Übungsblatt 7 — Quantenfeldtheorie II — WS 07/08

Aufgabe 1

a) Leiten Sie die Lie-Algebra Relation

$$[T^a, T^b] = i f_c^{ab} T^c$$

als eine Konsistenzbedingung der Lie-Gruppenmultiplikation her.

b) Überprüfen Sie, daß $(T^a)_{bc} := i f^{bac}$ diese Relation erfüllt.

Aufgabe 2

Geben Sie die Lagrangefunktion an, die eine lokale $SU(n)$ Eichsymmetrie hat und aus komplexen Skalarfeldern und Vektorbosonen besteht. Wie transformieren die Felder?

Aufgabe 3

Für die fundamentale (zwei-dimensionale) Darstellung **2** der $SU(2)$ gilt

$$T^a := \frac{1}{2}\sigma^a \ , \qquad [T^a, T^b] = i\epsilon^{abc} T^c \ ,$$

wobei σ^a die Pauli-Matrizen sind.

a) Berechnen Sie den index $C(\mathbf{2})$ sowie den quadratischen Casimir C_2. Überprüfen Sie die Relation $C(r)d(G) = C_2(r)d(r)$.

b) Eine Darstellung heißt reell, falls gilt

$$-(T^a)^T = S T^a S^{-1} \quad \forall a.$$

Zeigen Sie, daß die **2** der $SU(2)$ reell ist und finden Sie S.