Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

FAKULTÄT
FÜR MATHEMATIK, INFORMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

Grundlagen und Prinzipien der modernen Physik

Jan Louis

Sommersemester 2024
Freitags, 10:15 – 11:45 Uhr
HS ESA J, Edmund-Siemers-Allee 1

Ziel der Vorlesung

- Vermittlung der Grundlagen & Prinzipien der modernen Physik
- insbesondere Bedeutung aus heutiger Sicht

Was will die Vorlesung nicht

- Darstellung der historischen Entwicklung
- Darstellung der Motivation der Physiker:innen

Disclaimer / Haftungsausschluß:

Immer wieder wird es Berührungspunkte mit philosophischen und historischen Aspekten geben. Diese können nur aus Sicht eines philosophisch/historisch ungeschulten Physikers dargestellt werden!

Inhalt

- Newtonsche Mechanik
- Newtonsche Gravitationstheorie
- Thermodynamik & Statistische Physik
- Elektrodynamik
- Spezielle Relativitätstheorie
- Allgemeine Relativitätstheorie
- Quantentheorie
- Teilchenphysik
- Kosmologie
- Quantengravitation

Literaturempfehlungen:

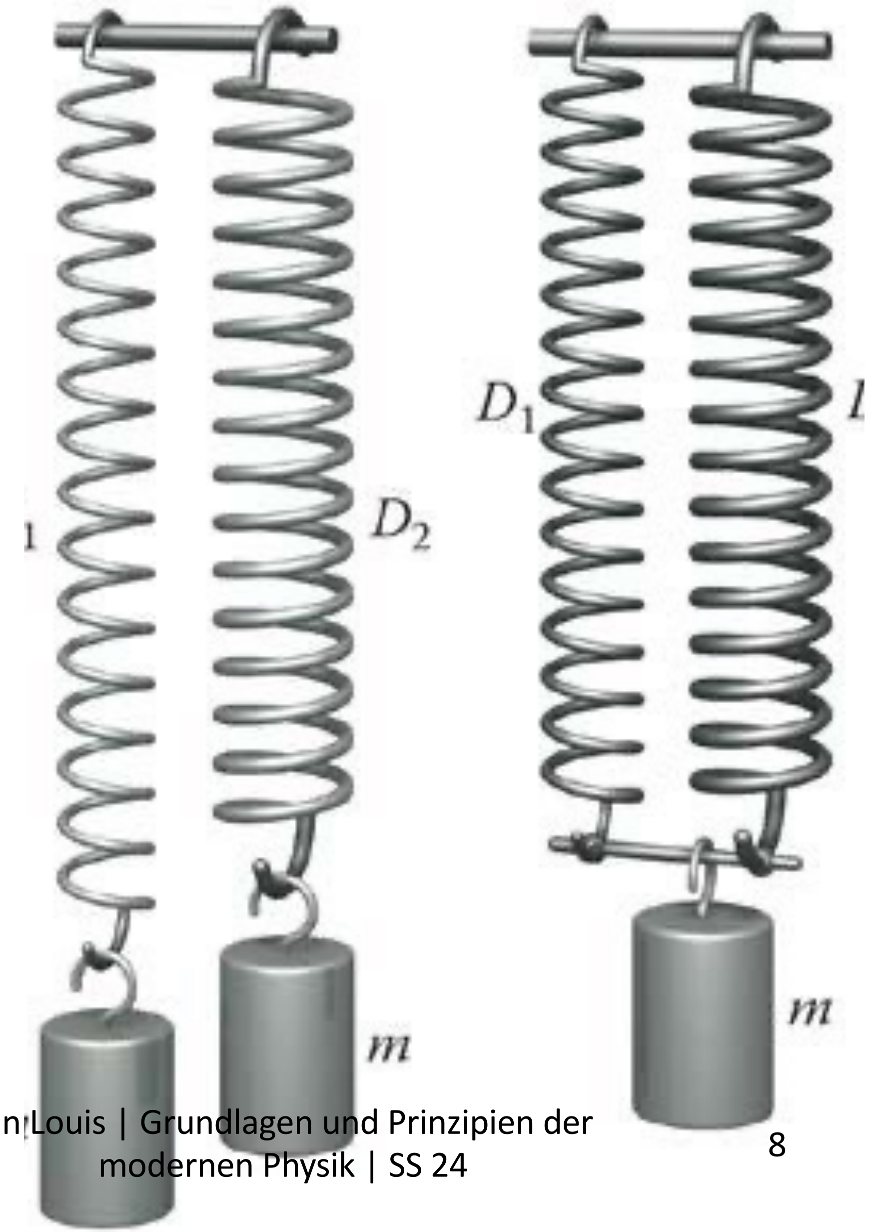
(1) G. Hasinger, Das Schicksal des Universums, 2007, Beck, München
(2) S. Hawking, A brief history of time, 1988, Bantam Books, New York
(3) H. Hetznecker, Relativitätstheorie für dummies, 2018, Wiley, Weinheim
(4) J. Louis, Mit der Stringtheorie zum Urknall, 2022, Springer, Berlin
(5) R. A. Muller, Physics For Future Presidents, 2008, Norton, New York
(6) E. Scheibe, Die Philosophie der Physiker, 2006, Beck, München
(7) S. Weinberg, The First Three Minutes, 1977, Basic Books,
(8) S. Weinberg, Dreams of a Final Theory, 1992, Phantheon Books, New York
(9) S. Weinberg, Facing Up, 2001, Harvard University Press, Cambridge, USA
(10) S. Weinberg, To Explain The World, 2015, Penguin, UK
(11) S. Weinberg, Third Thoughts, 2018, Harvard University Press, Cambridge, USA
(12) S. Weinberg, Foundations of Modern Physics, 2021, Cambridge University Press, Cambridge, UK
(13) ...


}essentials{
Jan Louis
Mit der Stringtheorie zum Urknall
Eine Reise an den Ursprung des Universums
Springer Spektrum

1

Newtonsche Mechanik

5.4.2023



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Moderne Physik

Die wissenschaftliche Revolution beginnt mit Kopernikus (1473-1543)

Die moderne Physik beginnt mit Galileo Gallilei (1564-1641)

Sie lässt sich wie folgt charakterisieren:

i. quantitative Analyse der Natur mit Hilfe von Beobachtungen, Experimenten und Messungen
ii. Auffinden von exakten Naturgesetzen
iii. Formulierung in mathematischer Sprache

Prominentes Beispiel:

- Fallgesetze / unterschiedliche Körper fallen vom schiefen Turm in Pisa (Anekdote)

Moderne Physik

Die wissenschaftliche Revolution beginnt mit Kopernikus (1473-1543)

Die moderne Physik beginnt mit Galileo Gallilei (1564-1641)

Sie lässt sich wie folgt charakterisieren:

i. quantitative Analyse der Natur mit Hilfe von Beobachtungen, Experimenten und Messungen
ii. Auffinden von exakten Naturgesetzen
iii. Formulierung in mathematischer Sprache

Vor Kopernikus / Galileo:

- Aristotelische Schule: Naturgesetze können durch reines Denken erkannt und aufgeschrieben werden

Moderne Physik

Die wissenschaftliche Revolution beginnt mit Kopernikus (1473-1543)

Die moderne Physik beginnt mit Galileo Gallilei (1564-1641)

Sie lässt sich wie folgt charakterisieren:

i. quantitative Analyse der Natur mit Hilfe von Beobachtungen, Experimenten und Messungen
ii. Auffinden von exakten Naturgesetzen
iii. Formulierung in mathematischer Sprache

Man unterscheidet:

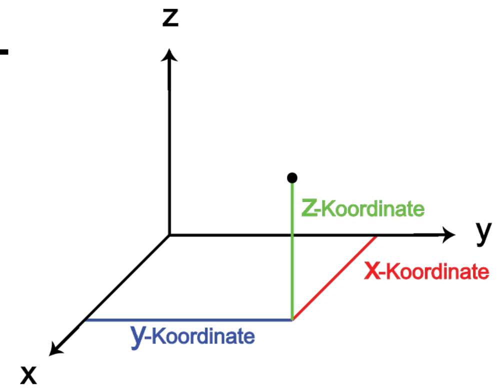
- Experimentalphysik: befasst sich mit i. und ii.
- Theoretische Physik: befasst sich mit ii. und iii.

Raum und Zeit bei Newton

- Raum als Behältnis indem sich Körper befinden und Naturgesetze ablaufen
- Eigenschaften von Newtons absoluten Raums:
    1. unveränderlich, wird nicht von physikalischen Abläufen beeinflusst oder verändert und ist unabhängig von Beobachtung bzw. den Beobachtenden
    2. homogen, isotrop, dreidimensional
    3. er ist in absoluter Ruhe
- Inkonsistenz: Newton postulierte absoluten Raum obwohl sein 1. Axiom die Äquivalenz von Ruhe und geradlinig gleichförmiger Bewegung festschreibt.
- Newton postulierte absolute Zeit – unabhängig vom Raum
- In der Bewegung werden sie verknüpft: Körper befindet sich zu einem Zeitpunkt an einem Raumpunkt.

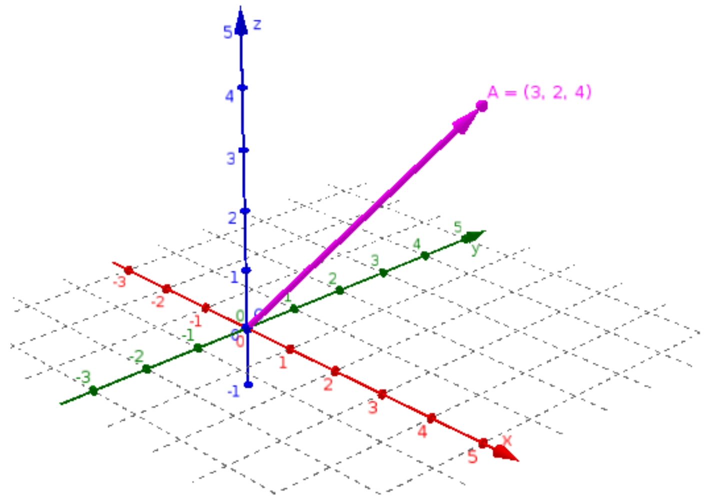
Mathematischer Exkurs I: Vektoren

- Wahl eines Koordinatensystems im 3-dim. Raum mit x-,y-,z-Achse



- Vektor $\vec{a}$: Pfeil im 3-dim. Raum von 0 -> A

- hat Koordinaten $(a_x, a_y, a_z\ )$ (= (3,2,4) im Beispiel)



- Länge: $|\vec{a}|^2 = \ a_x^2 + a_y^2 + a_z^2$

- Vektor der Länge 1 = Einheitsvektor

$$\hat{a} \ = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

<u>Newtonschen Axiome</u> (Isaac Newton, 1643-1727)

Newton fasst Beobachtungen / Messungen von Galileo in 3 Axiomen zusammen.

Sie behandeln Bewegungen von Körpern auf Grund angreifender Kräfte

I. *Ein kräftefreier Körper ruht oder bewegt sich geradlinig gleichförmig*

II. *Unter der Einwirkung von Kräften wird die Bewegung eines Körpers durch die Gleichung bestimmt*

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

$\vec{F}$ *= angreifende Kraft, m= Masse des Körpers,* $\vec{a}$ *= Beschleunigung des Körpers*

III. *Kraft = Gegenkraft*

- Newtonschen Mechanik ist die erste moderne physikalische Theorie
- Ziel: Berechne die Bahnkurve des Körpers, dann Vergleich mit Experiment, Beobachtung, Messung

Mathematischer Exkurs II: Differentialgleichungen

- Beschleunigung $\vec{a}$ eines Körpers = Änderung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Körpers mit der Zeit. Man schreibt

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t_1) - \vec{v}(t_2)}{t_1 - t_2} \quad , \quad \text{mit} \quad t_1, t_2 \text{ beliebige Zeitpunkte}$$

- t_1 und t_2 beliebig nah: Änderung von $\vec{v}$ zum Zeitpunkt t. Man schreibt

$$\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{d\,t} = \lim_{t_1 \to t_2} \frac{\vec{v}(t_1) - \vec{v}(t_2)}{t_1 - t_2}$$ ($\vec{a}$ heißt Ableitung von $\vec{v}$ nach der Zeit).

- Geschwindigkeit = Änderung des Ortes $\vec{r}$ mit t, also analog

$$\vec{v} = \frac{d\,\vec{r}}{d\,t} = \lim_{t_1 \to t_2} \frac{\vec{r}(t_1) - \vec{r}(t_2)}{t_1 - t_2}$$

- Es folgt $\vec{a} = \frac{d\,\vec{v}}{d\,t} = \frac{d}{dt}\frac{d\,\vec{r}}{d\,t} = \frac{d^2\,\vec{r}}{d\,t^2} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = m\,\vec{a} = m\,\frac{d^2\,\vec{r}}{d\,t^2}$.

