Aufgabe 1

Gegeben sei

$$Z_0[J] = \int D\phi \, e^{i\int d^4x\,(\mathcal{L}_0[\phi]+J\phi)} = Z_0[0] \; e^{-\frac{1}{2}\int d^4x d^4y J(x) G_F(x-y) J(y)}$$

für $\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2$ und $G_F(x-y) = i\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{e^{-ik\cdot(x-y)}}{k^2-m^2}$.

a) Berechnen Sie

$$\langle 0|T\{\phi(x_1)\dots\phi(x_4)|0\rangle = \frac{1}{Z_0[0]}\int D\phi\,\phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\phi(x_4) e^{i\int d^4x\,\mathcal{L}_0[\phi]}$$

als Funktion von G_F indem Sie das Pfadintegral explizit ausführen.

b) Berechnen Sie $\langle 0|T\{\phi(x_1)\dots\phi(x_4)|0\rangle$ durch geeignete Ableitungen von $Z_0[J]$ und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 2

Gegeben sei eine wechselwirkende Theorie mit $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4$.

a) Geben Sie $Z[J]$ als eine Potenzreihe in λ an.

b) Drücken Sie $Z[J]$ durch geeignete Ableitungen von $Z_0[J]$ aus und zeigen Sie

$$Z[J] = e^{iS_I(\phi=-i\frac{\delta}{\delta J})} \; Z_0[J] \; .$$

Was ist S_I?