

Abgabetermin: 24.11.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

a) Druck P und Teilchenzahl μ sind intensive Variable und erfüllen daher

$$P(\lambda V, \lambda N) = P(V, N) , \quad \mu(\lambda V, \lambda N) = \mu(V, N) , \quad \lambda \in \mathbf{R} .$$

Zeigen Sie, daß daraus die folgenden Beziehungen resultieren

$$V \frac{\partial P}{\partial V} + N \frac{\partial P}{\partial N} = 0 , \quad V \frac{\partial \mu}{\partial V} + N \frac{\partial \mu}{\partial N} = 0 .$$

b) Welche Maxwell Relationen folgen aus der freien Energie F bzw. der Enthalpie H ?

c) Benutzen Sie die Ergebnisse aus a) und b) um zu zeigen

$$\kappa_T = \frac{V}{N^2} \left(\frac{\partial N}{\partial \mu} \right)_{T,V} .$$

(κ_T ist die isotherme Kompressibilität.)

Aufgabe 2 (3 Punkte)

a) Zeigen Sie, daß für den thermische Ausdehnungskoeffizienten α gilt

$$\frac{\alpha}{\kappa_T} = \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V .$$

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 3 von Blatt 4.

b) Zeigen Sie daß für die Wärmekapazitäten c_P, c_V gilt

$$c_P - c_V = \frac{VT\alpha^2}{\kappa_T} .$$

Hinweis: Benutzen Sie 1b) und Aufgabe 3 von Blatt 4.

c) Zeigen Sie

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_T + P - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = 0 .$$

Hinweis: Verwenden Sie die Maxwell Relation, die aus $\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$ folgt.

d) Überprüfen Sie 2a)-2c) für das ideale Gas.

Ein isolierter Zylinder enthält ein ideales Gas von Temperatur T_1 . Als oberer Abschluß dient ein beweglicher Kolben mit Masse M_1 (siehe Abb.) Der Druck P des Gases und die Gravitationskraft des Kolbens ($K = M_1 g$) kompensieren sich im Gleichgewicht (Druck = Kraft/Fläche).

- a) Die Masse M_1 wird plötzlich durch eine Masse M_2 ersetzt. Im neuen Gleichgewichtszustand stellt sich eine neue Gleichgewichtslage z_2 und eine neue Temperatur T_2 ein. Berechnen Sie $\frac{z_2}{z_1}$ und $\frac{T_2}{T_1}$ als Funktion von $\frac{M_2}{M_1}$.
- b) Berechnen Sie $\frac{z_2}{z_1}$ und $\frac{T_2}{T_1}$ wenn die Masse M_1 langsam verkleinert wird (in infinitesimalen Schritten) bis die Masse M_2 erreicht ist.