Mathematischer Exkurs II: Differentialgleichungen

- $\vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{d t^2}$ ist eine Differentialgleichung (DGL) 2. Ordnung, sie heißt Newton Gleichung oder Bewegungsgleichung

- Lösung bestimmt Bahnkurve $\vec{r}$(t) für vorgegebene Kraft $\vec{F}$

- $\vec{r}$(t) gibt an wo sich der Körper zu welcher Zeit befindet

- DGLs haben nie eindeutige Lösung: $\vec{r}$(t) hängt von Ort $\vec{r}\,(t_0) \equiv \vec{r}_0$ und Geschwindigkeit $\vec{v}\,(t_0) \equiv \vec{v}_0$ zu einem festen Anfangszeitpunkt t_0 ab. Diese müssen gemessen bzw. vorgegeben werden.

Lösungen der Newton Gleichung

- Beispiel 1:

$$\vec{F} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t$$

– $\vec{r}(t) =$ Bahnkurve einer geradlinig gleichförmigen Bewegung

– für $\vec{v}_0 = 0$ ruht der Körper am Ort $\vec{r}_0$.

- entspricht dem Axiom I

Ein kräftefreier Körper ruht oder bewegt sich geradlinig gleichförmig

Lösungen der Newton Gleichung

➢ Beispiel 2: Harmonischer Oszillator

$F = -k\,y,$ k = Federkonstante

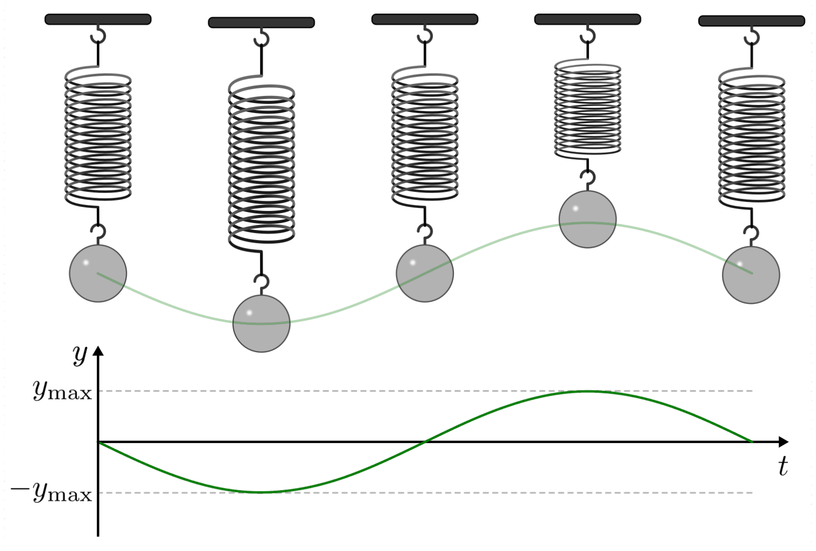
Newton Gleichung

$$-k\,y = m\,\frac{d^2 y}{d\,t^2}$$

Lösung: Bahnkurve

$$y(t) = y_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t$$

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ = Frequenz der Schwingung



Lösungen der Newton Gleichung

- In der Regel exakte Lösung der Newton Gleichung nicht möglich und geeignete Näherungsverfahren sind notwendig
- Vielfache Anwendung: Störungstheorie
- Beispiel: $F = -k\, y + \epsilon\, y^2$
  - Bahnkurve y(t) = $y_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \quad + \quad \epsilon\, A + \epsilon^2\, B + \epsilon^3\, C + ...$
  - A, B, C sind berechenbare Größen von y_0, v_0, ω, t,
  - weitere Terme können zu beliebiger Ordnung in ϵ berechnet werden.
  - Für $\epsilon < 1$: Korrekturglieder werden immer kleiner.
  - Berechnung der Glieder an Messgenauigkeit anpassen.
  - Voraussetzung für Erfolg der Methode: kleiner Parameter ϵ muss existieren!
- Alternative: Numerische Lösungsverfahren

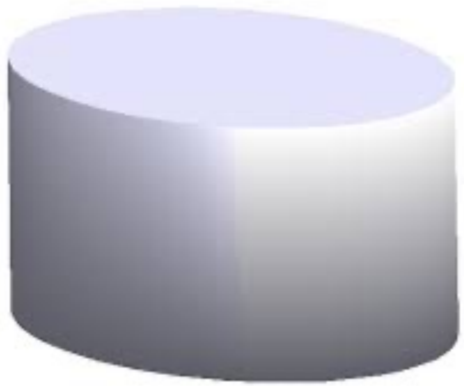
Newtonsche Mechanik für ausgedehnte Körper

Weitere Vereinfachung: starre Körper (nicht verformbar)

Lösung der Newtonschen Gleichung separiert

i. Bewegung des Schwerpunkt des Körpers

ii. Bewegung des Körpers um den Schwerpunkt



- i. entspricht der Näherung Körper -> Massenpunkt
- liefert wesentliche Teile der Bewegung, insbesondere wenn

  Abstand Beobachter-Körper >> Ausdehnung des Körpers

Erhaltungsgrößen

- Wichtige weitere Größen sind Erhaltungsgrößen (sie sind zeitlich konstant für die Lösung, also auf der Bahn des Körpers).
- Prominentes Beispiel: Energie E

Harm. Osz.: $E \ = \frac{m}{2}\, v^2\,(t) + \frac{k^2}{2}\ y^2(t)\ \ \text{erfüllt}\ \ \frac{d\,E}{d\,t}$ = 0 auf der Bahnkurve

- weitere Erhaltungsgrößen: Impuls, Drehimpuls, ... je nach phys. System. Sie erleichtern die Bestimmung der Lösung bzw. der Bewegung.
- Noether Theorem (1915-1918, Emmy Noether 1882-1935):

  Zu jeder Symmetrie eines physikalischen Systems gehört eine Erhaltungsgröße und umgekehrt

Was ist eine physikalische Theorie?

- Satz von Axiomen bzw. Postulaten bestehend aus mathematischen Gleichungen und verbal formulierten Gesetzen
- Meist weitere Annahmen implizit
- Spezifikation auf welche physikalischen Systeme die Postulate anwendbar sind

Wie findet man eine Theorie?

- Hier gibt es keine klare Systematik (siehe Wissenschaftstheorie).
- Erklärung aller bekannten Phänomene, Erklärung von bestehenden Diskrepanzen, Vorhersagen neuer Phänomene.
- Beinhaltet ein Element von „erraten“.

Zusammenfassung

- Newtonsche Mechanik, ausgedrückt durch 3 Axiome, ist erste moderne physikalische Theorie im Sinne Galileos.
- Sie legt fest, wie sich Körper unter dem Einfluss angreifender Kräfte bewegen.
- Zentrale mathematischen Gleichung: $\vec{F} = m\,\vec{a}$
- Gleichung in der Regel nicht exakt lösbar -> Näherungen notwendig
  - Körper -> Massenpunkt
  - Störungstheorie
- Erhaltene (d.h. zeitunabhängige) Größen existieren (z.B. Energie) und vereinfachen das Auffinden der Lösung

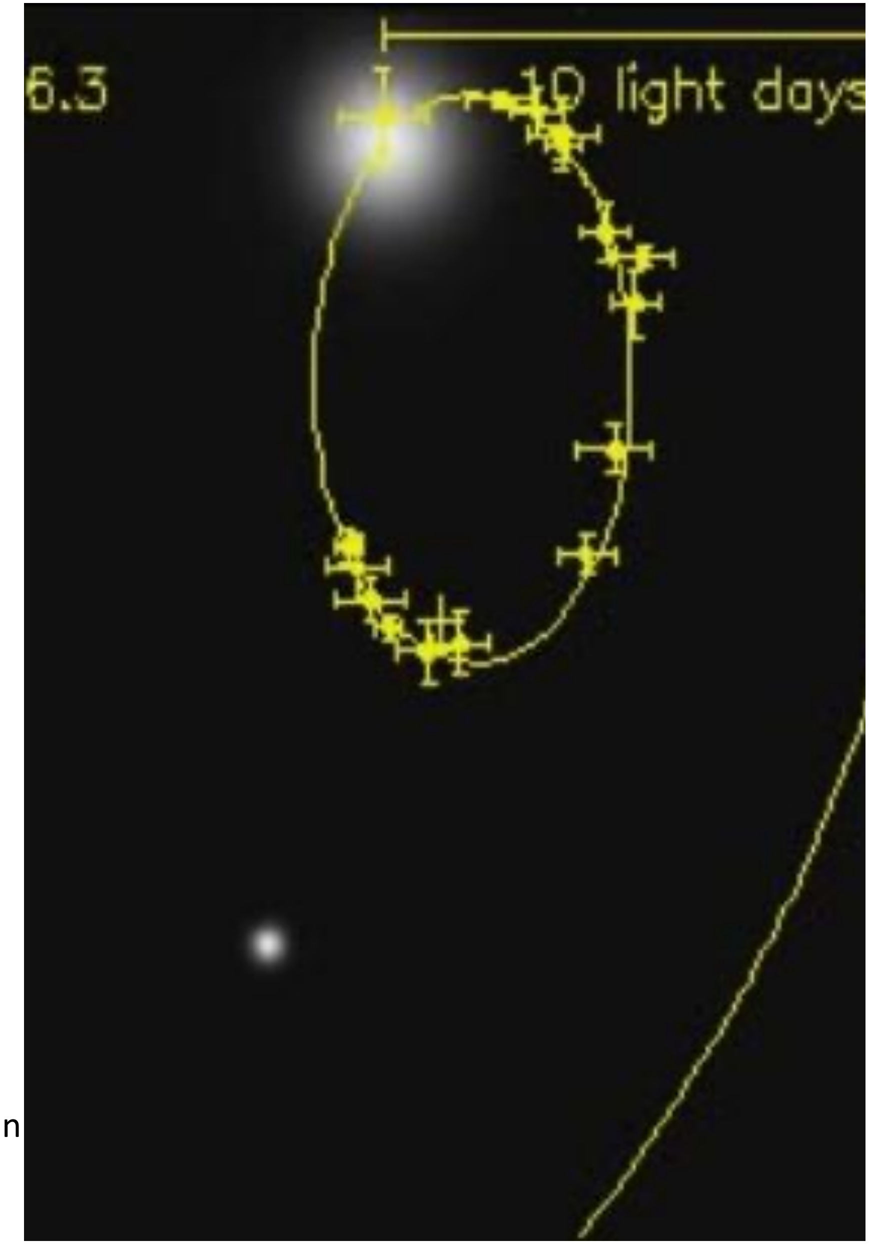
2

Newtonsche
Gravitationstheorie

5.4./ 12.4. 2024

Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Jan



Newtonsches Gravitationsgesetz

2 Körper mit Massen m_1 und m_2 üben eine anziehende Gravitationskraft aufeinander aus. Sie hat die Form

$$\vec{F} \quad = \quad - G_N \, m_1 \, m_2 \, \frac{\vec{r}}{r3} \quad = \quad - G_N \, m_1 \, m_2 \, \frac{\hat{r}}{r^2}$$

- m_1 befindet sich am Ursprung, m_2 befindet sich am Ort $\vec{r}$, $r = |\vec{r}|$
- G_N: Newtonsche Gravitationskonstante
  - gemessene, fundamentale Naturkonstante
  - gibt die (kleine) Stärke der Gravitationskraft an
- Gravitationskraft ist eine der fundamentalen Kräfte der Natur

Anwendungen:

- Gravitationskraft ist verantwortlich für:
  - dass wir auf der Erde stehen,
  - Fallgesetze vom schiefen Turm von Pisa
  - Gezeiten,
  - Planetenbewegung: Erde um Sonne, Mond um Erde, ...
  - alle Bewegungen am Himmel.

- Quantitativ: finde $\vec{r}$(t) als Lösung der Differentialgleichung

$$\vec{F} \;=\; -\,G_N m_1 m_2 \,\frac{\vec{r}}{r3} \;=\; m_1\,\vec{a} \;= m_1\,\frac{d^2\,\vec{r}}{dt^2}$$

Äquivalenzprinzip

- Quantitativ: finde $\vec{r}$(t) als Lösung der Differentialgleichung

$$- G_N m_1 m_2 \frac{\vec{r}}{r3} = m_1 \frac{d^2\,\vec{r}}{dt^2}$$

- Auf beiden Seiten der Gleichung steht die gleiche Masse m_1
- Könnten a priori zwei verschiedene Massen sein: schwere bzw. träge Masse
- Beobachtung (Galileo, Newton): schwere Masse = träge Masse aber ohne Erklärung (Äquivalenzprinzip, Erklärung erst durch Einstein)
- Dadurch fällt m_1 aus der DGL heraus und Lösung ist unabhängig von m_1

Anwendung 1: Fallgesetze

- Annahme: Gravitationskraft konstant für Höhe des Turm (in z-Richtung)

$$F_z \quad = \quad -\, \mathrm{G_N m_1 m_2} \,\frac{z}{r3} \quad \approx \quad -\,\mathrm{g\, m_1} \quad = \quad \mathrm{m_1} \frac{d^2 z}{dt^2}$$

- Lösung: $z(t) \; = - \, \frac{1}{2}\, g\, t^2 \; + \; z_0 \, ,$ $\qquad z_0$ = Spitze des Turms

- Konstante Beschleunigung $a_z \; = g$ = konstant

- Folge des Äquivalenzprinzips: alle Körper / Massen fallen gleich schnell!

