Horsti, lieber Matt, liebe Nadine, lieber Volker, an Euch ein dickes Danke für das Betreuen und Korrekturlesen meiner Arbeit sowie das geduldige Beantworten vieler kleiner und großer Fragen.

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, den 15. Mai 2013

Henning Rebber