Übungsblatt 3 | Theoretische Physik I | WS 09/10

Abgabe: 5.11

Aufgabe 1

Ein Teilchen bewege sich in einer Dimension unter dem Einfluß der Kraft

$$F(x) \;=\; \frac{a}{x} - bx \;, \qquad x > 0, \quad a, b \in \mathbf{R}^+$$

a) Berechnen Sie das Potential $U(x)$ und skizzieren Sie es.

b) Wo liegt die Gleichgewichtslage des Systems? Welchen Wert hat U an dieser Stelle?

c) Berechnen Sie die Frequenz einer kleinen Schwingung um die Ruhelage.

Aufgabe 2

Ein Teilchen mit Masse m bewege sich im Potential

$$U(x) = \tfrac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \alpha x^4 \;, \qquad \text{mit} \qquad \alpha E \ll m^2\omega^4 \;.$$

Berechnen Sie die Periode der Schwingung des Teilchens mit der in der Vorlesung angegebenen Formel

$$\tau = 2 \int_{x_A}^{x_B} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - U(x))}}$$

zur 1. Ordung in α.

Hinweis: Verwenden Sie die Substitution $\sin^2\varphi = U(x)/E$ und drücken Sie zunächst x und dx in Abhängigkeit von φ bis zur 1. Ordung in α aus.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass im 2-Körper-Problem gilt:

a) $E = E_S + E_{\text{rel}}$, mit $E_S = \frac{1}{2} M \dot{\vec{R}}^2$, $E_{\text{rel}} = \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{r}}^2 + U(r)$,

b) $\dot{E}_S = \dot{E}_{\text{rel}} = 0$

c) $\vec{L} = \vec{L}_S + \vec{L}_{\text{rel}}$, mit $\vec{L}_S = M\, \vec{R} \times \dot{\vec{R}}$, $\vec{L}_{\text{rel}} = \mu\, \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$,

d) $\dot{\vec{L}}_S = \dot{\vec{L}}_{\text{rel}} = 0$

Aufgabe 4

Zwei Teilchen mit Massen m_1, m_2 wechselwirken über eine Kraft

$$\vec{F} = -F_0\, (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \ , \qquad F_0 = \text{konstant}$$

a) Stellen Sie Newtonsche Bewegungsgleichungen für die Relativkoordinate $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ und die Schwerpunktkoordinate $\vec{R}$ auf und geben Sie jeweils die Lösungen an.

b) Geben Sie die Bahnkurven für die beiden Teilchen, d.h. $\vec{r}_1(t)$ und $\vec{r}_2(t)$, an.

c) Drücken Sie E_{rel} und $\vec{L}_{\text{rel}}$ durch $\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t = 0)$ und $\vec{v}_0 \equiv \dot{\vec{r}}(t = 0)$ aus. Prüfen Sie $\dot{E}_{\text{rel}} = \dot{\vec{L}}_{\text{rel}} = 0$.