- Turm: Feder und Hammer unterschiedlich nur wg. Luftwiderstand

- Demonstration 1971 auf dem Mond (Apollo 15, D. Scott):

  Feder und Hammer fallen gleich schnell!

Anwendung 2: Planetenbahnen:

- Finde $\vec{r}$(t) als Lösung der Differentialgleichung

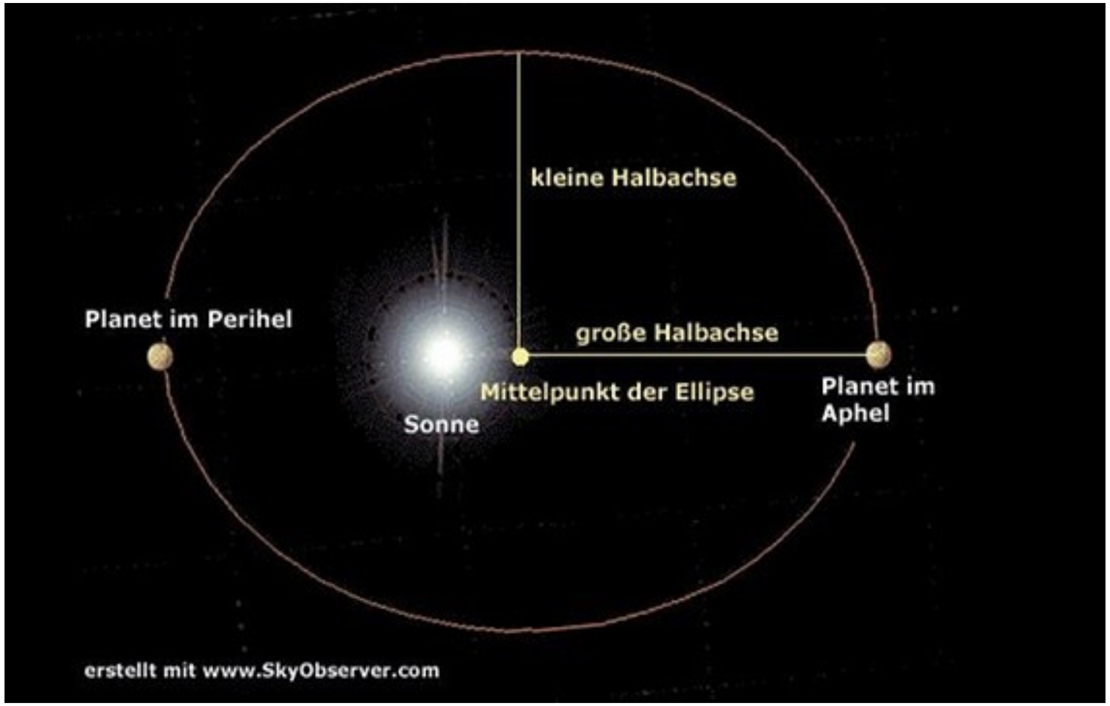
$$- G_N m_1 m_2 \frac{\vec{r}}{r3} = m_1 \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

  für Sonne (m_2) fest und Erde (m_1) am Ort $\vec{r}$(t)

- DGL für das sogenannte 2-Körper-Problem ist exakt lösbar!
- Ergebnis: Erde bewegt sich auf Ellipsenbahn um Sonne, die im Brennpunkt der Ellipse steht (genauer: Schwerpunkt ist im Brennpunkt)
- Stimmt mit Beobachtungen von Johannes Kepler (1571-1630) überein (Keplerschen Gesetze, Anfang 17. Jahrh.)
- Eingeleitet durch Nikolas Kopernikus (1473-1543):

  kopernikanische Wende, Ablösung geozentrisches -> heliozentrisches Weltbild

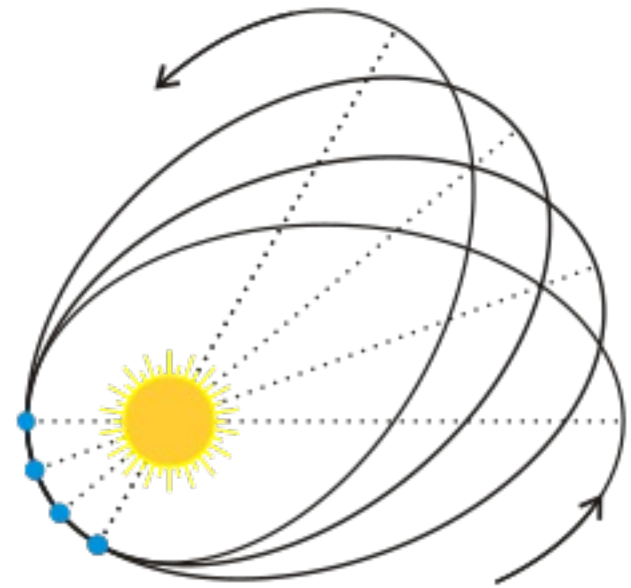
Ellipsenbahnen der Planeten



- Brennpunkte: haben von jedem Punkt auf der Ellipse die gleiche Abstandssumme
- Größe der Ellipsen (Halbachsen) wird durch DGL nicht festgelegt -> freie Parameter der Lösung
- Man berechnet auch: $\vec{v}$, Umlaufzeit, ...
- Lösung gilt für alle Planetenbahnen
- Lösung gilt für alle 2 Körper, die sich umkreisen (z.B. Doppelsterne)
- Erhaltungsgröße: Drehimpuls senkrecht zur Ebene

Drehung des Perihels

- Hinzunahme weiterer Planeten: 3-Körper bzw. N-Körper Problem, nur Näherungslösung möglich
- Störung durch andererere Planeten führt zu Rosettenbahn (Periheldrehung)
- Entdeckung des Neptun 1846 durch J.G. Galle auf Grund von Vorhersage von U. Le Verrier
- Beobachtete Diskrepanz bei Merkurbahn von Einstein in der Allgemeinen Relativitätstheorie gelöst.



Historische Zufälle

- Abstand Sonne-Erde (Werte der Halbachsen) wird von Newtonschen Gravitationstheorie nicht vorhergesagt, sondern nur die Ellipsenbahn
- Abstand ist für Leben auf der Erde aber entscheidend
- Vergangenheit (Ptolomäus, Kepler): Versuch für Abstand Sonne-Erde Erklärung zu finden
- Heute: Abstand wird als „historischer Zufall“ angesehen
- „Erklärungsversuch“ durch das Anthropische Prinzip [B. Carter, 1973]

Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]

- Bobachtete / gemessenen Werte von Naturkonstanten (z.B. G_N, Abstand Sonne-Erde,...) werden bislang von keiner Theorie vorhergesagt und als „Historische Zufälle“ angesehen

- Carter, ... :

  „ ...was wir zu beobachten erwarten können, muss eingeschränkt sein durch die Bedingungen, welche für unsere Gegenwart als Beobachter notwendig sind.“

- Andere Formulierung:

  Physikalisch sind durchaus andere Realisierungen des Universums denkbar. Weil aber nur bestimmte, mögliche Universen die Existenz des Menschen zulassen, muss das Universum so sein, wie wir es beobachten, *denn wir sind hier*, um es zu beobachten.

- Abschätzungen der Naturkonstanten, die Leben erlauben ergibt sehr enge Bereiche!

- Beobachter kommt ins Spiel

Anthropisches Prinzip [B. Carter, 1973]

- sehr umstritten
- Contra: Aufgabe wissenschaftlicher Methodik
- Pro: Versuch „alles“ zu erklären ist zu Mensch-zentriert
- Kompromiss: Verbinde mit statistischen Überlegungen

  Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit ein Universum mit den beobachteten Werten zu finden?

- Wir greifen das Thema später nochmal auf

Exoplanten

- Seit 1980iger: Planeten in anderen Sonnensystemen entdeckt (Exoplaneten)
- Heute: Suche nach Exoplaneten mit Leben („Astro-Biologie“)
- Methode
  - Beobachte Planet, der sich vor (andere) Sonne schiebt
  - Suche nach Bahnen in „habitabler Zone“ (Abstand Sonne-Planet so, dass Leben möglich ist)
  - Suche nach Sauerstoff, Wasserstoff, Photosynthese, schweren Elemente in Atmosphäre

Zusammenfassung

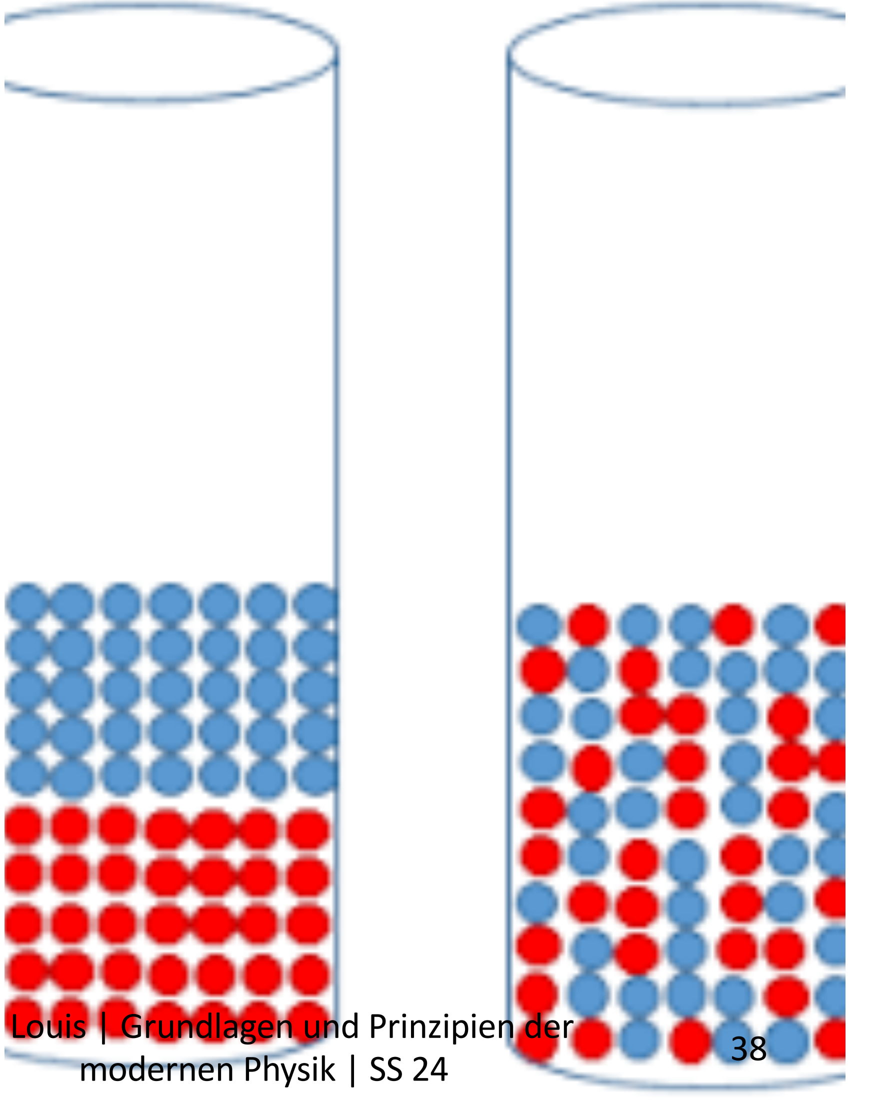
- Gravitationskraft ist eine der fundamentalen Kräfte der Natur
- Gravitationskraft: $\vec{F} = - G_N \, m_1 \, m_2 \, \frac{\hat{r}}{r^2}$
- Ellipsenbahnen als Lösung des 2-Körper-Problems
- „Größe" der Ellipsen wird nicht festgelegt, kann nur beobachtet werden
- Abstand Sonne-Erde = „Historischer Zufall"
- Erklärungsversuch: Anthropisches Prinzip [B. Carter]
- Planeten in anderen Sonnensystemen entdeckt, Leben erscheint möglich

3

Statistische Physik

(Maxwell, 1831-1879,
Boltzmann, 1844-1906, ...)

12.4.2024



Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Thermodynamik (Wärmelehre)

- Beschäftigt sich mit (thermischen) Eigenschaften von Gasen, Flüssigkeiten und Festkörpern und Übergängen zwischen Aggregatzuständen (gasförmig, flüssig, fest).
- Entwickelt ca. 1820-1910, motiviert durch technische Anwendungen (Dampfmaschine: Umwandlung von thermischer in mechanische Energie)
- Anwendungen auch in Chemie und Biologie
- Ist Theorie im Sinne Galileos / Newtons, formuliert in 3 bzw. 4 Hauptsätzen
- Neu: Ist eine emergente / effektive Theorie, d.h. es ist keine eigenständige Theorie, vielmehr existiert eine makroskopische und mikroskopische Beschreibung (Thermodynamik und Statistischen Physik)

Hauptsätze der Thermodynamik (historisch)

0. 2 Systeme im thermischen Gleichgewicht haben die gleiche Temperatur T
1. In einem abgeschlossenen System ist die Energie E erhalten.

