Einführung in die Theoretische Physik II

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe 1 — Divergenz, Rotation, Gradient, Laplace
Berechnen Sie:

$$\text{grad}\, r^{-1}\ , \quad \text{div}\, \boldsymbol{r}\ , \quad \text{rot}\, \boldsymbol{r}\ , \quad \left(\Delta - \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) e^{i(\boldsymbol{kr}-\omega t)}\ !$$

ω ist eine Konstante, $\boldsymbol{k}$ ist ein konstanter Vektor.

Aufgabe 2 — Nabla-Kalkül
Es seien $\boldsymbol{c}$ ein konstanter Vektor und $\varphi = \varphi(\boldsymbol{r})$ ein skalares Feld.

Berechnen Sie:

$$\text{a)}\quad \text{rot}\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{c}\times\boldsymbol{r}\right) \qquad \text{b)}\quad \text{rot}(\varphi\, \text{grad}\varphi) \qquad \text{c)}\quad \text{div}(\boldsymbol{c}\,\varphi)\ !$$

Rechnen Sie mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Nabla-Kalküls!

Hausaufgaben

Aufgabe 1 — Produktregel Laplace-Operator
(4 Punkte) Beweisen Sie für beliebige skalare Felder $\varphi(\boldsymbol{r}), \psi(\boldsymbol{r})$:

$$\Delta(\varphi\psi) \quad = \quad \varphi\Delta\psi + 2(\text{grad}\varphi)(\text{grad}\psi) + \psi\Delta\varphi\ ,$$

und benutzen Sie dazu den Nabla-Kalkül!

Aufgabe 2 — Nabla-Kalkül
(4 Punkte) $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{b}(\boldsymbol{r})$ seien Vektorfelder. Zeigen Sie:

$$\text{grad}\,(\boldsymbol{ab}) = (\boldsymbol{b}\,\text{grad})\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}\times\text{rot}\boldsymbol{a} + (\boldsymbol{a}\,\text{grad})\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}\times\text{rot}\boldsymbol{b} \qquad !$$