Übungsblatt 11 — Statistische Physik und Thermodynamik — WS 03/04

Abgabetermin: 16.1.04

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Gegeben sei ein 1-dimensionaler harmonischer Oszillator im elektrischen Feld E mit dem Hamiltonoperator

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - eEx \ .$$

a) Berechnen Sie $\langle ex \rangle$ und die Suszeptibilität $\chi = \frac{\partial \langle ex \rangle}{\partial E}$ im kanonischen Formalismus.

Hinweis: Ergänzen Sie $\mathcal{H}$ quadratisch.

b) Berechnen Sie $\langle x^2 \rangle$.

Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis aus Aufgabe 3/Blatt 7.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

In einem homogenen Magnetfeld $\vec{H}$ seien N spins ($s = 1/2$) auf einem Gitter (mit N Plätzen) angeordnet. Der Hamiltonoperator für dieses System lautet

$$\mathcal{H} = 2\mu_B \sum_{i=1}^{N} \vec{H} \cdot \vec{S}_i$$

a) Berechnen Sie die freie Energie für diese System und zeigen Sie die Übereinstimmung mit der freien Energie für ungekoppelte magnetische Momente, die in der Vorlesung berechnet wurde.

b) Berechnen Sie Magnetisierung M, die Suszeptibilität χ, die Entropie S sowie die Wärmekapazität c_H. Stellen Sie S und c_H graphisch als Funktion von T dar.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Gegeben sein ein 1-dimensionales Ising-Modell mit dem Hamiltonoperator

$$\mathcal{H} = -\sum_{i=1}^{N-1} J_i S_i S_{i+1}$$

a) Zeigen Sie, daß die kanonische Zustandssumme die Rekursionsformel $Z_{N+1} = 2Z_N cosh(\beta J_N)$ erfüllt.

b) Berechnen Sie Z_N mit Hilfe von a).