   (Kein Perpetuum Mobile 1. Art)
2. Wärme fließt von Körpern hoher Temperatur zu Körpern niedriger Temperatur und nicht umgekehrt

   (Kein Perpetuum Mobile 2. Art)
3. Ein System kann T=0 nie erreichen. (Nernst Theorem, 1905)

Statistische Physik:

- Konkrete Annahme: 1 m^3 Gas besteht aus ca. 10^{23} Gasmolekülen / Gasteilchen, die den Newton Gesetzen gehorchen.
- Die Gasteilchen sind verantwortlich für die thermodynamischen Eigenschaften eines Gases, z.B. Wärme, Druck, Temperatur wird durch Bewegung der Gasteilchen erzeugt.
- Allgemeiner: Makroskopische Größen eines Gases (Temperatur, Druck, Volumen, Gefierpunkt, ...) können aus mikroskopischen Newton Gesetzen für die Gasteilchen hergeleitet werden
- Aber:
  - Unmöglich (und sinnlos) Bahnkurve der 10^{23} Gasmolekülen zu berechnen
  - Unmöglich 6 x 10^{23} Anfangsbedingungen zu messen
  - Kenntnis der mikroskopischen Vorgänge ist letztlich uninteressant, man möchte die makroskopische Größen Temperatur, Druck, Volumen der Thermodynamik kennen. Diese sind hingegen auf mikroskopischer Ebene sinnlos.

Statistische Physik:

- Herleitung der Thermodynamik (Hauptsätze) aus den (deterministischen) Newtonschen Gesetzen als emergente Theorie

- Schematisch: Mikroskopische Theorie -> Makroskopische Theorie

  Statistische Physik -> Thermodynamik

  basiert auf Newton Gleichungen -> emergente Phänomene

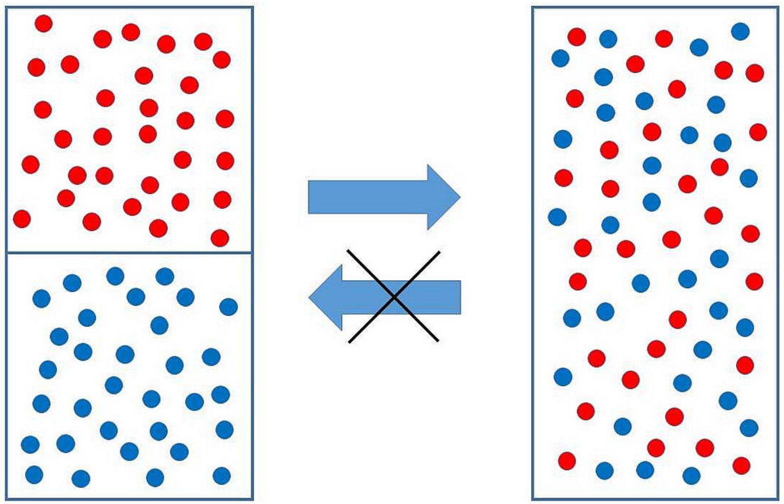
- Mathematisches Werkzeug: Wahrscheinlichkeitstheorie

Zentraler Begriff: Zustand

- Mikroskopischer Zustand
  - Für ein Teilchen festgelegt durch 6 Größen: Ort $\vec{r}$ und Geschwindigkeit $\vec{v}$
  - Auf einer Bahn durchläuft Teilchen Abfolge von Zuständen
  - Für 10^{23} Teilchen: mikroskopischer Gesamtzustand existiert im Prinzip, aber Angabe nicht möglich
- Makroskopischer Zustand
  - Wird durch wenige und andere Variable festgelegt: Druck P, Temperatur T, Volumen V, Energie E, Entropie S, Teilchenzahl N
  - Gleichgewichtszustand: Ein isoliertes System erreicht nach einer Zeit ein Zustand, indem sich (makroskopisch) nichts mehr ändert. Makroskopischen Variablen sind zeitlich konstant.

Grundidee

- Zu einem Makrozustand gehören viele Mikrozustände
- Annahme: In einem abgeschlossenen System (d.h. es besteht keine Wechselwirkungen mit Außenwelt) sind alle Mikrozustände gleich wahrscheinlich
- Der Makrozustand mit den meisten Mikrozuständen ist der wahrscheinlichste



Grundidee

- Zu einem Makrozustand gehören viele Mikrozustände
- Annahme: In einem abgeschlossenen System (d.h. es besteht keine Wechselwirkungen mit Außenwelt) sind alle Mikrozustände gleich wahrscheinlich
- Der Makrozustand mit den meisten Mikrozuständen ist der wahrscheinlichste
- Beschreibung des Gleichgewichtszustand wie auch der „Weg dorthin“ möglich
- Berechnung von makroskopischen Größen als statistische Mittelwerte

Entropie S

- Entropie S ist Größe, die mikroskopische Theorie mit makroskopischer Theorie verbindet.
- S zählt die Anzahl der Mikrozustände in einem Makrozustand
- In einem abgeschlossenen System (d.h. E = konstant) gilt

$$S = k_B \ln \Omega \,,$$

Ω = Anzahl der Mikrozustände mit fester Energie,

k_B = Boltzmann Konstante (Naturkonstante)

- In einem Prozess gilt immer dS>0 und S ist maximal im Gleichgewichtszustand
- S hängt von der Energie des abgeschlossenen Systems ab
- Änderung von E -> Änderung von S

Wärme

- ist Energieform
- mikroskopisch: Summe der Bewegungsenergien der Gasteilchen
- Abkühlung: Gasteilchen werden langsamer
- Absoluter Temperaturnullpunkt: alle Gasteilchen sind in Ruhe
- T=0 kann in einer Quantentheorie nicht erreicht werden -> 3. Hauptsatz
- Prominente Anwendung im 19. Jahrh.: Umwandlung von Wärme in mechanische Energie (Dampfmaschine, Dampflok,...)

Temperatur T, Druck P

- Temperatur $T^{-1} = dS/dE,$
- 2 abgeschlossene Systeme (s_1 , s_2) mit Temperatur (T_1, T_2) -> thermischer Kontakt -> Austausch von Wärme (E) bis S maximal im neuen Gleichgewicht, dann $T_1 = T_2 = T$

- $P = T\, dS/dV$, V= Volumen des Systems
- 2 abgeschlossene Systeme (s_1 , s_2) mit Druck (P_1 , P_2) -> gemeinsame bewegliche Wand -> Angleichung der Volumina bis S maximal im neuen Gleichgewicht, dann $P_1 = P_2 = P$.

- Die makroskopischen Größen T, P lassen sich aus Entropie S berechnen!

Anwendungen

- Ingenieurwissenschaften,

  z.B. „Dampfmaschinen“: Umwandlung Wärme -> mech. Arbeit
- Phasenübergänge: fest -> flüssig -> gasförmig
- Chemie, Biologie
- Klimaforschung

Zusammenfassung:

- Herleitung der Thermodynamik (Hauptsätze) aus den (deterministischen) Newtonschen Gesetzen als emergente Theorie

- Schematisch: Mikroskopische Theorie -> Makroskopische Theorie

  Statistische Physik -> Thermodynamik

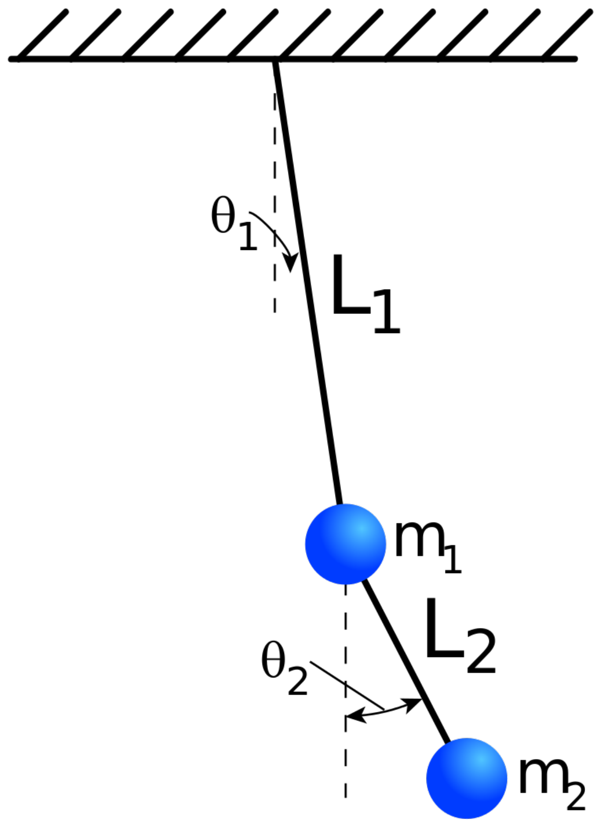
  basiert auf Newton Gleichungen -> emergente Phänomene

- Mathematisches Werkzeug: Wahrscheinlichkeitstheorie

Determinismus

- Physikalischen Gesetze legen das Verhalten eines physikalischen Systems eindeutig fest.
- Die Newtonschen Theorien sind prominentes Beispiel für deterministische Theorien.
- Kennt man die angreifenden Kräfte und gibt Anfangsbedingungen vor, legen Newton Gleichung die Bewegung von Körpern eindeutig fest.
- Zukunft kann vorhergesagt werden!
- Statistische Physik (mikroskopische Theorie): deterministisch,
- Thermodynamik (makroskopische Theorie): nur Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich (aus technischen Gründen)
- Seit Ende 19. Jahrh. Zweifel: Untersuchung Chaotischer Systeme

Doppelpendel als Beispiel eines chaotischen Systems



Doppelpendel als Beispiel eines chaotischen Systems

Determinismus

- Physikalischen Gesetze legen das Verhalten eines physikalischen Systems eindeutig fest.
- Die Newtonschen Theorien sind prominentes Beispiel für eine deterministische Theorie.
- Kennt man die angreifenden Kräfte und gibt Anfangsbedingungen vor, legen Newton Gleichung Bewegung von Körpern eindeutig fest.
- Zukunft kann vorhergesagt werden!
- Seit Ende 19. Jahrh. Zweifel: Untersuchung Chaotischer Systeme
- Heute: Chaotische Systeme sind deterministisch, Bahnkurve hängt aber empfindlich von den Anfangsbedingungen ab -> Vorhersage der Bahnkurve schwierig.

Reduktionismus

- Der Reduktionismus ist eine philosophische Grundhaltung, die Naturphänomene als (deterministische) Folgen von grundlegenden (physikalischen) Gesetzen ansieht.
- Anders ausgedrückt: wenn man die fundamentalen Gesetze kennt, kennt man im Prinzip auch alle Phänomene.
- Die Statistische Physik / Newtonsche Mechanik sind prominente Beispiele für Reduktionismus
- Reduktionisten sehen Klimaforschung, Chemie, Biologie als <u>emergente Theorien</u> an, die durch Komplexität neue Phänomene erzeugen, die sich aber letztendlich auch aus grundlegenden (physikalischen) Gesetzen herleiten lassen, auch wenn das momentan (noch) nicht durchgehend möglich ist.

Reduktionismus

- Newton: ging einen Schritt weiter und wollte alle physikalischen Gesetze auf seine Theorien zurückführen.
- Erfolg der statistischen Physik: Atomismus von Demokrit lebte wieder auf, Newtons Massenpunkte = Atome.
- Newton: Licht besteht aus Korpuskeln -> Wettstreit mit C. Huygens, der Licht als Welle beschrieb.
- E. Mach (1838-1916): Kritiker des Newtonschen Atomismus, Wissenschaft darf sich nur auf das Wahrnehmbare einlassen (Positivismus).
- Durch Entdeckung des Elektrons 1897 (J. Thomson): Atomismus wurde zentrales Paradigma des 20. Jahrhunderts.

Reduktionismus heute

- Modifikationen der physikalischen Theorien im 20. Jahrhundert haben nichts an der Popularität des Reduktionismus unter den Physikern verändert

  [S. Weinberg, „Dreams of a final theory“, 1991].

- Wenn man die Physik bei den kleinsten Längenskalen kennt, läßt sich daraus „die ganze Welt“ herleiten.

- „Theory of Everything“ = fundamentale, all umfassende, mikroskopische Theorie.

