Übungsblatt 4 Quantenfeldtheorie II WS 07/08

Aufgabe 1

Zeigen Sie

$$\int (\prod_m d\theta_m^* d\theta_m)\, \theta_k \theta_l^* e^{-\theta_i^* B_{ij} \theta_j} = (\det B)\, B_{kl}^{-1} \ ,$$

wobei θ_m Grassmann Variablen sind und B_{ij} eine hermitesche Matrix.

Aufgabe 2

a) Zeigen Sie

$$Z[\bar{\eta}, \eta] := \int D\bar{\psi} D\psi \ e^{i \int d^4x\, (\mathcal{L}_0 + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta)} \ = \ Z[0] \ e^{-\int d^4x d^4y \, \left(\bar{\eta}(x)\, S_F(x-y)\, \eta(y)\right)} \ ,$$

für $\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i \not{\partial} - m)\psi$.

b) Berechnen Sie $\langle 0 | T\{\psi(x_1)\psi(x_2)\bar{\psi}(x_3)\bar{\psi}(x_4)\} | 0 \rangle$ durch geeignetes differenzieren von Z.

Aufgabe 3

a) Gegeben sei $\mathcal{L} = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi^* - m^2 \phi \phi^*$. Zeigen Sie, daß für $\delta\phi = i\alpha(x)\,\phi$ (α reell) gilt: $\delta\mathcal{L} = (\partial_\mu \alpha) j^\mu$ und berechnen Sie j^μ.

b) Gegeben sei eine beliebige Lagrangefunktion $\mathcal{L}[\phi]$, die invariant unter $\delta\phi = \alpha\Delta\phi$ ist. Zeigen Sie, daß für $\delta\phi = \alpha(x)\Delta\phi$ gilt

$$\delta\mathcal{L} = (\partial_\mu \alpha)\, j^\mu \ ,$$

und berechnen Sie j^μ.