Universität Hamburg, Fachbereich Physik

Übungsblatt 7 Statistische Physik und Thermodynamik WS 05/06

Abgabetermin: 23.12.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Gegeben sei ein System von N an Gitterplätzen lokalisierten $s = 1/2$-spins in einem homogenen Magnetfeld B. Die Energie des Systems ist $E = -(N_+ - N_-)\mu_B B$, wobei $N_+(N_-)$ die Zahl der Spins parallel (antiparallel) zum Magnetfeld bezeichnet und μ_B das magnetische Moment eines Spins ist.

a) Zeigen Sie

$$\Omega(E) = \frac{1}{\Delta}\frac{N!}{N_+!N_-!}$$

im mikrokanonsichen Ensemble.

b) Berechnen Sie daraus die Entropie $S(N, E)$ für große N.

c) Berechnen Sie $T, E(T, N)$ und c_V für das System.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Gegeben seien N unabhängige 1-dimensionale harmonische Oszillatoren gleicher Frequenz gekoppelt an ein Wärmebad mit Temperatur T.

a) Berechnen Sie ausgehend von der in der Vorlesung berechneten kanonischen Zustandsumme Z_K die Energie $\langle H\rangle$, die Entropie S sowie die Wärmekapazität c_V für das System.

b) Bestimmen Sie den führenden Term dieser Größen im klassischen Grenzfall (T groß) und bestimmen Sie den Limes $T \to 0$. Stellen Sie $\langle H\rangle$ als Funktion der Temperatur graphisch dar.

c) Überprüfen Sie den klassischen Grenzfall durch direkte Berechnung des klassischen kanonischen Zustandsintegrals. Worauf beruht die Diskrepanz in der Entropie?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Fermigas aus masselosen Fermionen mit einer relativistischen Energie-Impuls Beziehung $\epsilon(p) = c|\vec{p}|$.

a) Leiten Sie die Zustandsgleichung $PV = \frac{1}{3}E$ her.

   Hinweis: Modifizieren Sie die analoge Rechnung aus der Vorlesung indem Sie $\epsilon(p) = c|\vec{p}|$ benutzen.

b) Berechnen Sie Fermi-Impuls und Fermi-Energie.

c) Zeigen Sie, daß bei $T = 0$ gilt

$$E = \frac{3}{4} N \epsilon_F \ , \qquad \mu = \epsilon_F \ .$$