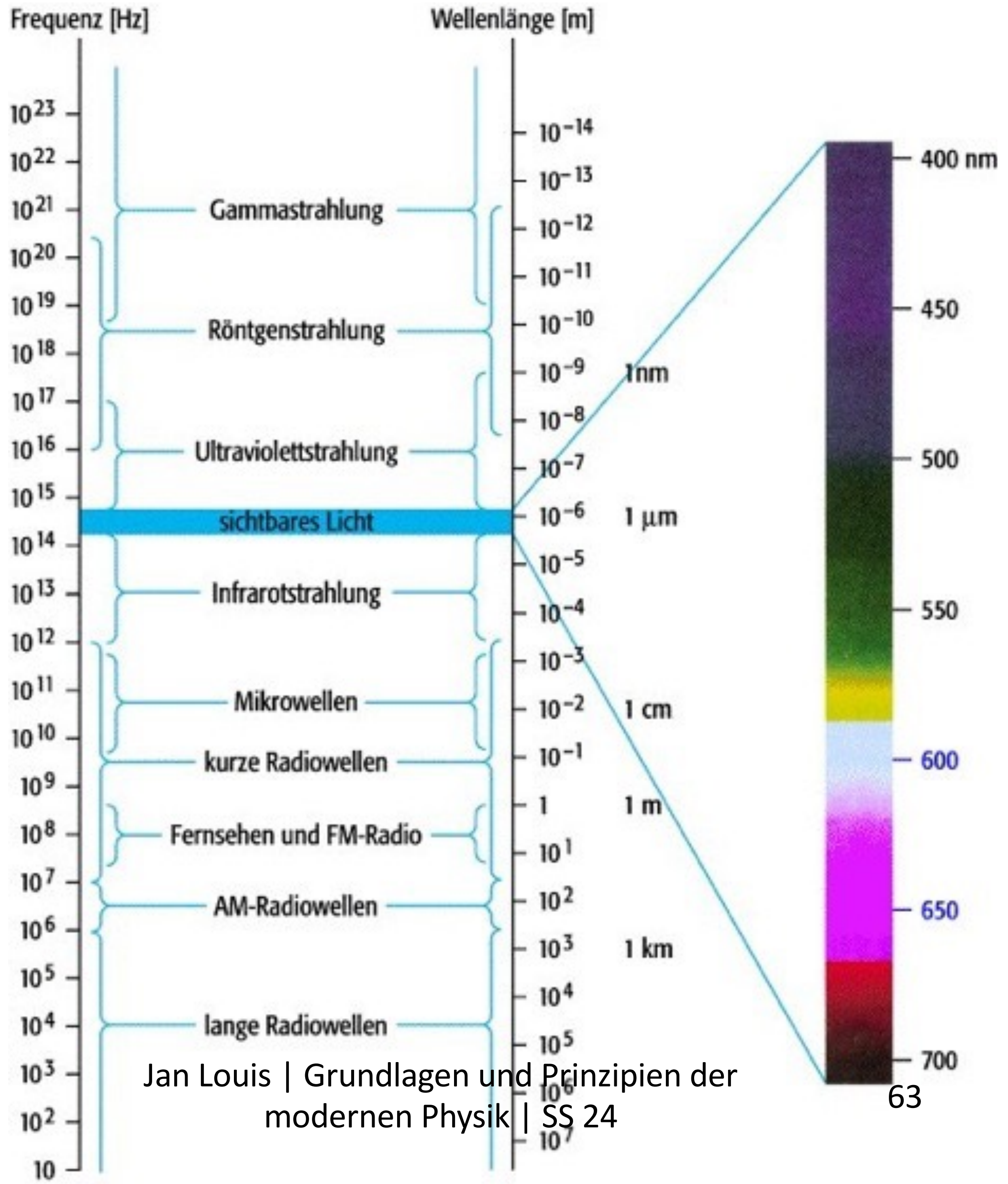
- Auch diese Theorie könnte durch eine zentrale Gleichung, die „Weltformel“, beschrieben werden. In gewisser Weise ist diese Idee schon bei Newton angelegt.

4

Elektrodynamik

(Michael Faraday, 1791-1867,
James Maxwell, 1831-1879, ...)

26.4.2024



Historische Einordnung

- Elektrische und magnetische Naturphänomene lange bekannt
- seit frühen 17. Jahrhundert Gegenstand der Forschung
- Faraday: bewegte Ladungen -> magnetische Phänomene
- 1864 Vereinigung von Elektrizitätslehre & Magnetismus zur <u>Elektrodynamik</u> (Maxwell)
- Elektrodynamik ist fundamentale Theorie der Natur (wie Gravitationstheorie)
- In sich abgeschlossen, charakterisiert durch 8 Gleichungen: Maxwell Gleichungen
- Zentrales neues Konzept: <u>Elektromagnetisches Feld</u>

Zentrales Konzept: Elektromagnetisches Feld

➢Was ist ein Feld?

Jedem Punkt in Raum und Zeit werden Werte (T, ...) zugeordnet:

$$(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t}) \rightarrow T(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t})$$

x,y,z: Koordinaten des Raumes

t: Zeit

Zentrales Konzept: Elektromagnetisches Feld

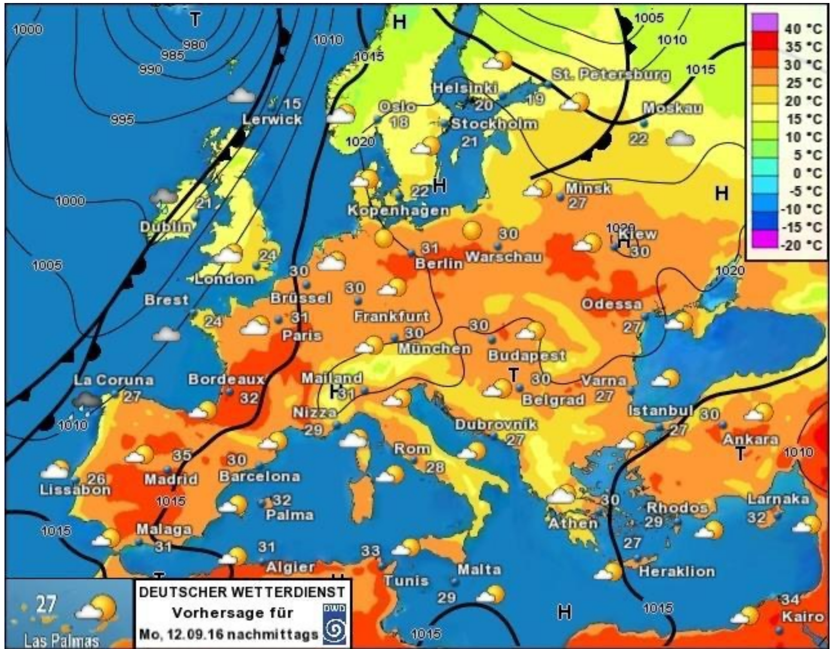
➢Was ist ein Feld?

Jedem Punkt in Raum und Zeit werden Werte (T, ...) zugeordnet:

$$(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t}) \;\; \to T(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t})$$

x,y,z: Koordinaten des Raumes

t: Zeit



Beispiel:

Temperaturfeld, Luftdruck, ...

Zentrales Konzept: Elektromagnetische Felder

➢ Elektrisches Feld $\vec{E}$, Magnetisches Feld $\vec{B}$

Jedem Punkt in Raum und Zeit werden zwei Vektoren $\vec{E}$ & $\vec{B}$, also zusammen 6 Größen zugeordnet:

$$(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t}) \rightarrow \vec{E}\,(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t})\ ,$$

$$(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t}) \rightarrow \vec{B}\,(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t})\ ,$$

Zentrales Konzept: Elektromagnetische Felder

- $\vec{E}$ & $\vec{B}$ erzeugen Kraft auf eine Ladung Q (Lorentzkraft)

$$\vec{F} = \mathrm{Q}\,(\vec{E} + \frac{1}{c}\,\vec{v} \times \vec{B})\ ,$$

Q= elektrische Ladung, c= konstante (Licht-) Geschwindigkeit,

$\vec{v}$ = Geschwindigkeit der Ladung, x = Vektorprodukt

- Die Kraftübertragung findet durch ein Kraftfeld statt $\vec{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{t})$

  (Newton: Kraftübertragung durch instantane Fernwechselwirkung)

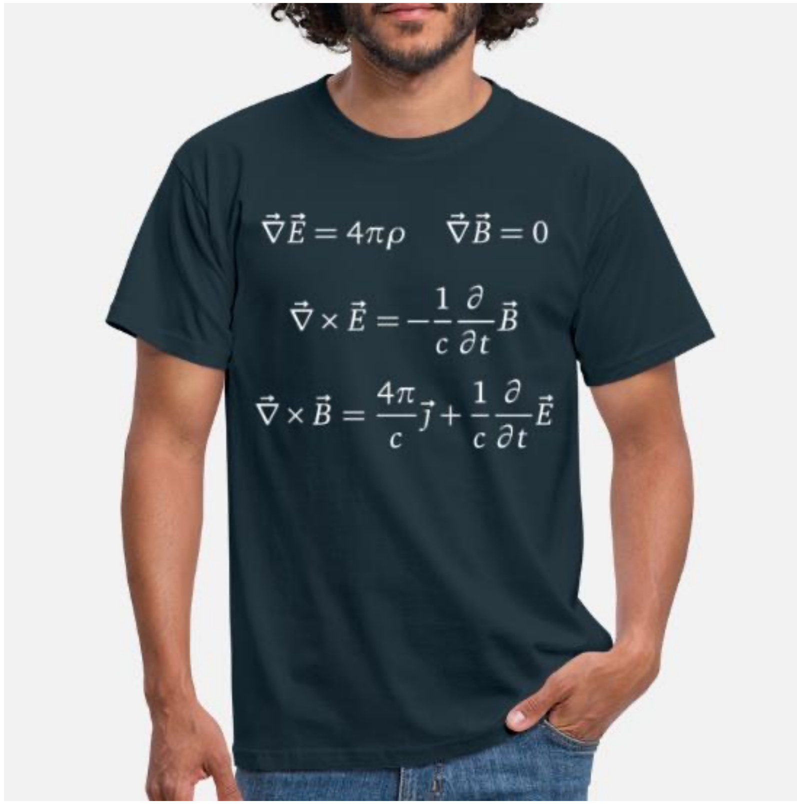
- Messung des elektrischen Feldes durch Probeladung

Zentrale Gleichungen: Maxwell Gleichungen

$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho \, , \qquad \nabla \vec{B} = 0 \, ,$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\Delta \vec{B}}{\Delta t} \, ,$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\Delta \vec{E}}{\Delta t}$$



Zentrale Gleichungen: Maxwell Gleichungen

- Die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ werden durch 8 (gekoppelte) Differentialgleichungen bestimmt

$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho\,, \qquad \nabla \vec{B} = 0\,,$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\vec{B}}{dt}\,, \qquad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\,\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{d\vec{E}}{dt}$$

ρ = Ladung(sdichte), $\vec{j}$ = elektrische Strom(dichte) werden vorgegeben (Quellen)

c= konstante Geschwindigkeit (Lichtgeschwindigkeit)

∇ = Differentialoperator, berechnet Änderungen von $\vec{E}$ und $\vec{B}$ bzgl. *x,y,z*

Lösungen der Maxwell Gleichungen

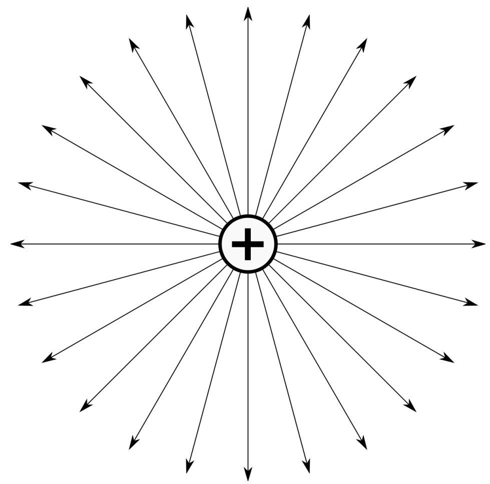
➢Zentrale Aufgabe der Elektrodynamik:

Berechne $\vec{E}$ & $\vec{B}$ für vorgegebene Quellen $\vec{j}$, ρ

➢Beispiel 1: Elektrostatik, $\vec{B} = \vec{j} = 0$, $\vec{E}$, ρ zeitunabhängig

– Allgemeine Lösung approximativ berechenbar

– Spezialfall: Punktladung Q_2 im Ursprung

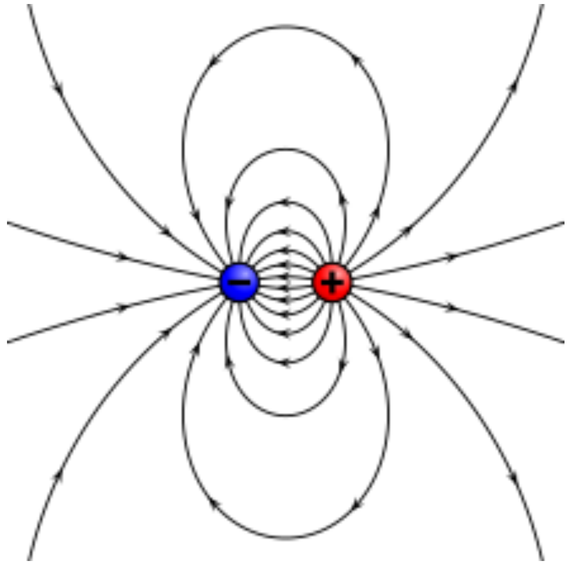


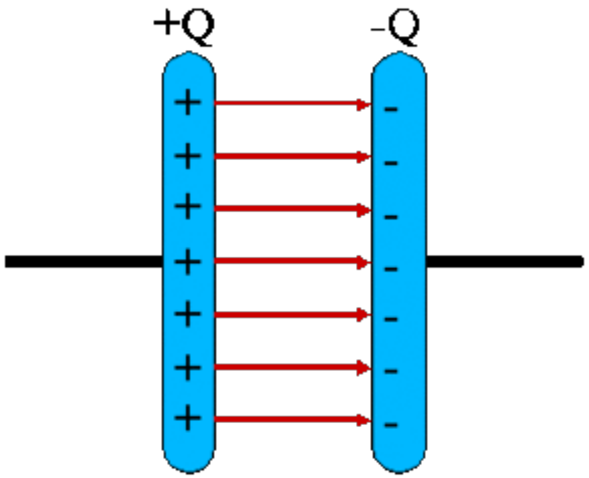
$$\vec{E}(x,y,z) = Q_2 \frac{\hat{r}}{r^2} , \qquad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

