Übungsblatt 8 Theoretische Physik A (Quantenmechanik) SS 09

Abgabetermin: 10.6.2009

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Erwartungswerte und die Schwankungsquadrate der Komponenten $\hat{L}_x$ und $\hat{L}_y$ des Drehimpulsoperators in den Eigenzuständen $|lm>$ von $\vec{L}^2$ und $\hat{L}_z$.

Aufgabe 2

Die Radialanteile der Wellenfunktionen $R_{nl}(r)$ des Wasserstoffatoms sind

$$\begin{aligned} R_{10} &= \frac{2}{a_0^{3/2}} \exp(-\frac{r}{a_0}) \\ R_{20} &= \frac{1}{\sqrt{2}a_0^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) \exp(-\frac{r}{2a_0}) \\ R_{21} &= \frac{1}{\sqrt{6}a_0^{3/2}} \frac{r}{2a_0} \exp(-\frac{r}{2a_0}), \end{aligned}$$

wobei n und l die Hauptquantenzahl bzw. den Bahndrehimpuls und a_0 den Bohr-Radius bezeichnen. Skizzieren Sie den Verlauf dieser Wellenfunktionen und erechnen Sie den mittleren Abstand vom Ursprung.

Hinweis: Benutzen Sie die Formel (für ganzzahlige n)

$$\int_0^\infty dx x^{n-1} e^{-x} = \Gamma(n) = (n-1)!\,.$$

Aufgabe 3

Der Hamiltonoperator des dreidimensionalen Oszillators lautet

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{m\omega^2 r^2}{2}.$$

Zeige dass der Produktansatz

$$\Psi_{n_1 n_2 n_3}(x,y,z) = \psi_{n_1}(x)\psi_{n_2}(y)\psi_{n_3}(z)$$

Eigenfunktionen zu H liefert, wobei die ψ_n die bekannten Eigenfunktionen des eindimensionalen harmonischen Oszillators sind. Berechne daraus die beiden niedrigsten Eigenwerte des dreidimensionalen Oszillators und die dazugehörigen Wellenfunktionen.