Übungsblatt 5 Theoretische Physik I WS 09/10

Abgabe: 19.11

Aufgabe 1

a) Stellen Sie die Lagrangefunktion $L(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dot{\vec{r}}_1, \dot{\vec{r}}_2)$ für das Kepler-Problem auf.

b) Transformieren Sie auf Relativ- und Schwerpunktkoordinaten und berechnen Sie $L(\vec{r}, \vec{R}, \dot{\vec{r}}, \dot{\vec{R}})$.

c) Berechnen Sie die Euler-Lagrange Gleichungen in beiden Fällen.

Aufgabe 2

Geben Sie die Lagrangefunktion für das ebene Doppelpendel an und leiten Sie die zugehörigen Euler-Lagrange-Gleichungen her.

Hinweis: Führen Sie φ_1 und φ_2 als verallgemeinerte Koordinaten ein. (Siehe Abb.)

Aufgabe 3

Ein Teilchen mit Masse m bewege sich im Potential

$$U(\vec{r}(t), \dot{\vec{r}}(t), t) = q\left(\Phi(\vec{r}(t), t) - \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A}(\vec{r}(t), t)\right)$$

a) Geben Sie die Lagrangefunktion an und leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen her.

b) Zeigen Sie, daß die Euler-Lagrange-Gleichungen mit Hilfe von

$$\vec{B} := \nabla \times \vec{A}\ , \qquad \text{und} \qquad \vec{E} := -\nabla\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

in der Form

$$m\ddot{\vec{r}} = q\left(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}\right)$$

geschrieben werden können.

Aufgabe 4

Die Bewegung eines Teilchens sei auf eine Kugeloberfläche vom Radius R festgelegt. Auf das Teilchen wirkt die Anziehungskraft des homogenen Gravitationsfeldes.

a) Wie lautet die Lagrangefunktion $L(\theta, \phi, \dot{\theta}, \dot{\phi})$ ausgedrückt durch Kugelkoordinaten

$$x = R\sin\theta\sin\phi\ , \qquad y = R\sin\theta\cos\phi\ , \qquad z = R\cos\theta \quad ?$$

b) Was sind die Erhaltungsgrößen des Systems?

c) Wie lauten die Euler-Lagrange-Gleichungen?