– Kraft auf Ladung Q_1 : $\vec{F} = Q_1 \vec{E} = Q_1 Q_2 \frac{\hat{r}}{r^2}$ (wie Gravitationskraft)

Lösungen der Maxwell Gleichungen

- Weitere Lösung der Elektrostatik
- Elektrisches Feld einer positiven und einer negativen Ladung (elektrischer Dipol) und eines Plattenkondensators



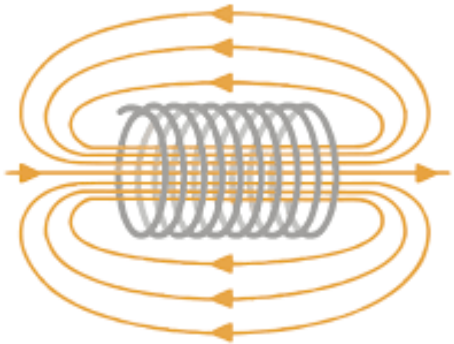


Lösungen der Maxwell Gleichungen

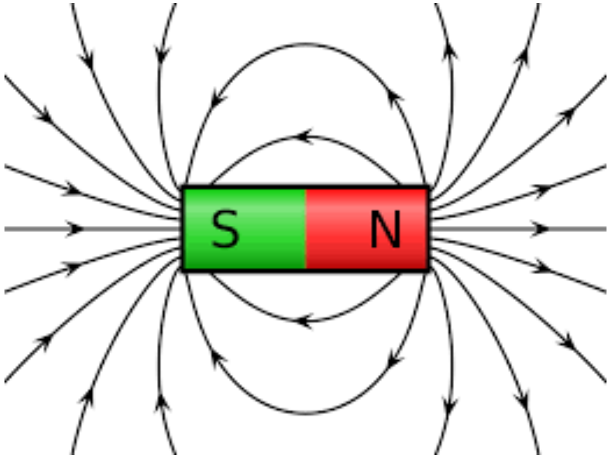
Fall 2: $\vec{E} = \rho = 0,\ \vec{B},\ \vec{j}$ zeitunabhängig: Magnetostatik

Typische Lösungen

stromdurchflossene Spule -> $\vec{B}$



magnetischer Dipol



Elektrische Elementarladung e

- 19. Jahrh.: Vermutung, dass Elementarladung e in der Natur existiert

- Entdeckung eines Teilchens (Elektron) 1897 durch J.J. Thomson, dass die negative Elementarladung e^- trägt (Nobelpreis 1906)

- Elektron e^- ist Punktladung der Elektrodynamik (bis heute keine Ausdehnung nachgewiesen)

- Beweis der Ladungsquantisierung durch Robert Milikan 1905 (Öltröpfchenversuch, Nobelpreis 1923)

- Ladungsquantisierung bisher unerklärt -> e ist fundamentale Naturkonstante

Magnetische Elementarladung / Monopol

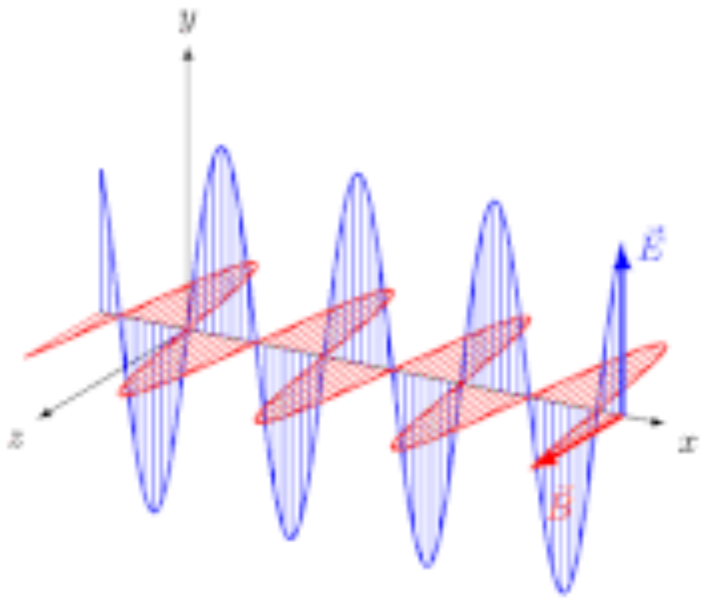
$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho\,, \qquad \nabla \vec{B} = 4\pi\rho_m\,?$$

- bisher keine magnetische Elementarladungen (= Monopol) ρ_m beobachtet
- Maxwell Gleichungen würden symmetrisch
- Ladungsquantisierung ließe sich erklären
- Magnetische Monopole treten in spekulativen, so genannten „Großen Vereinheitlichten Feldtheorien“ auf
- Nicht-Existenz von mag. Monopolen ist nicht abschließend geklärt

Lösungen der Maxwell Gleichungen

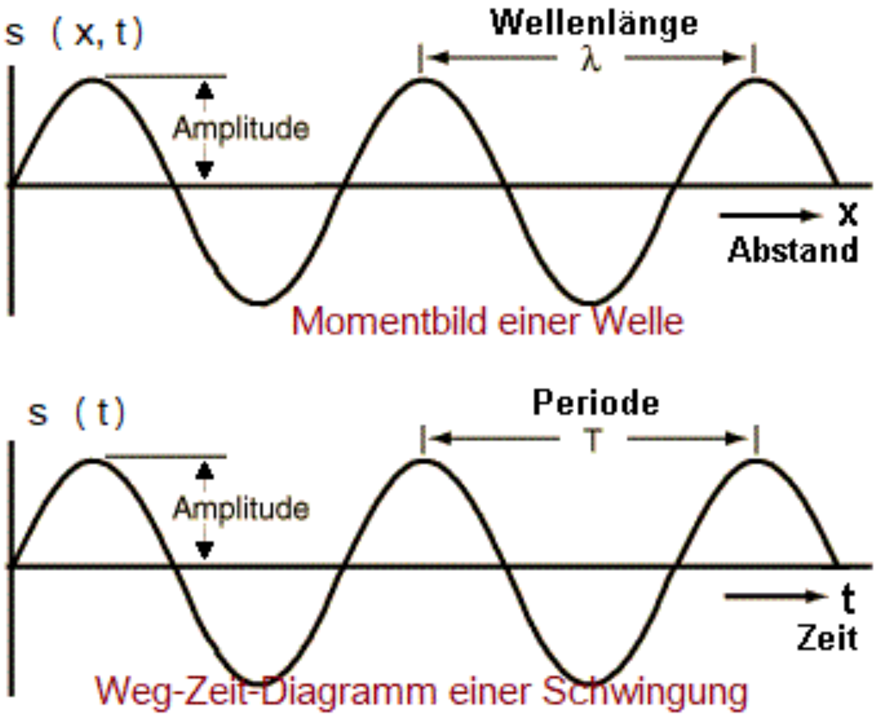
Fall 3: zeitabhängige Lösungen:

- elektromagnetische Wellen (Hertz, 1886, 1857(HH)-1894)
- $\vec{E}$ und $\vec{B}$ sind beide angeschaltet



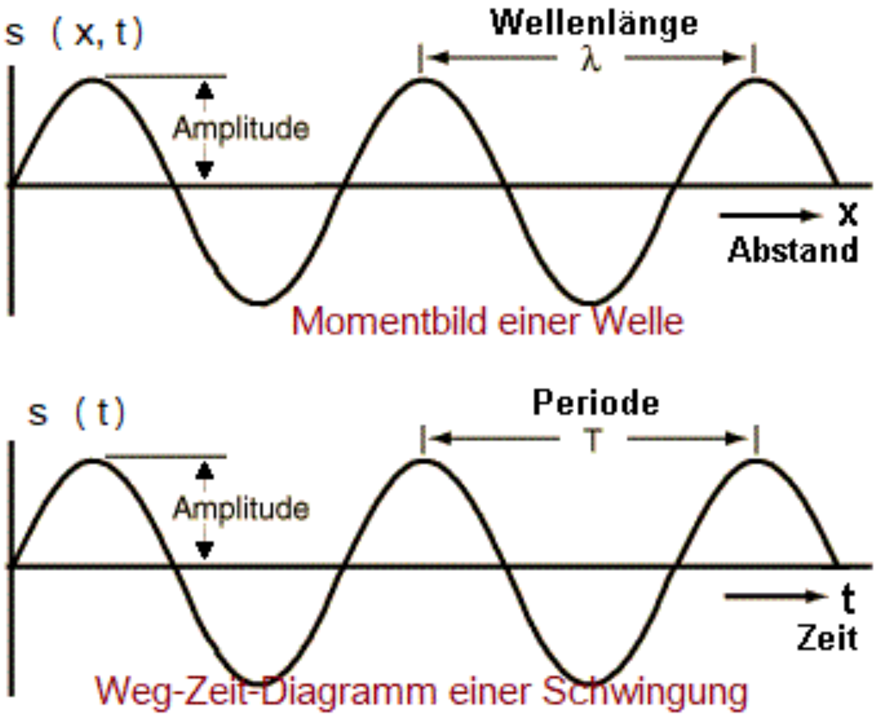
Wellen

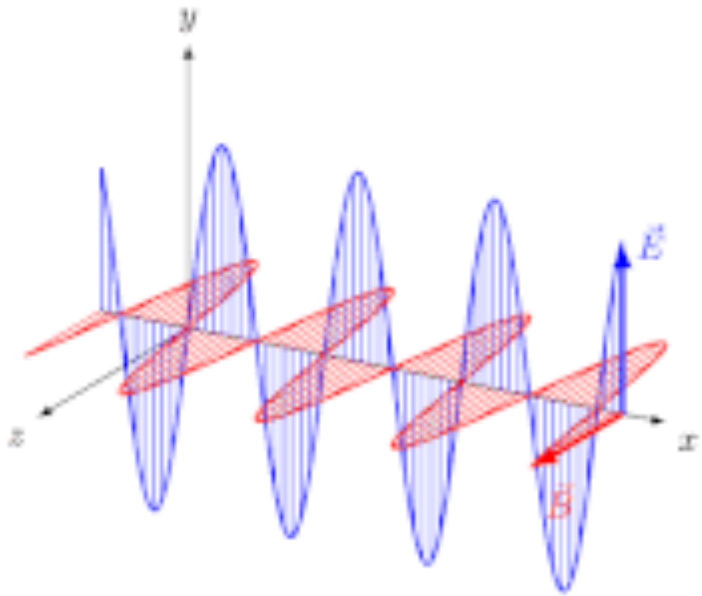
➢Sind räumlich sich ausbreitende periodische Veränderungen



Wellen

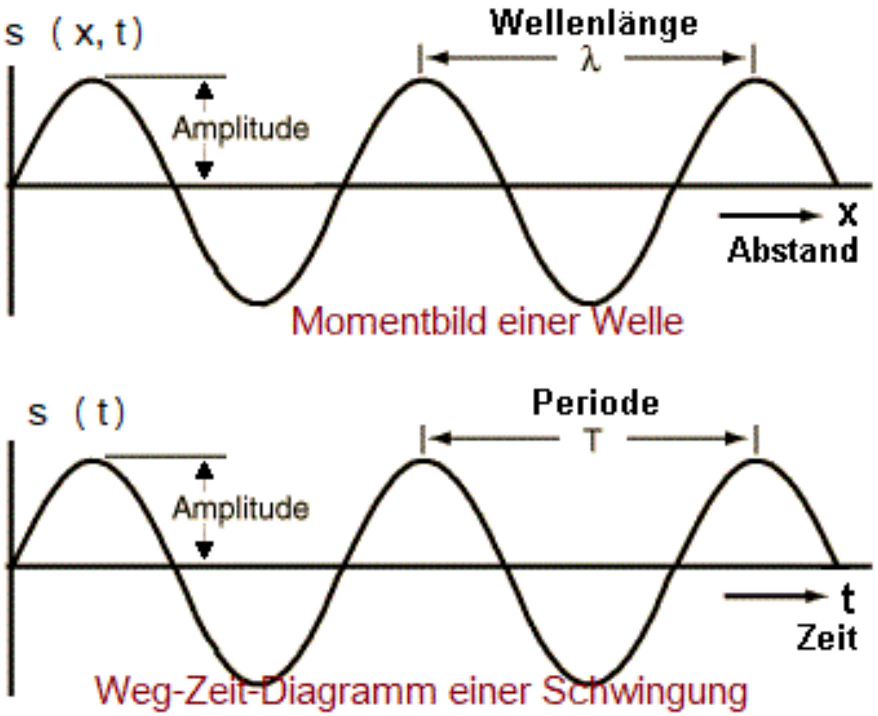
➢ Sind räumlich sich ausbreitende periodische Veränderungen





Wellen

- Sind räumlich sich ausbreitende periodische Veränderungen



$$\lambda = c\,T$$

c = Geschwindigkeit der Welle

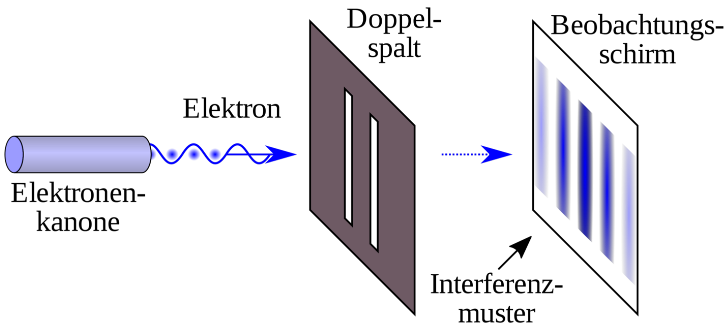
(tritt in Maxwell Gl. auf)

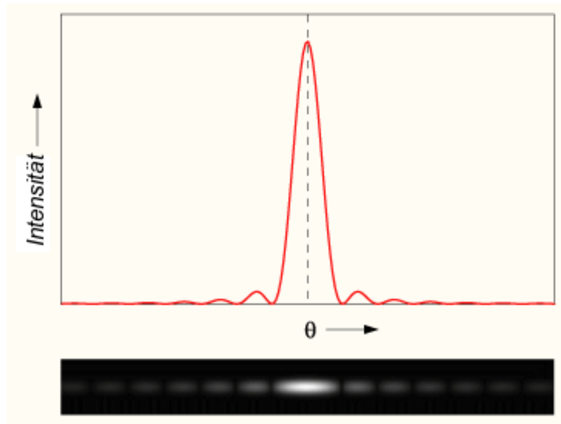
Frequenz $\nu = 1/T$

Licht als elektromagnetische Welle

- Streit zwischen Newton und C. Hygens (1629-1695)
  - Newton: Licht besteht aus Korpuskeln (Teilchen)
  - Hygens: Licht ist (elektromagnetische) Welle

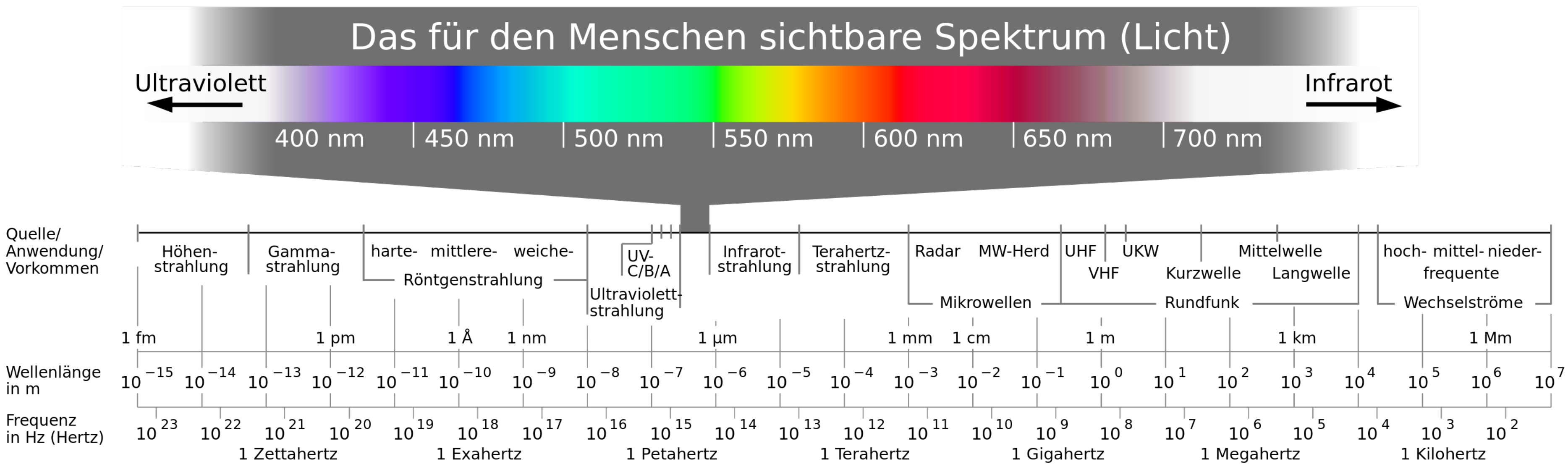
- Licht als Welle erklärt Brechungs-, Interferenz- und Beugungsphänomene





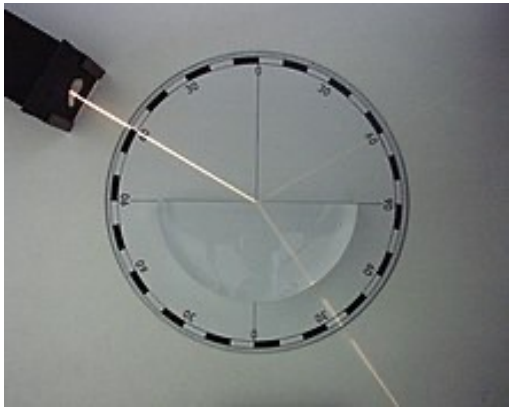
Elektromagnetische Wellen

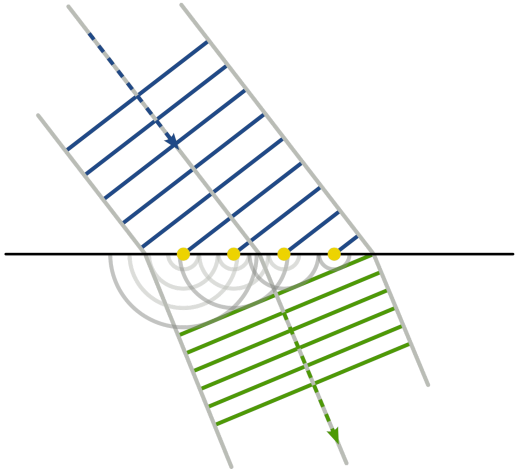
Maxwell Gleichungen legen Wellenlänge nicht fest



Elektrodynamik in Materie

- Bisherige Diskussion: Elektrodynamik im Vakuum
- Elektrodynamik in Materie: zusätzliche Wechselwirkungen müssen berücksichtigt werden
- Prominente Phänomene bei Licht:
  - Reflexion (z.B. an Spiegel)
  - Brechung (z.B. an Glasprisma)





„Probleme“ mit Elektromagnetische Wellen

i. c=konstant in Maxwell Gl. widerspricht Addition von Vektoren / Geschwindigkeiten (Diskussion im Kapitel “Spezielle Relativitätstheorie”)

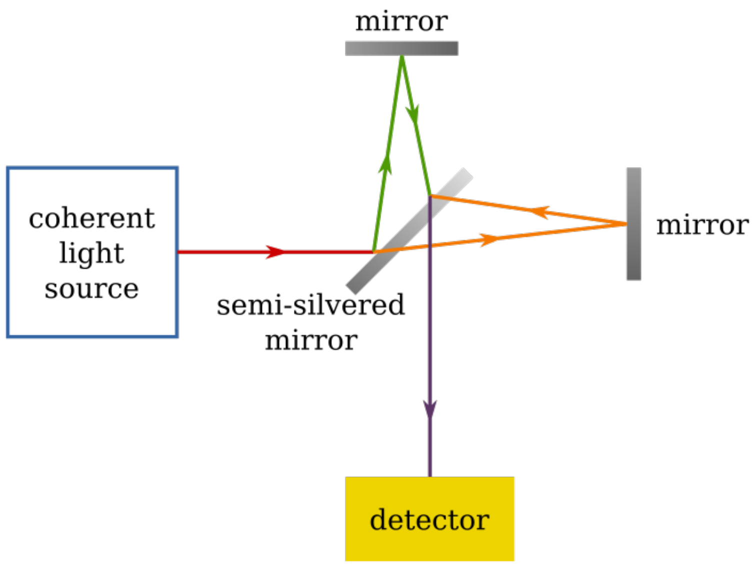
ii. bis dahin bekannte Wellen haben Trägermedium:
   – Schallwellen -> Luft
   – Wasserwellen -> Wasser
   – Seilwellen -> Seilstoff

➢ Äther wurde als Trägermedium angenommen mit den Eigenschaften:
   – Hohe Dichte /Steifigkeit wegen großem c
   – Keine Reibungskräfte wegen Berechnung der Planetenbahnen

„Probleme“ mit Elektromagnetische Wellen

- Überprüfung der Ätherhypothese durch Michelson (1881) und Morley (1887)
  (Physiknobelpreis für Michelson 1907, erster Amerikaner)

  - im Detektor: Interferenzmuster
  - Erde bewegt sich im ruhenden Äther und spurt “Fahrtwind” des Äthers
  - ein Arm mit / gegen den Wind
  - Ein Arm senkrecht dazu
  - Drehung um 90^0 -> Interferenzmuster müssten sich verschieben
  - Ergebnis negative -> kein Äther



Zwischenfazit

19. Jahrh.:

- „Objekte“ im Universum: Materie & Strahlung
  - Materie -> durch Newton beschrieben
  - Strahlung -> durch Maxwell beschrieben

Klassische Physik

- Klassische Physik
  - Deterministisch mit „allwissendem Erzähler“

Zwischenfazit

20. Jahrh.:

- Erforschung von Makrokosmos & Mikrokosmos
  (große Längenskalen) (kleine Längenskalen)
- Modifikation der klassischen Physik notwendig
  - Relativitätstheorien (Einstein 1905-1915)
  - Quantentheorie (1900-1928ff, Planck, Bohr, Heisenberg, Born, Schrödinger, Pauli, Dirac,..)
- Revolution des physikalischen Weltbildes
  (zentrale Konzept der klassischen Physik verlieren ihre Gültigkeit)
- Menschliche Vorstellung versagt, Mathematik wird zur (noch) zentraleren Sprache

5

Spezielle Relativitätstheorie

(Einstein 1905)

3.5.2024

Inertialsysteme

- Implizites Postulat bisher:

  Physikalische Gesetze gelten unabhängig vom gewählten Koordinatensystem der Beschreibung

- In beliebigen KS treten aber „Scheinkräfte / Trägheitskräfte“ auf

  -> mathematische Form der Gesetze ändert sich

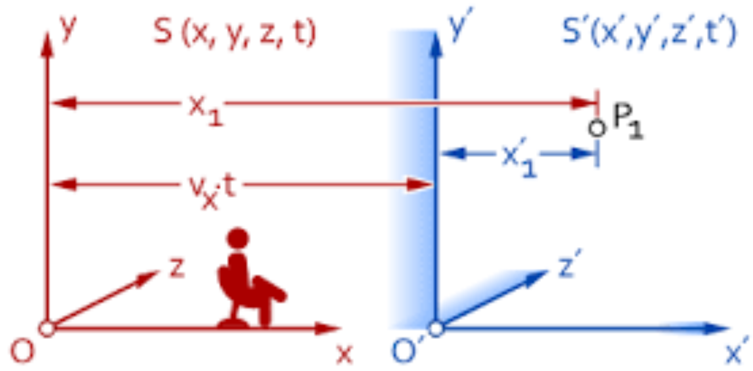
- Ausgezeichnete KS sind die sogenannten Inertialsysteme:

  Physikalische Gesetze haben gleiche math. Form und es treten keine Scheinkräfte auf

Inertialsysteme in Newtonscher Mechanik

- 2 Bezugssyteme S, S‘
  - S ruht , S‘ bewegt sich mit Geschwindigkeit v
- Koordinaten verbunden durch (Galileo-Transformation)

$$x' = x - vt \,, \; t' = t$$



- Wenn v = konstant:
  - S‘ bewegt sich geradlinig gleichförmig
  - Newton Gl. $\vec{F}$ = m $\vec{a}$ gilt unverändert in S und S‘
- S‘ beschleunigt (v nicht konstant) -> Trägheitskraft in S‘

Inertialsysteme in Newtonscher Mechanik

- Newton Gesetze identisch für 2 Beobachter:innen, die ruhen oder sich mit konstanter (unterschiedlicher) Geschwindigkeit bewegen.

- Solche Beobachtungssysteme heißen Inertialsysteme. In der Newtonschen Mechanik sind sie durch Galileo-Transformation verbunden.

$$x' = x - vt\,, \qquad t' = t \quad \text{(absolute Zeit bei Newton)}$$

- In beschleunigten Systemen ($v \neq$ konstant) wirken <u>Trägheitskräfte</u> (z.B. anfahrender Zug / Auto)

Konflikt mit Elektrodynamik

- Galileo Transformationen ändern die Maxwell Gleichungen
- Newtonschen Inertialsystemen $\neq$ Inertialsysteme der Elektrodynamik
- Problem: konstante Lichtgeschwindigkeit c in Maxwell Gleichungen

$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho \,, \qquad \nabla \vec{B} = 0 \,, \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\vec{B}}{dt}, \qquad \nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{d\vec{E}}{dt}$$

- vorgeschlagener Ausweg: Maxwell Gl. gelten nur im ruhenden Äther
- ausgeschlossen durch Michelson – Morley Experimente (1880iger)
- Einstein: Inertialsysteme der Elektrodynamik sind die „richtigen“ -> Abänderung Newton Mechanik -> Relativistische Mechanik notwendig

Einsteins Postulate

1. Physikalische Gesetze sind in allen Inertialsystemen gleich. Diese sind durch die Lorentz-Transformationen (und nicht die Galileo-Transformationen) miteinander verbunden.

2. Die Lichtgeschwindigkeit c ist konstant in allen Inertialsystemen (und stellt eine maximale Grenzgeschwindigkeit dar $\mathrm{v} \leq c$)

Lorentz-Transformationen

- 1887-1905 H. Lorentz, J. Lamour, G. Fitzgerald und H. Poincare

- Zwei Inertialsysteme S‘ und S sind über folgende Transformationen (Lorentz-Transformationen) miteinander verbunden:

$$x' = \gamma(x - vt)\,, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad y' = y\,, \quad z' = z\,, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(x‘, y‘, z‘, t‘) = Koordinaten im bewegten S‘ (mit Geschwindigkeit v),
(x, y, z, t) = Koordinaten im ruhenden S

- Umkehrung

$$x = \gamma(x' + vt')\,, \quad t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right), \quad y = y'\,, \quad z = z'$$

Lorentz-Transformationen

- Zwei Inertialsysteme S' und S sind über folgende Transformationen (Lorentz-Transformationen) miteinander verbunden:

$$x' = \gamma(x - vt)\,, \quad t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), \quad y' = y\,, \quad z' = z\,, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- <u>Bemerkungen:</u>
  - Neu: Raum und Zeit werden ineinander transformiert!
  - Für $v \ll c$ gilt $\frac{v}{c} \approx 0$ und daher $\gamma = 1$ bzw.

$$x' = x - vt\,, \quad t' = t\,,$$

also Galileo-Transformationen

Addition von Geschwindigkeiten

- Newton: u‘ = u-v,

  u‘: Geschwindigkeit eines Körpers in S‘ ,
  v: Geschwindigkeit von S‘ gegenüber S
  u: Geschwindigkeit, die ein ruhender Beobachter in S misst

- Beispiel:

  Läufer im Zug hat Geschwindigkeit u‘
  Zug hat Geschwindigkeit v
  (ruhender) Beobachter misst in S u = u‘+v,

- Für $u' \approx v \approx$ c : u = 2c im Widerspruch zu Postulat 2

Addition von Geschwindigkeiten

Aus den Lorentz-Transformationen folgt andere Formel für Addition von Geschwindigkeiten:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'} \xrightarrow{u' \approx v \approx c} \frac{c+c}{1+1} = \mathrm{c}$$

also kein Widerspruch mehr!

Für kleine Geschwindigkeiten ergibt sich hingegen das Newtonsche Ergebnis

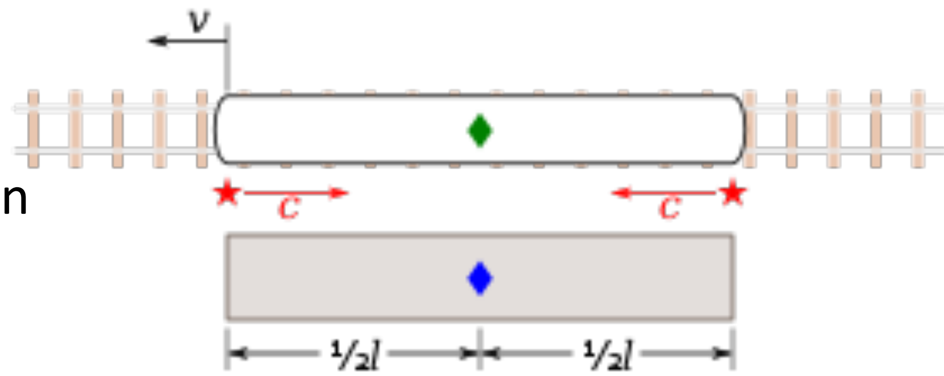
$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'} \xrightarrow{u' \approx v \ll c} \mathrm{u}' + \mathrm{v}$$

Gleichzeitigkeit

- Konzept der Gleichzeitigkeit ändert sich auf Grund von c=konstant

$$t'_2 - t'_1 = \gamma\,(t_2 - t_1 - v/c^2(x_2 - x_1)) = \gamma v/c^2(x_2 - x_1)) \neq 0$$

für $t_2 = t_1\ ,\ \ x_2 \neq x_1$



- Grund: keine instantane Wirkung, sondern Wirkungsübertragung mit endlicher Geschwindigkeit $\mathrm{v} \leq c$

- Gleichzeitigkeit von Ereignissen hängt vom Bewegungszustand des Beobachtenden ab

Zeitdilatation

Uhr ruhe in S‘ -> Lorentztransformation:

$$t_2 - t_1 = \gamma\,(t'_2 - t'_1 + v/c^2\,(x'_2 - x'_1)) = \gamma(t'_2 - t'_1) > t'_2 - t'_1$$

vorletzter Schritt: Uhr ruht in S‘, also $x'_2 = x'_1$

letzter Schritt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > 1 \quad \text{wegen } v < c$$

- ➢ Bewegte Uhren (Uhren in S) gehen langsamer!
- ➢ Zeit einer ruhenden Uhr = Eigenzeit der Uhr: ist immer die schnellste.

Längenkontraktion

Maßstab ruht in S‘, in S erscheint er bewegt

$$l \;\; = x_2 - x_1 \; = \ldots = \gamma^{-1} \left(x'_2 - x'_1 \right) + v \left(t_2 - t_1 \right)$$

Länge in S gemessen zur selben Zeit, also $t_2 = t_1$.

Damit

$$l \;\; = x_2 - x_1 \; = \gamma^{-1} (x'_2 - x'_1) = \gamma^{-1} \, l' < \; l'$$

- ➢ Bewegte Längen sind kürzer!!
- ➢ Ruhelänge (= Eigenlänge) ist die größte!

Euklidischer Raum

- In einem euklidischen Raum gilt:

  Abstand zwischen 2 Punkten mit Koordinaten (x_1, y_1, z_1) und (x_2, y_2, z_2)

$$l^2 = \ (x_2 \ - \ x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \geq 0$$

- Grundannahme bei Newton: Raum ist euklidisch

- Problem:

  l ist invariant unter Galileo- aber nicht unter Lorentz-Transformation

Minkowski-Raum

- Zusammenfassung von Raum und Zeit in einer 4-dimensionalen Raum-Zeit, einem so genannten pseudo-euklidischen Minkowski-Raum mit Abstand

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

- s^2 ist invariant unter Lorentz-Transformation

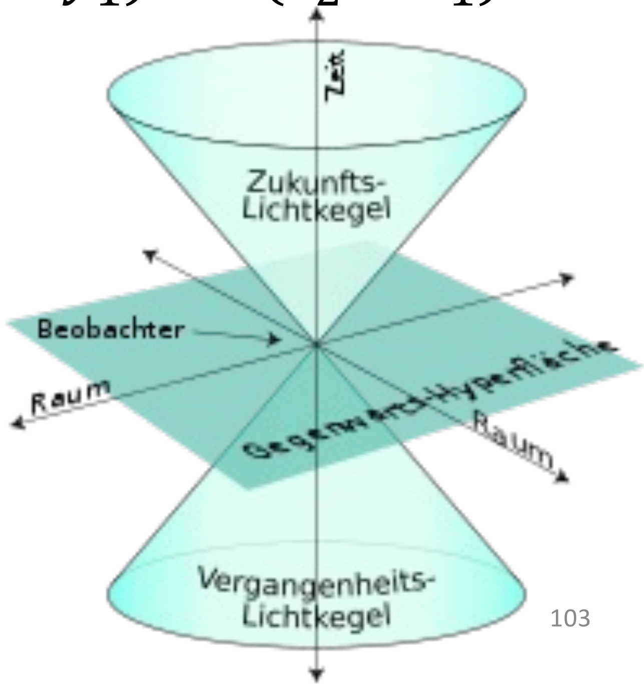
Minkowski-Raum

- Zusammenfassung von Raum und Zeit in einer 4-dimensionalen Raum-Zeit, einem so genannten pseudo-euklidischen Minkowski-Raum mit Abstand

$$s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2$$

- s^2 ist invariant unter Lorentz-Transformation

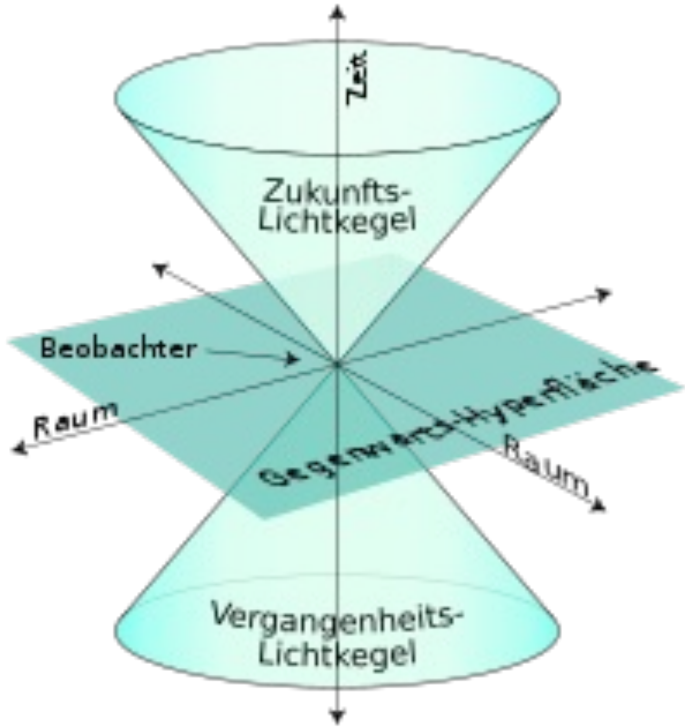
- Punkt im Minkowski Raum: Ereignis
- s^2 = 0: Lichtkegel
- $s^2 > 0$: zeitartige Ereignisse
- $s^2 < 0$: raumartige Ereignisse



Kausalität

- wird durch neues Konzept der Gleichzeitigkeit die Kausalität verletzt?
- Bewegter Beobachter kann nur im Lichtkegel sein (wegen c=konstant)
- Kausalität wird nicht verletzt.
- Der Begriff der Gleichzeitigkeit wird verändert, aber (absolute) Zukunft bzw. Vergangenheit existiert weiterhin

„Zurück in die Zukunft“ ist nicht möglich!



Vorbereitung: Die Metrik eines Raumes

- Im (flachen) Euklidischen Raum ist Abstand zwischen 2 Punkten mit Koordinaten (x_1, y_1, z_1) und (x_2, y_2, z_2) gegeben durch

$$l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \geq 0 \ , \quad \text{für} \quad \Delta x^2 = (x_2 - x_1)^2 \ , \Delta y^2 = \ldots$$

$$l^2 = \sum_{i=1}^{3} (\Delta x^i)^2 \qquad f\text{ü}r \quad \Delta x^1 = \Delta x, \ \Delta x^2 = \Delta y, \ \Delta x^3 = \Delta z$$

$$l^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} g_{ij} \, \Delta x^i \, \Delta x^j$$

Die Metrik eines euklidischen Raumes

$$l^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} g_{ij}\, \Delta x^i\, \Delta x^j \qquad mit$$

$$g_{ij} = \begin{Bmatrix} 1 & f\text{ür} \quad i = j \\ 0 & sonst \end{Bmatrix}$$

$$l^2 = \sum_{i=1}^{3} (\Delta x^i)^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

Die Metrik des Minkowski Raums

Minkowski-Raum: 4-dimensionale Raum-Zeit mit pseudo-euklidischem Abstand

$$s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = \sum_{\mu=0}^{3} \sum_{\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} \Delta x^\mu \Delta x^\nu \quad mit \quad \Delta x^0 = c\Delta t$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{Bmatrix} 1 & f\text{ür} & \mu = \nu = 0 \\ -1 & f\text{ür} & \mu = \nu = 1,2,3 \\ 0 & & sonst \end{Bmatrix}$$

Relativistische Mechanik, Energie und Impuls

- Einstein ersetzte Newtonsche Mechanik durch eine relativistische Mechanik, deren Gesetze invariant unter Lorentz-Transformation sind.
- Z.B.: Energie und Impuls müssen Lorentz-invariante Größen sein

$$E^2 - c^2\ \vec{p}^2 = m^2 c^4\ , \quad \vec{p} = \text{Impuls}$$

- Teilchen in Ruhe: $\vec{p}^2 = 0$

$$E^2 = m^2 c^4 \quad \text{bzw.} \quad E = m\,c^2 \qquad (E = \text{Ruheenergie})$$

- Äquivalenz von Energie und Masse
- Experimentelle Überprüfung z.B. in Kern bzw. Teilchenzerfällen


$E=mc^2$
$E=mc^2$

Zusammenfassung

- Entscheidende Forderung: Lichtgeschwindigkeit c ist konstant für alle Beobachter (in allen Inertialsystemen).
- Physikalische Gesetze müssen invariant unter Lorentz-Transformationen sein (bei Maxwell Gleichungen automatisch)
- Abstände und Zeitdauern hängen vom Bewegungszustand des Beobachtenden ab -> absoluter Raum, absolute Zeit Newtons werden abgeschafft.
- Newtonsche Mechanik -> Relativistische Mechanik
- Experimentell vielfach bestätigt